

ZUR FALTWERKWIRKUNG BEI STAHLBETONTREPPEN

Vom Fachbereich für Bauingenieur- und Vermessungswesen
der Technischen Universität Carolo - Wilhelmina
zu Braunschweig

zur Erlangung des Grades eines
Doktor - Ingenieurs (Dr.-Ing.)
genehmigte

D i s s e r t a t i o n

von Dipl.-Ing. H.-H. Osteroth
aus Helmstedt

Eingereicht am : 07. Dezember 1987

Mündliche Prüfung am: 20.6.1988

Berichterstatter: Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. K. Kordina

Berichterstatter: Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. H. Duddeck

1988



Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig.

Die Idee zur Untersuchung des Tragverhaltens von Treppen gründet sich auf Fragestellungen, die im Rahmen der Betreuung von Studierenden des Bauingenieurwesens im Fachgebiet Massivbau erörtert wurden. Sie erhielt wichtige Impulse aus der Zusammenarbeit mit Herrn Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. K. Kordina. Ich danke Ihm dafür ebenso herzlich wie für die Unterstützung dieser Arbeit und die Übernahme der Berichterstattung.

Weiterhin danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. H. Duddeck für die Mitberichterstattung und wertvolle Anregungen. Herrn Prof. Dr.-Ing. H. Paschen danke ich für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes und Herrn Prof. Dr.-Ing. J. Scheer für die Beteiligung an der Prüfung.

Wesentliche Abschnitte der Forschungsarbeit erforderten die engagierte Mitwirkung der Kolleginnen und Kollegen des Instituts. Ausdrücklich bedanke ich mich für die stets sorgfältigen handwerklichen Ausführungen und die zuverlässige Betreuung der Meßtechnik in allen Phasen der experimentellen Untersuchungen. Für die Bearbeitung theoretischer Inhalte und die Konzeption programmgesteuerter Auswertungen war die Diskussionsbereitschaft der Kollegen eine verlässliche Unterstützung. Auch dafür bedanke ich mich herzlich.

Braunschweig im August 1988

Hans - Heinrich Osteroth

Inhaltsverzeichnis

	Seite
Bezeichnungen	5
1 Einleitung	9
1.1 Allgemeines	9
1.2 Zielsetzung und Überblick zur vorliegenden Arbeit	11
2 Übersicht zum bisherigen Kenntnisstand	13
2.1 Voraussetzungen für analytische Lösungen zur Faltwerkberechnung	13
2.2 Berechnung von Treppen mit Berücksichtigung der Faltwerkwirkung	14
2.3 Berechnung von Treppen ohne Berücksichtigung der Faltwerkwirkung	17
2.3.1 Berechnungsverfahren	17
2.3.2 Auswirkungen auf die Konstruktionspraxis	18
3 Materialverhalten von Beton und Betonstahl	21
3.1 Allgemeines	21
3.2 Beton unter kurzzeitiger Beanspruchung	21
3.2.1 Spannungs- Dehnungsbeziehung für einachsigen Druck	21
3.2.2 Zugfestigkeit des Betons	25
3.2.3 Verhalten unter zweiachsiger Beanspruchung	31
3.3 Zeitabhängiges Verhalten des Betons	32
3.3.1 Allgemeines	32
3.3.2 Schwinden	33
3.3.3 Kriechen	34
3.4 Materialverhalten von Betonstahl	38
3.5 Verbundverhalten von Betonstahl	39
3.5.1 Beschreibung der wichtigsten Einflußgrößen	39
3.5.2 Verbundgesetze	41
3.5.3 Verbundspannungsverteilung	44
4 Eigene Versuche zum Tragverhalten gerader, gegenläufiger Plattentreppen	47
4.1 Allgemeines	47
4.2 Versuchsprogramm	47
4.3 Ausbildung der Versuchskörper	49
4.4 Messungen	50
4.5 Versuchsergebnisse	52
4.5.1 Entwicklung des Rißbildes und Versagenszustand	52
4.5.2 Dehnungen der Versuchskörper	55
4.5.3 Schnittgrößen der Versuchskörper	57
4.5.4 Formänderungen der Versuchskörper	62
4.5.5 Auflagerkräfte	63
4.6 Zusammenfassung der Versuchsergebnisse	65
5 Berechnungen zur Ableitung eines Tragmodells	69
5.1 Notwendigkeit der Berechnungen und Lösungsweg	69
5.2 Idealisierung der berechneten Treppensysteme	70
5.3 Beschreibung der untersuchten Systemvarianten	71
5.4 Darstellung der Ergebnisse rechnerischer Untersuchungen	73
5.4.1 Scheibentragwirkung	73
5.4.2 Plattentragwirkung	81

5.4.3	Einfluß der Rißbildung	83
5.4.3.1	Berücksichtigung der Rißbildung	83
5.4.3.2	Einfluß auf die Scheibentragwirkung	84
5.4.3.3	Einfluß auf die Plattentragwirkung	85
5.5	Ableitung eines Tragmodells für gerade, gegenläufige Plattentreppen aus Läufen und Podesten	91
5.5.1	Idealisierung mit einem Gesamtmodell	91
5.5.2	Vereinfachtes Tragmodell	93
6	Ableitung wirklichkeitsnaher Dehnsteifigkeiten zur Erfassung der Scheibentragwirkung	97
6.1	Anforderungen an das Verfahren zur Dehnsteifigkeitsermittlung	97
6.2	Randbedingungen bei Treppenläufen	100
6.2.1	Geometrische Randbedingungen	100
6.2.2	Bewehrungsgrad	101
6.2.3	Verteilung der Plattenbiegemomente	102
6.3	Ansatz für Elastizitätsmodul und Dehnsteifigkeit der ungerissenen Bauteilabschnitte	104
6.4	Dehnsteifigkeit der gerissenen Bauteilabschnitte	107
6.4.1	Annahmen zur Verteilung der Zugfestigkeit	107
6.4.2	Spannungszustand zwischen den Rissen	109
6.4.2.1	Ermittlung der Scheibenspannungen	109
6.4.2.2	Kritik am Verfahren zur Spannungsermittlung	114
6.4.3	Bestimmung des mittleren Rißabstandes	114
6.4.3.1	Übersicht	114
6.4.3.2	Rißabstand ohne Bereiche ungestörten Verbundes	115
6.4.3.3	Rißabstand mit Zwischenbereichen ungestörten Verbundes	118
6.4.3.4	Rißabstand für unterschiedliche Bewehrungsgrade	122
6.4.4	Bestimmung der mittleren Dehnungen und der Dehnsteifigkeit im gerissenen Bereich	123
6.5	Dehnsteifigkeit der Treppenläufe	125
6.5.1	Berechnung der Dehnsteifigkeit	125
6.5.2	Darstellung der Dehnsteifigkeit	125
7	Einfluß verschiedener Parameter	131
7.1	Übersicht	131
7.2	Einfluß der Normalkraft, M-N Kombinationen	133
7.3	Einfluß des Stabdurchmessers der Zugbewehrung	135
7.4	Einfluß der Bewehrungslage	137
7.5	Einfluß einer Druckbewehrung, die bei der Bemessung nicht berücksichtigt wurde	138
7.6	Zeitabhängige Einflüsse aus Kriechen und Schwinden	139
7.7	Zusammenwirken mehrerer Parameter	142
7.8	Einfluß von Podestverformungen und nachgiebigen Auflagerlinien	145
8	Eigenes Näherungsverfahren zur Berücksichtigung der Faltwerkwirkung bei Treppen	149
8.1	Plattenbeanspruchung und vertikale Auflagerkräfte	149
8.1.1	Bestimmung der Biegemomente	149
8.1.2	Bestimmung der vertikalen Auflagerkräfte	155
8.2	Ermittlung der Scheibenbeanspruchung	158
8.2.1	Scheibenbeanspruchung der Läufe	158

8.2.2	Scheibenbeanspruchung der Podeste	159
8.3.	Ermittlung der Torsionsbeanspruchung	162
9	Überprüfung und Bewertung des Näherungsverfahrens	165
9.1	Vergleich der Grenzlaster	165
9.2	Stützmomente an den Knicklinien	167
9.3	Vergleich der Auflagerkräfte	170
9.4	Einfluß der Faltenwirkung auf die Konstruktionspraxis bei Stahlbetontreppen	172
9.4.1	Änderungen der Konstruktion und der Bauverfahren	172
9.4.2	Änderungen der Bewehrung und der Querschnittsmessungen	184
9.5	Erweiterte Nutzung der Faltenwirkung	181
10	Zusammenfassung	189

Literaturverzeichnis

Übersicht zu den Anhängen

Anhang A. Angaben zu den Versuchen

- A1 Materialkennwerte der Versuchskörper
- A2 Auflagerdetail und Anordnung der Auflagerpunkte
- A3 Bewehrung der Versuchskörper
- A4 Anordnung der Dehnmeßstreifen
- A5 Anordnung der Wegaufnehmer

- A6 } Rißbilder
- A7 }

- A8 Betonstauchungen
- A9 Stahldehnungen
- A10 Linien gleicher Durchbiegung für die Podeste

Anhang B. Angaben zur FE - Rechnung

- B1 Knotenbezeichnung und Randelemente
- B2 Hauptbiegemomentenverläufe
- B3 Hauptbiegemomentenverläufe bei verminderter Steifigkeit

Anhang C. Angaben zur Berechnung von Treppen

- C1 Übersicht zum Programmablauf; Beispiel Ergebnisausdruck
- C2 Funktionen der Dehnsteifigkeitsverläufe
- C3 Darstellung der Dehnsteifigkeitsverläufe ohne Rechenwerte
- C4 Elemententeilung für die Podeste zur Berechnung der
Beiwerte in den Tabellen C 5 bis C 8

- C5 } Schnittgrößentabellen für Podestplatten mit Randfedern
- C6 }
- C7 }

- C8 Übersicht zum Rechenverfahren und Berechnungsbeispiel

Abmessungen und Querschnittswerte

a	Rißabstand
b	Breite
b_A	Breite des Treppenauges
c_b	Betondeckung
c_1	Länge eines Abschnittes mit ungestörtem Verbund
d	Plattendicke
h	statische Nutzhöhe
d_1, d_2	d - h Abstand der Bewehrung vom Querschnittsrand
d_s	Durchmesser der Bewehrung
l	Länge
x	Höhe der Druckzone
x_1	Einleitungslänge
A	Fläche
I	Trägheitsmoment
W	Widerstandsmoment
U_s	Stabumfang der Bewehrung

Festigkeits- und Verformungskenngrößen

A_{10}	Bruchdehnung des Betonstahles (ϵ_{10})
R_e	Streckgrenze des Betonstahles ($\beta_S, \beta_{0,01}$)
R_m	Zugfestigkeit des Betonstahles
β_W	Würfeldruckfestigkeit des Betons
β_c	Zylinderdruckfestigkeit
β_p	Prismendruckfestigkeit
β_Z	zentrische Zugfestigkeit des Betons
β_{BZ}	Biegezugfestigkeit des Betons
β_5	5% - Fraktilwert der Biegezugfestigkeit
β_{95}	95% - Fraktilwert der Biegezugfestigkeit
E	Elastizitätsmodul
E_0	Elastizitätsmodul im Ursprung der σ - ϵ Linie
Φ_{f0}	Grundfließzahl
$\Phi(t)$	Kriechzahl
ϵ_{s0}	Grundswindmaß

Lasten und Schnittgrößen

D	Druckkraft
F	Pressenlast im Versuch
H	Horizontalkraft
M	Biegemoment

N	Normalkraft
R_C	resultierende Federkraft über die Laufbreite
T	Verbundkraft
Z	Zugkraft
m	Biegemoment je m
q	Querkraft je m

Steifigkeiten

K_B	Biegesteifigkeit
K_D	Dehnsteifigkeit
C	Federsteifigkeit
C_0	$A_b E_0$, Federsteifigkeit des reinen Betonquerschnittes

Spannungen, Dehnungen und Verschiebungen

σ	Normalspannung
$\sigma_{sR}^{(1)}$	Erststahlspannung
τ_v	Verbundspannung
τ_{v0}	Anfangswert der Verbundspannung
ϵ	Dehnung
v	Verschiebung zwischen Stahl und Beton
	Variationskoeffizient
κ	Krümmung
w	Durchbiegung
	Rißbreite

Beiwerte und bezogene Größen

α	
δ	
$\mu = A_s / b d$	Bewehrungsgrad
	Querdehnzahl des Betons
c	Beiwert für die Bestimmung der Zugfestigkeit
f_E	Beiwert zur Umrechnung des E-Moduls in ein flächengleiches Rechteck
f_R	bezogene Rippenfläche

$C_u^{(D)}$	Beiwerte zur Ermittlung der Spannungen in der Betonscheibe zwischen den Rissen
$C_u^{(T)}$	
$C_u^{(Sd)}$	
$r_m^{(D)}$	
$r_m^{(T)}$	

$n = E_s/E_b$
Exponent für parabelförmige Spannungs- Dehnungslinie des Betons
Einflußbeiwerte zur Berechnung der Dehnsteifigkeit

f_N Normalkraft
 f_{ds} Stabdurchmesser
 f_{d1}/d Bewehrungslage
 f_{Db} Druckbewehrung
 f_K Kriechen
 f_{sh} Schwinden

mehrfach auftretende Indizes

b Beton
i ideell
L Treppenlauf
m mittlere(r)
P Treppenpodest
R Riß
s Stahl
Schwinden
S Streckgrenze, $0,2 \text{ } ^\circ/\text{ } _{\infty}$ Dehngrenze
u Bruch
unten
x x-Richtung
y y-Richtung
z z-Richtung
H Horizontalkomponente
V Vertikalkomponente
(1) Zustand 1
(2) Zustand 2

Hier nicht aufgeführte Bezeichnungen werden im Text erläutert.

1 Einleitung

1.1 Allgemeines

Zur Überwindung des Höhenunterschiedes müssen in mehrgeschossigen Bauwerken zwischen den verschiedenen Ebenen Rampen oder Treppen angeordnet werden. Dabei dienen die schrägen Flächen der Rampen vorwiegend dem Fahrverkehr und bleiben im Innern von Gebäuden wegen ihrer großen Länge und der flachen Steigung ($< 20^\circ$) lediglich vereinzelt Sonderaufgaben vorbehalten. Treppen dienen dagegen ausschließlich dem Personenverkehr. Sie bestehen aus den mit Stufenkeilen versehenen Läufen, die den Höhenunterschied überwinden und darüberhinaus in der Regel auch aus Podesten, mit denen die Läufe unterteilt werden und der Übergang zur jeweiligen Bauwerksebene hergestellt wird. Den einfachsten Grundtyp bildet die einläufige Treppe mit geradem Lauf. Trotz der eindeutig bestimmten Funktion der Treppen, ist daneben eine Vielzahl verschiedener auf die Belange der einzelnen Bauwerke abgestimmter Ausführungsvarianten möglich.

Um angesichts dieser Vielfalt die Funktion der Treppen zuverlässig gewährleisten zu können, wurden bereits frühzeitig Regeln und Empfehlungen abgeleitet, die auch heute nach langjähriger Überlieferung als bewährte Maßstäbe für die Architektur von Treppen gelten /53,54,91/. Sie wurden im Hinblick auf die menschliche Schrittlänge, den geringsten Kraftaufwand beim Treppensteigen oder die ausreichende Sicherheit beim Absteigen entwickelt und sichern eine bequeme und gefahrlose Begehbarkeit der Treppen. Als Beispiel sei hier nur die wohl verbreitetste Formel - die Schrittmaßregel - angegeben. Sie geht davon aus, daß das mittlere menschliche Schrittmaß bei Bewegung in der Ebene etwa 60 cm bis 65 cm beträgt und sich bei ansteigendem Weg um jeweils das Doppelte des Steigungsmaßes verkürzt. Daraus ergibt sich die folgende Beziehung:

$$2 S + A \approx 63 \text{ cm} \quad \text{mit} \quad \begin{array}{l} S = \text{Steigungshöhe} \\ A = \text{Auftrittsbreite} \end{array}$$

Industriebauten, Waren- und Bürohäuser, sowie Ausstellungs- und Mehrzweckgebäude benötigen große uneingeschränkt nutzbare Flächen ohne störende Unterbrechungen. Ebenso wie bei mehrgeschossigen Wohnbauten mit Aufzugsanlagen wird daher die vertikale Erschließung dieser Bauwerke weitgehend punktuell konzentriert. Die einfachste Lösung hierzu bildet die Führung der Treppe in einem Treppenturm oder -schacht, der in der Regel auch für die Standsicherheit der Bauwerke von großer Bedeutung ist, da er als verformungsarmes, steifes Bauteil entscheidend zur Stabilisierung gegenüber horizontalen Lastwirkungen beitragen kann. Ausgehend von diesen

Randbedingungen, aber auch im Hinblick auf die sparsame Raumausnutzung erfolgt die Zuordnung der Einzelbauteile bei Treppen sehr häufig entsprechend der Darstellung in Bild 1.1, mit der auch die Vielfalt der statischen Systeme angedeutet wird, die selbst bei einer Beschränkung auf diese Treppenordnung noch möglich ist. Geringere Bedeutung ist allerdings den Systemen beizumessen, die die Anordnung von Balken erfordern oder bei denen die Läufe in die seitlichen Wände einbinden /18,19,40/.

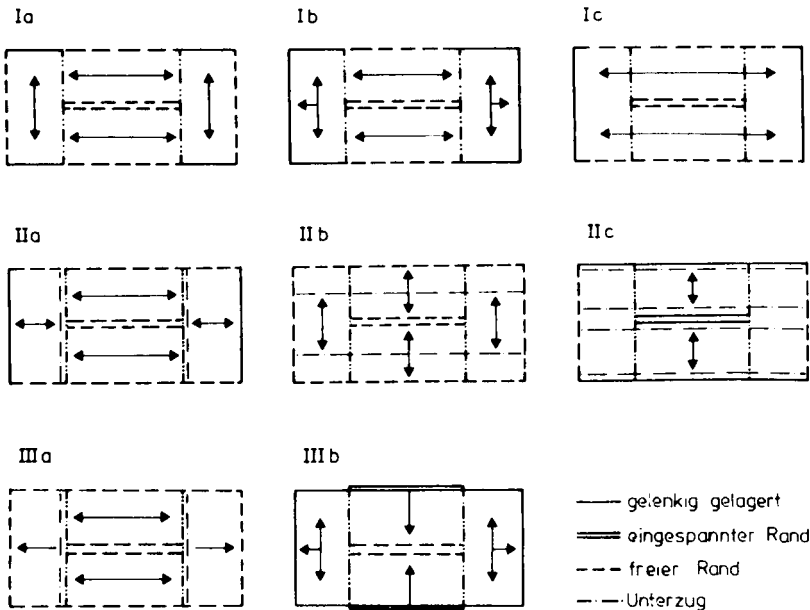


Bild 1.1: Grundriß gerader, gegenläufiger Plattentreppen mit Podesten, Auflagemöglichkeiten und statische Systeme

Bibl. d. TU.
Braunschweig

Balken schränken die Durchgangshöhe ein und sind aus optischen Gründen unerwünscht. Schräge Schlitzte, die für die Auflagerung der Läufe in Mauerwerkswänden notwendig wären, behindern ebenso wie Anschlußbewehrung in wechselnden Höhen den Baufortschritt bei Stahlbetonwänden insbesondere dann erheblich, wenn diese in Gleitbauweise erstellt werden. Die Auflagerung erfolgt daher, wie bei den Systemen Ia bis Ic in Bild 1.1, meist ausschließlich über die Podeste. Wegen der geringeren Stützweiten werden in der Baupraxis die Systeme nach Ia und Ib wesentlich häufiger hergestellt als das System nach Ic. Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich daher vor-

wiegend mit dem Tragverhalten solcherart ausgeführter Stahlbetontreppen, die als gerade, gegenläufige Plattentreppen bezeichnet werden. Dabei soll die gewählte Darstellung der abgeleiteten Beziehungen und Modellvorstellungen jedoch auch eine einfache Erweiterung und Anwendung auf die Berechnung von Treppen mit gegenüber Bild 1.1 abweichender Anordnung der Läufe und Podeste ermöglichen.

1.2 Zielsetzung und Überblick zur vorliegenden Arbeit

Flächentragwerke aus zueinander abgewinkelten Ebenen werden als Faltwerke bezeichnet. Ihr Tragverhalten wird durch die Plattentragwirkung senkrecht zu den Mittelflächen und durch die Scheibentragwirkung parallel zu den Mittelflächen bestimmt. Da die Tragfähigkeit ebener Tragwerke in ihrer Ebene deutlich größer ist als senkrecht zu den Mittelflächen, entsteht daraus bei Faltwerken entlang der Knicklinien eine Stützung der Einzelbauteile, die zu erheblich verringerten Durchbiegungen führt, so daß sich senkrecht zu den Knicklinien eine Durchlaufwirkung ausbildet. Diese günstige Tragwirkung wurde zuerst von Craemer /9/ und Ehlers /14/ aufgezeigt. Bereits wenige Jahre später wies Suenson /95/ auf die Möglichkeit hin, den günstigen Einfluß der Faltwerkwirkung auch für die Berechnung von Treppen auszunutzen. Obwohl seitdem in verschiedenen Arbeiten /7,8,19,24/ weitere Hinweise und Modellvorstellungen insbesondere zur Abschätzung der Horizontalkräfte aus den Stützkraften in den schrägen Läufen entwickelt wurden, wird die Faltwerkwirkung bisher bei Treppberechnungen kaum ausgenutzt.

Daher führen Tragmodelle, die nur die Plattentragwirkung erfassen, zu hohen Bewehrungskonzentrationen auch in Bauteilbereichen, die bei Beachtung der stützenden Scheibentragwirkung deutlich entlastet werden. Die Zielsetzung der vorliegenden Arbeit besteht deshalb darin, ein Verfahren zur Treppberechnung zu entwickeln, das die Faltwerkwirkung an einem einfachen Modell beschreibt und so eine verbreitete Ausnutzung dieser günstigen Tragwirkung ermöglicht.

Ausgehend von einem Überblick zu den derzeit bestehenden Berechnungsverfahren und einer Darstellung der üblichen Konstruktionspraxis in Abschnitt 2, werden in Abschnitt 3 die für diese Arbeit interessierenden Grundlagen des Materialverhaltens zusammengestellt. Mit den Ergebnissen eines experimentellen und theoretischen Studiums wird in den Abschnitten 4 und 5 ein Modell für Treppentragwerke abgeleitet, das beide Tragwirkungen erfaßt. Die Berücksichtigung von Steifigkeitsänderungen infolge Rißbildung des Stahlbetons wird in den folgenden Abschnitten behandelt. Ein auf die Anwendung in der Baupraxis zielendes wirklichkeitsnäheres Rechenverfahren wird in Abschnitt 8 angegeben und anhand der Ergebnisse aus den eigenen Versuchen überprüft. Für die Konstruktion von Treppen werden eine Vereinfachung der Beweh-

rungsführung und erhebliche Bewehrungseinsparungen angestrebt. Die Modellbildung soll darüberhinaus eine Übertragung der einzelnen Elemente des Modells auf vergleichbare Problemstellungen bei solchen Bauwerken ermöglichen, deren Flächentragwerke ebenfalls durch Scheiben- und Plattentragwirkungen beansprucht werden. Abschnitt 9 enthält hierzu entsprechende Hinweise.

2 Übersicht zum bisherigen Kenntnisstand

2.1 Voraussetzungen für analytische Lösungen zur Faltwerkberechnung

Bereits unmittelbar nachdem über die Ausnutzung der Faltwerkwirkung bei Silozellen berichtet worden war, wurden erste analytische Lösungen zur Berechnung von Faltwerken entwickelt /9,14/. Eine umfassende Übersicht hierzu gibt Born /7,8/. Danach können für die Berechnungsverfahren folgende vorwiegend vom Formänderungsverhalten entlang der Kanten charakterisierte Faltwerkstypen unterschieden werden:

a) Balken

Die Betrachtung des Faltwerks als Balken mit geradliniger Spannungsverteilung unterstellt einen formtreuen Querschnitt und kann allenfalls bei langen Faltwerken mit großer Stützweite und abgeschotteten Querschnitten zutreffende Ergebnisse liefern.

b) Faltwerke mit unverschieblichen Kanten

Auch diese Idealisierung ist nur in Sonderfällen erfüllt. Die Plattenbeanspruchung wird dabei in der Regel unter der Annahme einer Durchlaufwirkung auf starrer Stützung senkrecht zu den Kanten bestimmt.

c) Faltwerke mit vernachlässigbaren Kantenverschiebungen

Bei diesen Systemen wird an den Kanten eine starre Stützung für die Tragwirkung senkrecht zu den Kanten unterstellt. Die wichtigste Voraussetzung für eine Vernachlässigung der Verschiebung ist in einem großen Neigungswinkel zwischen unmittelbar benachbarten Scheiben zu sehen. Als Grenzwert wird hierzu gelegentlich ein Winkel von etwa 40° angegeben. Auch Querschotte und Randscheiben wirken sich günstig aus. Sonderformen wie etwa geschlossene und pyramidenische Faltwerke, die ebenfalls geringere Kantenverformungen aufweisen, sind im Hinblick auf die in dieser Arbeit zu beurteilenden Treppensysteme ohne Bedeutung.

d) Faltwerke mit verschieblichen Kanten

Bei diesen Systemen muß eine zutreffende Berechnung den Einfluß der nachgiebigen Kanten auf die senkrecht hierzu wirkenden Plattenbiegemomente und die Scheibenbeanspruchung berücksichtigen.

Berechnungsverfahren nach d) wurden vor allem für prismatische Faltwerke abgeleitet. Diese werden aus rechteckigen, ebenen Tragwerken mit längs ihrer Spannweite unveränderlichen Querschnitten gebildet. Dabei werden i.a. die folgenden Annahmen getroffen:

- Die einzelne Scheibe (Dicke $d < \text{Höhe } h < \text{Stützweite } l$) wird als Balken mit linearer Spannungsverteilung über die Scheibenhöhe h betrachtet.
- Randscheiben und Querscheiben sind in ihrer Ebene starr jedoch torsionsweich.
- Die Belastung ist für alle Scheiben in Längsrichtung affin
- Die Plattenbiegemomente m_x in Längsrichtung, die Querkraft q_x , die Drillmomente m_{xy} und die Schubverzerrung werden vernachlässigt.

2.2 Berechnung von Treppen mit Berücksichtigung der Faltwerkwirkung

Die in Abschnitt 2.1 unter a), b) und c) aufgeführten Voraussetzungen sind bei Treppenfaltwerken nicht erfüllt. So ist z. B. die Neigung der Läufe in der Regel kleiner als 40° , und den Querschotten oder Randscheiben vergleichbare Bauteile sind allenfalls in Einzelfällen vorhanden. Im Vergleich zu den Voraussetzungen gemäß 2.1 d) weisen die Einzelbauteile Lauf und Podest nicht nur verschiedene Lagerungsbedingungen auf. Sie haben auch unterschiedliche Haupttragrichtungen. Außerdem können die Einzelelemente für die Erfassung der Scheibentragwirkung häufig nicht mehr als schlanke Balken angesehen werden, sondern stellen gedrungene Scheiben dar.

Alle bisher bekannt gewordenen Lösungsansätze, die versuchen, die Faltwerkwirkung auch bei der Treppenberechnung zu nutzen, gehen daher von weitreichenden Näherungen und Vereinfachungen aus. Eine ausführliche Zusammenstellung der bestehenden Näherungsverfahren enthält /40/. Stellvertretend sei hier nur das Tragmodell von Fuchssteiner /19/ erläutert. Es ist für die bisher unterstellten Annahmen als charakteristisch anzusehen und erweitert das Verfahren von Suenson /95/.

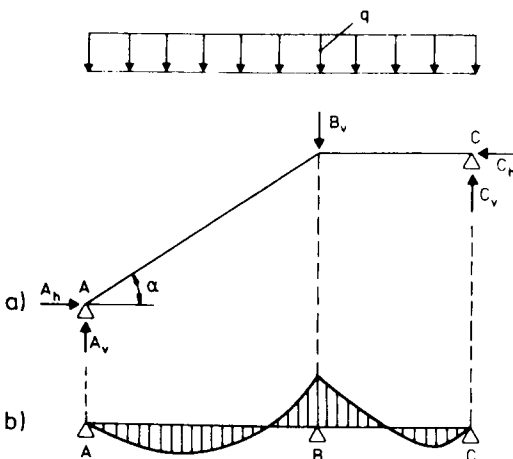


Bild 2.1:

Momenten- und Normalkraftverlauf für das Sprengwerk einer geraden einläufigen Podesttreppe

Ausgehend vom Sprengwerk in einer einläufigen Treppe mit anschließendem Podest gemäß Bild 2.1 entwickelte Fuchssteiner auch für gerade, gegenläufige Treppen ein Tragmodell aus Spreng- und Hängewerken. Diese verlaufen bei umlaufender Auflagerung entsprechend Bild 2.2 schräg durch die Ecken der Laufplatten und parallel zu dieser so festgelegten Linie.

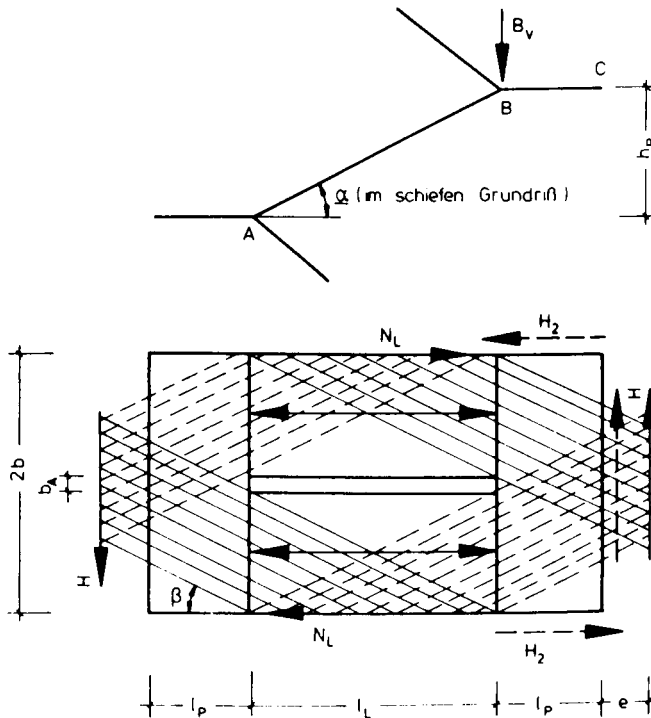


Bild 2.2: Statisches System der gegenläufigen Plattentreppe mit Spreng- und Hängewerken nach Fuchssteiner /19/

Mit dem im schiefen Grundriß gemessenen Winkel α und den Bezeichnungen nach Bild 2.2 ergeben sich die folgenden Beziehungen für die Normalkräfte der Spreng- und Hängewerke.

$$N_{AB} = B_V : \sin \alpha$$

$$\tan \alpha = \sqrt{\frac{h_P}{(l_L + l_P)^2 + b^2}}$$

$$N_{BC} = B_V \cdot \cot \alpha$$

Bei Vollbelastung erhält man die Resultierenden wie folgt:

$$H = 2 \cdot N_{BC} \cdot \sin \beta = B_V \cdot \frac{2 \cdot b}{h_P} \quad (2.1)$$

$$N_L = H \cdot \frac{\cot \beta}{\cos \alpha} = B_V \cdot \frac{2}{h_P} \cdot \sqrt{(l_L + l_P)^2 + h_P^2} \quad (2.2)$$

Verschiebt man die Kraft H um das Maß e in die Podestkante, treten noch die Zusatzkräfte H_2 auf:

$$H_2 = H \cdot \frac{e}{2 \cdot b - b_A} = B_V \cdot \frac{(l_L + l_P) \cdot (1 + b_A/b) - 2l_P}{h_P \cdot (2 + b_A/b)} \quad (2.3)$$

Binden die Läufe nicht seitlich in die Wände ein, können die Kräfte N_L nicht mehr direkt vom Lauf auf die Wand übertragen werden. Die Schubkraft H_2 an der Podestschmalseite errechnet sich dann wie folgt:

$$H_2 = B_V \cdot \frac{b}{h} \cdot \frac{2 \cdot l_P + l}{2 + b_A/b} \quad (2.4)$$

In den Gleichungen 2.1 bis 2.4 ist noch die resultierende Auflagerkraft B_V an der Knicklinie B als Unbekannte enthalten. Ihre Größe wird entscheidend vom Formänderungsverhalten entlang der Knicklinien beeinflusst. Für die Bestimmung der horizontalen Auflagerkräfte und der Scheibenbeanspruchung des Treppensystems liegt die Annahme einer starren Auflagerung an den Knicklinien zur Ermittlung der Resultierenden auf der sicheren Seite /36/. Die Annahme starrer Stützung an den Knicklinien ist für eine wirklichkeitsnähere Erfassung der Plattenbeanspruchung jedoch ungeeignet.

Nur Tragmodelle, die sowohl die Scheiben- als auch die Plattenbeanspruchung zuverlässig erfassen, können als geeignete Grundlage für Berechnungsvorschläge angesehen werden, wenn die Faltwerkwirkung bei Treppen zukünftig besser erfaßt werden soll und ihre Ausnutzung nicht wie bisher Ausnahmen /6/ vorbehalten bleiben soll.

2.3 Berechnung von Treppen ohne Berücksichtigung der Faltwerkwirkung

2.3.1 Berechnungsverfahren

Es wurden bisher zahlreiche Verfahren entwickelt, die ausschließlich die Plattentragwirkung der Treppensysteme berücksichtigen /17,40,45,74,102/. Eine ausführliche Übersicht, in der auch Arbeiten behandelt wurden, die sich mit Teilaspekten des Tragverhaltens von Treppen beschäftigen /20,40/, enthält /36/. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit interessieren diese Verfahren, um die Vorteile aufzuzeigen, die sich bei Ausnutzung der Faltwerkwirkung ergeben.

Podeste übernehmen
Lasten aus Treppenlauf

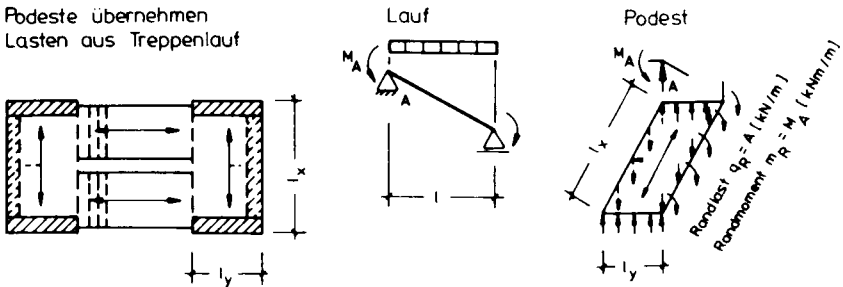


Bild 2.3: Treppensystem ohne Faltwerkwirkung, Belastung der Podestplatte mit Randlast q_R und Randmoment m_R

Im Beispiel dazu nach Bild 2.3 sind die Läufe einachsig gespannt und auf den Podesten aufgelagert. Die Podestplatten werden jeweils durch eine Randlinienlast q_R und ein Randlinienmoment m_R aus den Laufplatten belastet. Zur Schnittgrößenermittlung dieser Platten können bestehende Tafelwerke /10,93/ genutzt werden.

Auch mit der Bruchlinientheorie /29/ wurde bisher bei Treppenberechnungen in der Regel nur die Plattentragwirkung berücksichtigt /25/, obwohl die Erfassung der Scheibentragwirkung grundsätzlich möglich ist /52/. Dabei erschwert jedoch die nachgiebige Stützung die Festlegung der Bruchlinien. Die Bruchfigur und der Verlauf des Bruchliniennetzes bestimmen die zutreffende Einschätzung der Bruchlast. Sie ergibt sich aus der inneren Arbeit der Biegemomente entlang der Bruchlinien. Für ihre Berechnung werden die elastischen Verformungen vernachlässigt und das ideal elastoplastisch angenommene Material wird auf ganzer Länge als plastifiziert unterstellt.

Aus Treppenberechnungen nach der Bruchlinientheorie ergeben sich, auch wenn nur die Plattentragwirkung angesetzt wird, höhere Bruchlasten als für Systeme gemäß Bild 2.3 nach der Elastizitätstheorie /25/. Neben der unterschiedlichen Definition des Grenzzustandes ist dies unter anderem auf den Fortfall der Lastkonzentration entlang der Knicklinien zurückzuführen, die sich sonst aus den Linienlasten der Läufe ergibt. Ergänzende Betrachtungen sind bei Anwendung der Bruchlinientheorie jedoch zum Verhalten unter Gebrauchslasten erforderlich.

2.3.2 Auswirkungen auf die Konstruktionspraxis

Die Berechnung von Treppen mit den vereinfachten Verfahren, die nur die Plattentragwirkung berücksichtigen, hat auch erhebliche Auswirkungen auf die derzeitige Konstruktionspraxis. So erfordern die Linienlast und das Linienmoment am Podestrand bei großen Stützweiten die Ausbildung von Unterzügen entlang der Knicklinie. Da jedoch in der Untersicht hervorragende Balken oft nicht akzeptiert werden, versucht man in der Regel mit sogenannten "versteckten oder deckengleichen Unterzügen" auszukommen. Diese Unterzüge werden entsprechend Bild 2.4 in der Plattendicke untergebracht und sollen durch eine infolge des Bewehrungsgehaltes erhöhte Biegesteifigkeit bevorzugte Lastabtragrichtungen vorgeben.

Untersuchungen von Kordina/Fröning /34/ und Stiglat /94/ haben gezeigt, daß die üblichen Berechnungsverfahren für deckengleiche Unterzüge - Vernachlässigung der Durchbiegung des deckengleichen Unterzuges bei der Plattenberechnung und Anwendung der Balkentheorie bei der Berechnung des deckengleichen Unterzuges - das wirkliche Tragverhalten falsch einschätzen. Trotz starker Rißbildung der Platte im Bruchzustand reicht die Steifigkeitserhöhung gegenüber der Platte aus der Bewehrungskonzentration nicht aus, um das üblicherweise vorausgesetzte Tragverhalten zu erfüllen. Insbesondere das Verhalten im Gebrauchszustand wird nicht richtig erfaßt.

Wenn man als Konsequenz aus diesen Erkenntnissen auf versteckte Unterzüge verzichtet und die Podeste nach der Plattentheorie berechnet, ergibt sich bei Systemvorstellungen entsprechend Bild 2.3 eine große Podestdicke und eine Bewehrungskonzentration parallel zur Knicklinie.

Daneben wird auch die Bewehrung senkrecht zu den Knicklinien entscheidend von den zur Berechnung getroffenen Vereinfachungen geprägt. Die Vernachlässigung der stützenden Scheibentragwirkung ergibt bei entsprechenden Verhältnissen zwischen den Biegesteifigkeiten und Stützweiten senkrecht zu den Knicklinien positive Momentenbeanspruchungen mit Biegezugkräften an der Plattenunterseite. Nach /39/ kann bei solcherart beanspruchten abgewinkelten Rahmenecken nur mit der schlaufenartigen Bewehrungsführung gemäß Bild 2.5 eine zufriedenstellende Über-

einstimmung zwischen der rechnerischen Bruchlast und den tatsächlich erreichbaren Traglasten hergestellt werden. Dagegen ist die Bewehrungsführung für eine negative Momentenbeanspruchung deutlich einfacher.

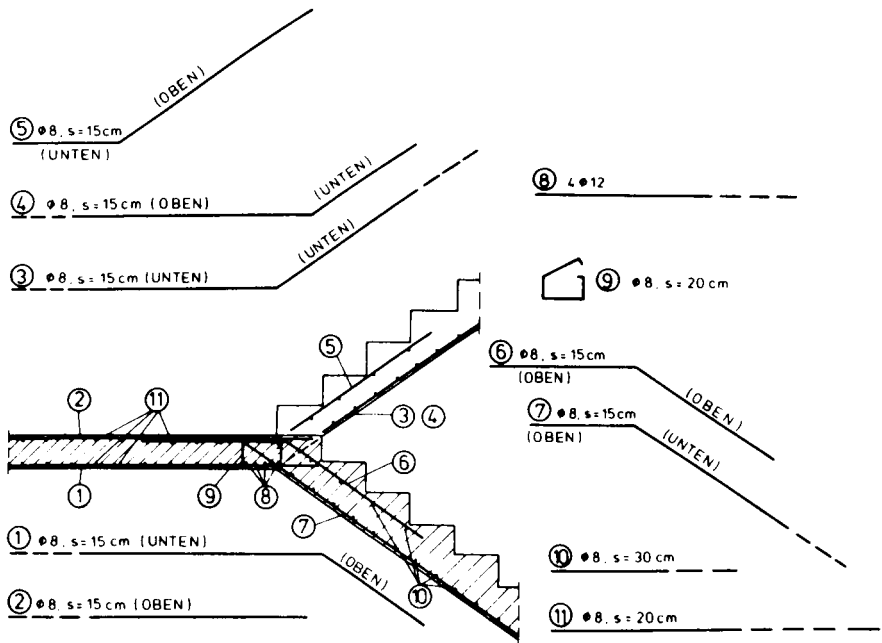


Bild 2.4: Bewehrung einer Treppe mit verstecktem Unterzug

Die Darstellungen in den Bildern 2.4 und 2.5 zeigen, daß die Vernachlässigung der Faltwerkwirkung bei Anwendung einfacher Näherungen, z.B. entsprechend Bild 2.3, außer einer Erhöhung des Bewehrungsgehaltes auch eine aufwendigere Bewehrungsführung im Bereich der Knicklinien erfordert. So kann der Einbau der Schlaufen und Bügel im Durchdringungsbereich zwischen Lauf und Podest nur bei Verwendung von Einzelstabbewehrung erfolgen, wodurch die Schematisierung und Vorfertigung der Bewehrung sowie die Verwendung von Betonstahlmatten erschwert wird. Dagegen erhöht sich der Anteil der lohnintensiven Bewehrungsarbeiten. Berücksichtigt man, daß in den vergangenen Jahren gerade die Lohnkosten zur Verteuerung der Bewehrungsarbeiten beigetragen haben /85/, so wird deutlich, daß der Einbau von Schlaufen, Bügeln und Einzelstäben die Wirtschaftlichkeit in wesentlich höherem Maße beeinträchtigt, als es dem Gewichtsanteil dieser Bewehrungselemente an der gesamten Treppenbewehrung entspricht. Die Entwicklung eines Verfahrens zur An-

3 Materialverhalten von Beton und Betonstahl

3.1 Allgemeines

Die Angaben zum Materialverhalten werden nachfolgend zur Beurteilung der Versuchsergebnisse in Abschnitt 4 und zur Modellierung des Tragwerks in den Abschnitten 6 und 7 zusammengestellt. Für die Versuchsbewertung interessieren zunächst die Festigkeitseigenschaften von Beton und Stahl. Für die Modellbildung werden daneben noch Angaben zu den Spannungs-Dehnungsbeziehungen und zur wirksamen Betonzugfestigkeit benötigt. Darüberhinaus erfordert die Erfassung der Mitwirkung des Betons auf Zug auch Aussagen zum Verbundverhalten und zur Verbundspannungsverteilung in den Einleitungsstrecken.

3.2 Beton unter kurzzeitiger Beanspruchung

3.2.1 Spannungs- Dehnungsbeziehung für einachsigen Druck

Die Kraftübertragung erfolgt bei Beton vorwiegend über die im Vergleich zum Zementstein steiferen Zuschläge. Die ungleichmäßige Verteilung der Zuschlagkörner ruft deshalb bereits bei einachsiger Druckbeanspruchung Zugspannungen im Betongefüge hervor. Nach /15/ sind für die Veränderung des Gefüges vier Phasen zu unterscheiden, die die Festigkeits- und Verformungseigenschaften entscheidend beeinflussen:

- elastische Verformung der Zementsteinmatrix
- Ablösung des Zementsteins vom Zuschlag, Bildung von Mikrorissen
- Ausdehnung der Rißbildung auf den Zementstein
- Rißbildung im Gesamtgefüge

Berücksichtigt man die Vielzahl der möglichen Randbedingungen so wird verständlich, daß trotz der heute gegebenen Möglichkeit, Beton für bestimmte einzelne Anforderungen zielsicher herzustellen, Materialkennwerte nur Grenzwerte oder abgesteckte Beanspruchungsbereiche wirklichkeitsnah wiedergeben.

Beton wird vor allem wegen der außerordentlich hohen Druckfestigkeit als Konstruktionswerkstoff verwendet. Sie wird in einachsigen Kurzzeitversuchen an Würfeln, Prismen oder Zylindern bestimmt. An diesen Prüfkörpern werden unterschiedliche Festigkeiten infolge abweichender Querdehnungsbehinderung aus der Reibung der Bela-

stungsplatten, ermittelt. Die Umrechnungsfaktoren werden hier angegeben, um die Einordnung der bei den Versuchen bestimmten Festigkeiten zu erleichtern /46,105/:

$$\begin{aligned}\beta_{W200} &= 1,25 \beta_C && \text{für Betongüten} \leq B 15 \\ \beta_{W200} &= 1,18 \beta_C && \text{für Betongüten} > B 15 \\ \beta_C &\approx 1,00 \beta_P && (\text{Zylinder mit } h = 300, d = 150 \text{ mm;} \\ &&& \text{Prismen mit } h/b \approx 4) \\ \beta_{W200} &= 0,85 \beta_{W100} \\ \beta_{W200} &= 0,95 \beta_{W150}\end{aligned}\tag{3.1}$$

Die Ableitung von Spannungs - Dehnungsbeziehungen (nachfolgend als SDL bezeichnet) war neben der Festigkeitsermittlung Gegenstand zahlreicher Forschungsarbeiten. Hier sei vor allem auf Ergebnisse von Rasch /69/ und Grasser /22/ hingewiesen, die zur Festlegung des Parabel - Rechteckdiagramms in DIN 1045 herangezogen wurden. Die von Rasch /69/ ermittelten SDL wurden für verschiedene konstante Dehnungsgeschwindigkeiten angegeben.

Timm /98/ vergleicht das Parabel - Rechteckdiagramm nach DIN 1045 mit den SDL von Grasser /22/ und Popovics /60/. Er zeigt, daß zwischen allen Linien bis zum Erreichen der Prismendruckfestigkeit β_P eine gute Übereinstimmung besteht. Deutliche Unterschiede stellen sich erst im Bereich des "abfallenden Astes" $\epsilon > \epsilon_{bS}$ der Kurven ein, der bei weggesteuerten Versuchen erfaßt werden kann und dessen Erscheinung auch als "strain - softening" bezeichnet wird. Für die hier interessierende Entwicklung eines Tragmodells zur Berechnung gerader, gegenläufiger Plattentreppen erscheint eine Vernachlässigung des "strain - softening" Effektes vertretbar, da solche Treppen überwiegend als schwach bewehrte Bauteile ausgeführt werden, die eine Ausnutzung des Rotationsvermögens bis zu Dehnungen, bei denen "strain - softening" zu beobachten ist, nicht zulassen. Auch ein verformungsbeeinflusstes Versagen ist wegen des geringen Normalkraftanteils auszuschließen (siehe hierzu Abschnitt 6.2.3).

Entscheidend für die Zielsetzung dieser Arbeit ist vielmehr die zutreffende Erfassung des Verformungsverhaltens unter Gebrauchslast, um damit die Stützung infolge Scheibentragwirkung für diesen Beanspruchungszustand, mit dem die zur Bemessung maßgebende Schnittgrößenverteilung bestimmt wird, wirklichkeitsnäher zu beschreiben.

Die Eignung einer SDL zur Verformungsberechnung und zur Beschreibung des Verhaltens unter Gebrauchslasten wird von der ersten Ableitung der Funktion $d\sigma/d\epsilon$ bestimmt. Sie beschreibt die Veränderung des als Anfangssteigung der SDL aufgefaßten Elastizitätsmoduls E_{b0} in Abhängigkeit der Dehnung ϵ_b . Die in Bild 3.1 erkennbare

Abweichung des Parabel - Rechteckdiagramms verdeutlicht, daß dieser Ansatz ausschließlich für Nachweise im Grenzzustand der Tragfähigkeit zutreffende Ergebnisse liefert. In DIN 1045 und /23/ ist deshalb für Verformungsberechnungen ein gesonderter Elastizitätsmodul E_b festgelegt, der deutlich über der Anfangssteigung ($1000 \cdot \beta_R$) des Parabel - Rechteckdiagramms für die Bemessung liegt.

Von Quast /63/ wurde eine Funktion angegeben, die von den Parametern β_R , ϵ_{bS} , ϵ_{bU} und n abhängt und eine Anpassung des Parabel - Rechteckdiagramms an beliebige Anfangssteigungen über die Variation des Exponenten n der Parabel erlaubt. Dabei wird für $n = 2$ auch der DIN 1045 entsprechende Kurvenverlauf erfaßt. Bild 3.1 zeigt den Funktionsverlauf und die Erweiterung des Ansatzes zur Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons auf Zug.

In Bild 3.2 sind die ersten Ableitungen der Funktionen verschiedener SDL aufgetragen. Dabei ergeben sich bis zum Erreichen der Prismenfestigkeit β_P nur geringe Abweichungen zwischen den verschiedenen SDL. In den Berechnungen und Querschnittsanalysen der vorliegenden Arbeit wird die SDL nach Bild 3.1 verwendet.

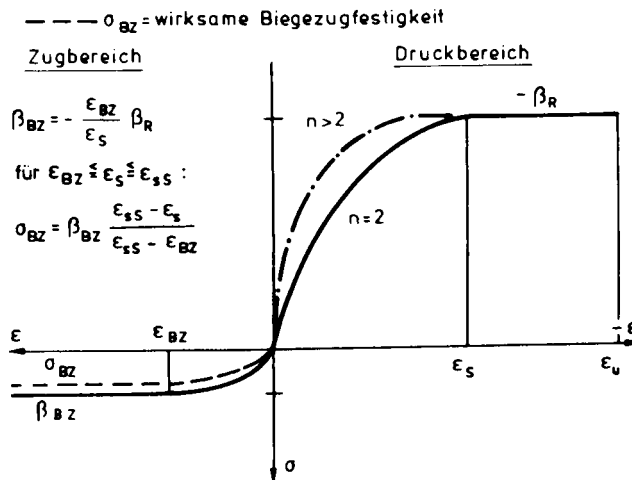


Bild 3.1: Parabel - Rechteckdiagramm nach /63/

Ihr Verlauf wurde so festgelegt, daß die größte Druckspannung bei einer Dehnung von $\epsilon_{bS} = 2.0 \sigma / \sigma_{\infty}$ jeweils den in DIN 1045 genannten Rechenwert β_R erreicht. Er ergibt sich aus der Prismenfestigkeit β_P , wenn diese mit dem Faktor 0.80 für den Einfluß der Dauerstandfestigkeit vermindert wird. Einen Vergleich des nach verschiedenen Quellen als Anfangssteigung der SDL anzusetzenden Elastizitätsmoduls E_{b0}

enthält Tabelle 3.1. In dieser Arbeit wurden die Werte nach DIN 1045 verwendet, da hierfür gemäß DIN 1048 ein Prüfverfahren festgelegt ist und Vergleichswerte somit einfach abgeschätzt werden können.

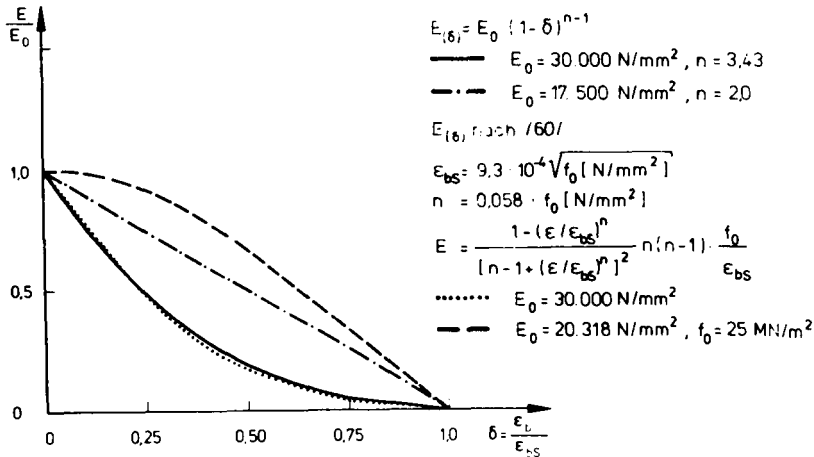


Bild 3.2: Vergleich der Veränderung des E-Moduls ($d\sigma/d\epsilon$)

β_{WN}	B 15	B 25	B 35	B 45	B 55	Bestimmungsgleichung
Quelle	[MN/m ²]					
DIN 1045	26.000	30.000	34.000	37.000	39.000	1) konst.
[46]	22.045	28.460	33.675	38.184	42.214	2) 18000 · $\sqrt{\beta_W}$
[15]	21.567	27.843	32.944	37.355	41.298	2) 19100 · $\sqrt{\beta_P}$ $\beta_P = 0,85\beta_{WN}$
[15]	23.712	30.612	36.221	41.071	45.406	21000 · $\sqrt{\beta_P}$ 2), 3)
CEB/EC2	27.017	30.500	33.500	36.000	37.800	4)

- 1) Zuschlag nach DIN 4226, Teil 1; 2) β in [kp/cm²]
- 3) für exzentrische Belastung
- 4) $E_{cm} = 9,5(f_{ck} + 8)^{1/3}$; (E_{cm} in GPa, f_{ck} in MPa)

Tabelle 3.1: Berechnung des Elastizitätsmoduls E_{b0} nach verschiedenen Bestimmungsgleichungen

3.2.2 Zugfestigkeit des Betons

Die Betonzugfestigkeit β_Z beträgt lediglich einen Bruchteil der Betondruckfestigkeit und ist darüberhinaus nur mit geringerer Zuverlässigkeit vorherzusagen und zu gewährleisten. Die geltenden Regeln /104,107/ fordern daher, auf ihre Berücksichtigung bei den Nachweisen der Tragfähigkeit zu verzichten. Verschiedene Arbeiten der letzten Zeit /28,88/ zeigen jedoch, daß der stillschweigende Ansatz der Betonzugfestigkeit in zahlreichen Fällen unverzichtbarer Bestandteil bewährter Nachweise ist. Daneben ist die Beurteilung der Zugfestigkeit β_Z des Betons auch für die Ermittlung von Zwangsbeanspruchungen und Durchbiegungen /41,59,75/ bedeutsam.

Im Rahmen dieser Arbeit ist die Betonzugfestigkeit β_Z vor allem für die Modellierung der Treppen von Interesse. Sie bestimmt die Ausdehnung der ungerissenen im Zustand 1 verbleibenden Bereiche des Tragwerks und die Höhe der Mitwirkung des Betons auf Zug in den gerissenen Abschnitten.

Angaben zur Größenordnung der Betonzugfestigkeit β_Z werden aus Zugversuchen gewonnen. Hier sei lediglich auf die wichtigsten Arbeiten von Heilmann /26,27/, Rüschi /79/, Kordina/ Ivanyi /35/ und Raphael /68/ hingewiesen und das Verhältnis der aus den Zugversuchen ermittelten Festigkeiten angegeben /15/:

$$\beta_{BZ} = 1,5 - 2,2 \cdot \beta_Z$$

$$\beta_{SZ} \approx 0,6 \cdot \beta_{BZ} \quad (3.2)$$

Die Zugfestigkeit des Betons unterliegt größeren Streuungen als die Druckfestigkeit und zeigt bei einigen Parametern wie etwa dem W/Z - Wert und der Kornform des Zuschlags andere Abhängigkeiten als die Druckfestigkeit. Trotzdem wurde versucht einen Zusammenhang der Zugfestigkeit zu der für den Beton charakteristischen Druckfestigkeit herzustellen. Heilmann /26/ wählte dazu den Ansatz:

$$\beta_Z = c \cdot \beta_W^{2/3} \quad (3.3)$$

Er ermittelte aus Versuchsergebnissen den Beiwert c für den 5^o/_o und den 95^o/_o Fraktilwert sowie den Mittelwert der Betonzugfestigkeit. Von Rüschi /79/ wurde diese Arbeit durch Angabe von Werten, die die Mischungsstreuung des Betons einbeziehen, erweitert. Damit wird berücksichtigt, daß gleiche Betonrezepturen in der Baupraxis verschiedene Druckfestigkeiten ergeben können. Die von Rüschi mitgeteilten Beiwerte c , weisen gegenüber den Werten von Heilmann /26/ einen größeren Variationskoeffizienten auf (siehe Tabelle 3.2). Zur Vorhersage der tatsächlichen Zugfestig-

keit eines Bauwerkbetons ist bei Anwendung dieser Werte zu berücksichtigen, daß sie unter Baustellenbedingungen vor allem durch höhere Eigenspannungen, Temperaturbeanspruchungen und unplanmäßige Vorschädigungen geringer ausfallen kann. Von Mayer /51/ wurde daher vorgeschlagen, den Rechenwert der Biegezugfestigkeit aus einem Grundwert und Einflußfaktoren wie folgt zu ermitteln:

$$\beta_{BZ} = \beta_{BZ}^{(0)} \cdot m_t \cdot m_d \cdot m_E \cdot m_Z \cdot m_S \cdot m_V \cdot m_n \cdot m_D \quad (3.4)$$

Darin erfassen:

- $\beta_{BZ}^{(0)}$ Grundwert, z.B. nach /26/ oder /79/ zu bestimmen
- m_t die Erhärtungszeit
- m_d die Bauteildicke
- m_E Einzellasten
- m_Z die Art und Form der Zuschläge
- m_S die Austrocknungsgeschwindigkeit
- m_V die Belastungsgeschwindigkeit
- m_n Wechsellasten
- m_D Dauerlasten

Für eine Abschätzung, der bei Treppen anzusetzenden Biegezugfestigkeit β_{BZ} wird der Einfluß der verschiedenen Parameter nachfolgend qualitativ kurz aufgezeigt.

Die Zugfestigkeit des Betons wächst im jungen Alter rascher als die Druckfestigkeit. Bei älterem Beton ist eine der Nacherhärtung gegenüber Druckbeanspruchung entsprechende Festigkeitssteigerung nicht zu beobachten. Nach 28 Tagen kann $m_t = 1,0$ angesetzt werden.

Mit zunehmender Bauteildicke d wächst die Größe der Querschnittsbereiche unter Zugspannungen bei gleichzeitiger Veränderung des Dehnungsgradienten /35/. Dadurch wird zum einen die Wahrscheinlichkeit erhöht, daß eine vergleichsweise hohe Zugspannung σ_{BZ} mit verminderter Biegezugfestigkeit β_{BZ} zusammentrifft und zum anderen nimmt die Dehnungsgeschwindigkeit in den einzelnen Querschnittsfasern zu. Von Jahn /28/ wurde der Einfluß des Dehnungsgradienten an einem aus der Bruchmechanik abgeleiteten Modell untersucht. Die in Bild 3.3 dargestellte Abhängigkeit zeigt, daß sich gerade in dem für Treppen interessierenden Bereich zwischen $d = 10\text{cm}$ und $d = 20\text{cm}$ eine deutliche Abnahme der Biegezugfestigkeit β_{BZ} einstellt.

Der von Jahn rechnerisch ermittelte Zusammenhang wurde schon in Untersuchungen von Mayer /51/ und Malcov /48/ gefunden. Weber /101/ verglich den von Noakowski /59/ aufbereiteten Ansatz nach Mayer mit dem von Malcov. Dabei zeigte

sich, daß der Malcov'sche Ansatz kleinere Werte für die Biegezugfestigkeit liefert und die einzuhaltenden Randbedingungen besser annähert, insbesondere den unteren Grenzwert der Biegezugfestigkeit bei dicken Bauteilen. Mit Gl. (3.3) lautet dieser Ansatz von Malcov wie folgt:

$$\beta_{BZ}^d = \left(1 + \frac{a}{h_z}\right) \cdot \frac{c}{2} \cdot \beta_w^{2/3} \quad (3.5)$$

Darin sind

a : Beiwert, der Gleichartigkeit des Materials beschreibt und für mittlere Betongü-
ten zu $a = 5 \text{ cm}$ angenommen wird.

h_z : die Höhe der Zugzone

c : Beiwert z.B. nach Rüschi (s. Tabelle 3.2)

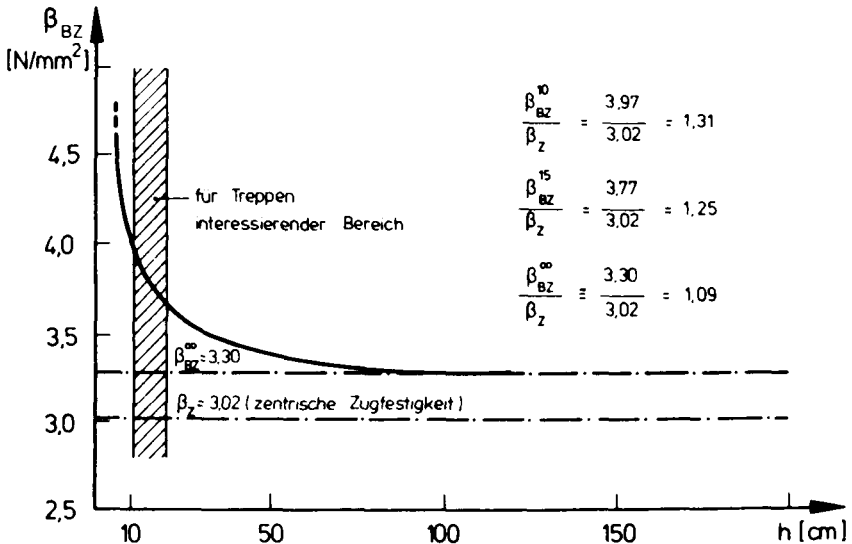


Bild 3.3: Einfluß der Bauteildicke d auf die Größe der Biegezugfestigkeit β_{BZ} eines Beton B35 nach /28/

Auch die Fülligkeit der Momentengrenzlinien eines Bauteils beeinflusst die Wahrscheinlichkeit des Zusammentreffens hoch beanspruchter Zonen mit Bereichen niedriger Zugfestigkeit. Im Mittel ergeben sich deshalb für Bauteile, die ausschließlich durch feststehende Einzellasten belastet werden, höhere Biegezugfestigkeiten. Bei Treppen ist dieser Einfluß auszuschließen, da die tatsächlich zu erwartende Belastung füllige Momentenlinien ergibt.

Neben der Kornform und -größe der Zuschläge hat auch der Zuschlaggehalt großen Einfluß auf die Biegezugfestigkeit des Betons. Bild 3.4 aus /15/ gibt einen Anhalt für die zu erwartende Streuung und bestätigt die bereits in /51/ enthaltenen qualitativen Aussagen, daß Zuschläge mit kantigem Gestein und Splitt zu größerer Biegezugfestigkeit führen als Kies.

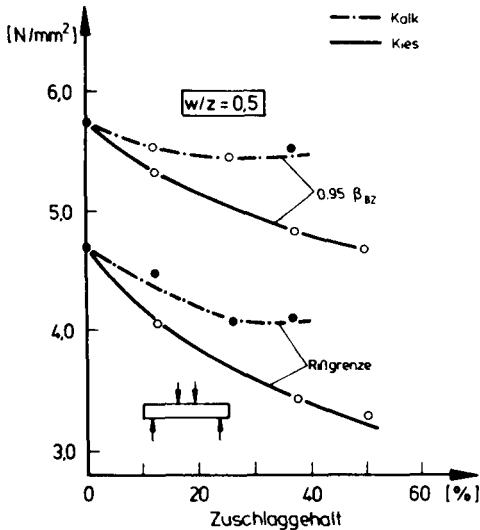


Bild 3.4:
Einfluß des Zuschlages auf die Größe der Zugfestigkeit des Betons nach /15/

Die von Heilmann /26/ und Rüsç /79/ ausgewerteten Versuche enthielten unterschiedliche Zuschläge und Zuschlaggehalte, so daß bei Anwendung der von diesen Forschern abgeleiteten Beiwerte c (siehe Tabelle 3.2) auf die gesonderte Erfassung des Faktors m_Z verzichtet werden kann.

Austrocknung führt zur Abminderung der Betonzugfestigkeit, wenn größere Feuchtigkeitsunterschiede Eigenspannungen hervorrufen. Bei Treppen, die nicht als massive Bauteile anzusehen sind, erscheint eine Berücksichtigung des Faktors m_g entbehrlich, wenn nicht besondere Bedingungen vorliegen. In diesem Zusammenhang sei auch noch auf den von Rostásy und Henning /78/ eingeführten Begriff der Vorschädigung hingewiesen, mit dem Eigenspannungen und die Schwindbehinderungen durch die Bewehrung erfaßt werden. Bei schwach bewehrten Treppen ist die Vorschädigung geringer anzusetzen als nach der in /78/ für dicke Bauteile angegebenen Gl. (3.6).

$$\frac{\beta_Z(\text{Bauwerk})}{\beta_Z(\text{Labor})} = 0,85 - 0,2d \quad (3.6)$$

Unter hohen Belastungsgeschwindigkeiten ist eine Zunahme der Zugfestigkeit festzustellen. Der Spannungszuwachs bei Treppen kann aus der Begehung durch Personen bei etwa 90 - 180 Schritten pro Minute /42/ zwar über dem in DIN 1048 für den Biegezugversuch genannten Spannungszuwachs von $\Delta \sigma = 0.05 \text{ N/mm}^2$ - 0.1 N/mm^2 je Sekunde liegen. Signifikante Erhöhungen der Zugfestigkeit stellen sich jedoch erst bei noch größeren Geschwindigkeiten ein /51/.

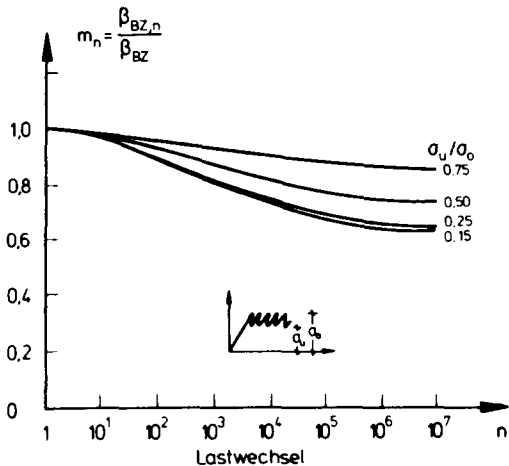


Bild 3.5:

Einfluß von Wechsellasten auf die Zugfestigkeit des Betons nach /51/

Als Abminderungsfaktor für Dauerlasten wird in /51/ $m_D = 0.7$ angegeben. Für Treppen erscheint dieser Wert zu hoch, da die Verkehrslast mit einem Anteil bis zu 40 % der Gesamtlast immer nur kurzzeitig wirkt. Eine Abminderung ist eher aus Wechsellasten zu erwarten. Ihr Einfluß kann nach Bild 3.5 abgeschätzt werden. Als Verhältnis σ_u / σ_0 sind dabei Werte zwischen 0.6 und 0.7 anzunehmen.

Eine Übersicht der nach verschiedenen Vorschlägen errechneten Biegezugfestigkeiten enthält Tabelle 3.5. In der letzten Zeile sind die in dieser Arbeit als 5 % Fraktilwert der Biegezugfestigkeit zugrunde gelegten Werte angegeben. Sie gelten bis zu Bauteildicken von $d \approx 20 \text{ cm}$ und berücksichtigen die Abminderung infolge des Faktors m_n für Schwellbeanspruchung, so daß sich für höhere Betongüten Werte ergeben, die geringfügig unter den in /23/ genannten Werten liegen.

Quelle	zentr. Zugfestigkeit β_Z [MN/m ²]					Biegezugfestigkeit β_{BZ} [MN/m ²]				
	B15	B25	B35	B45	B55	B15	B25	B35	B45	B55
[103] 5% 1)	1,57	2,30	2,87	3,40	3,89	2,06	3,02	3,76	4,48	5,10
	--	--	--	--	--	1,91	2,79	3,48	4,13	4,72
[26] 5% 95%	1,02	1,43	1,79	2,11	2,42	2,15	3,02	3,77	4,46	5,10
	1,92	2,70	3,38	3,99	4,56	3,39	4,76	5,96	7,05	8,06
[79] 5% 95%	1,27	1,67	2,09	2,41	2,75	2,54	3,45	4,32	4,99	5,71
	3,19	3,81	4,77	4,99	5,71	5,76	6,87	8,59	8,98	10,3
[23] 5%	--	--	--	--	--	2,00	2,70	3,20	3,80	4,30
[63] 5% 2)	-	--	--	--	--	2,60	3,00	3,40	3,70	3,90
[79] 5% 3)	-	--	--	--	--	1,91	2,59	3,24	3,74	4,28
in Abschnitt 6 gewählt	$\beta_{BZ5} =$					2,00	2,70	3,40	3,70	4,00

- 1) Biegezugfestigkeit Zeile 1 für Bauteilhöhe $d = 10\text{cm}$
Zeile 2 für Bauteilhöhe $d = 18\text{cm}$
- 2) $\beta_{BZ} = \epsilon_{BZ} \cdot E_{b0} \approx 0.0001 \cdot E_b$
- 3) für $d = 20\text{cm}$ mit c nach [79] für 5%-Fraktilwert

Tabelle 3.2: Vergleich der Zugfestigkeiten

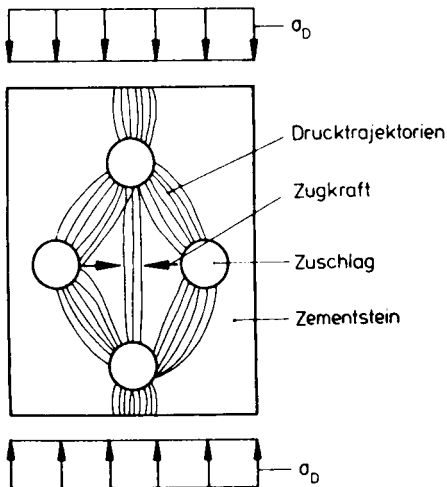


Bild 3.6:

Lastabtragung zwischen den Zuschlagkörnern bei einachsiger Beanspruchung

3.2.3 Verhalten unter zweiachsiger Beanspruchung

Bild 3.6 verdeutlicht den Kräfteverlauf und die Entstehung von Zugkomponenten zwischen den Zuschlagkörnern des inhomogenen Betongefüges bei einachsiger Beanspruchung. Um das Tragverhalten gerader, gegenläufiger Treppen zu modellieren, ist daneben eine Angabe zur Festigkeit unter zweiachsiger Beanspruchung notwendig, weil sich die idealisierten Stäbe oder Spannungsfelder des Modells überschneiden und die Rißentstehung in der Durchdringungszone gemäß Bild 3.7 begünstigen.

Die daraus bedingte Beeinträchtigung der Druckstreben tragfähigkeit ist von zahlreichen Faktoren abhängig. Signifikante Abminderungen sind jedoch erst zu erwarten, wenn die zwischen den Rissen verbleibenden Druckpfosten ein verformungsbeeinflusstes Tragverhalten aufweisen und ein Stabilitätsversagen befürchten lassen. Dies gilt vor allem bei großer Rißlänge l_R und bei kleinen, mittleren Rißabständen a_m . Auch Abweichungen des Rißverlaufs von der Richtung der Druckbeanspruchung vermindern die aufnehmbare Druckkraft, weil ein von der Rißneigung abhängiger Anteil der Druckkraft lediglich infolge Verzahnung der Rißufer übertragen wird.

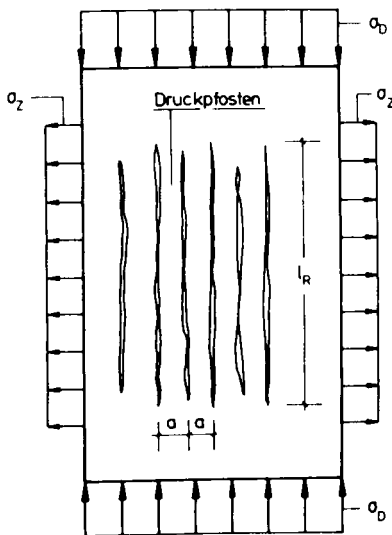


Bild 3.7:
Rißbildung infolge Querzug
und Ausbildung einzelner
Druckpfosten

Eine Abschätzung der infolge Querzug vorzunehmenden Abminderung der Druckstreben tragfähigkeit ermöglichen z.B. die Versuchsreihen von Kupfer /44/, Schlaich/Schäfer /86/, Robinson/Demorieux /73/ und Vecchio/Collins /99/. Schlaich/Schäfer fanden heraus, daß über Bewehrung eingeleiteter Querzug keine sehr große Abminderung der Druckfestigkeit bewirkt und daß der Einfluß der Rißbreite

und der Rißabstände den Einfluß des Querkzugs überwiegt. Diese Erscheinung wird damit begründet, daß die Rißbildung eine Umlagerung der Querkzugsspannungen auf die Bewehrung begünstigt und so den Beton entlastet. Auch wenn die Angabe eines allgemeingültigen Abminderungsfaktors wegen der zahlreichen Einflüsse - Inhomogenität und Größe der Zuschlagkörner, Bewehrungsgehalt u.s.w. - schwierig ist, kann unter Berücksichtigung der Versuche von /73/ und /99/ eine Abminderung der Druckfestigkeit infolge Querkzug bei üblicher Bemessung der Bewehrung mit pauschal 20 % als ausreichend sicher angenommen werden.

3.3 Zeitabhängiges Verhalten des Betons

3.3.1 Allgemeines

Die zeitabhängigen Veränderungen der Kennwerte des Betons bewirken außer Steigerungen der Druckfestigkeit und des Elastizitätsmoduls infolge Nacherhärtung auch eine Zunahme der Dehnungen aufgrund von Steifigkeitsverringerungen. Diese Steifigkeitsabnahmen beeinflussen das Formänderungsverhalten und können die Schnittgrößenverteilung ändern. Eine Übersicht der zeitabhängigen Verformungsanteile des Betons gibt Bild 3.8.

Mit der vereinfachten Annahme unabhängiger Kriech- und Schwindverläufe kann die Gesamtverformung nach Bild 3.8 wie folgt ermittelt werden:

$$\epsilon = \epsilon_e + \epsilon_k + \epsilon_s \quad (3.7)$$

Nachfolgend sind die wichtigsten Angaben zur Abschätzung und Erfassung der zeitabhängigen Einflüsse zusammengestellt. Zur Berücksichtigung des zeitabhängigen Anstiegs der Druckfestigkeit wird die folgende Beziehung aus /15/ angegeben.

$$\beta_P(t) = \frac{t}{a + b \cdot t} \cdot \beta_P(28\text{Tage}) \quad (3.8)$$

Darin sind: t = Betonalter in Tagen

$a = 4,0$; $b = 0,85$ für $Z \leq 25$

$a = 2,3$; $b = 0,92$ für $Z \geq 45$

Der Anstieg des Elastizitätsmoduls $E_b(t)$ kann nach /80/ wie folgt abgeschätzt werden:

$$E_b(t) = [\beta_W(t)/\beta_W(28\text{Tage})]^{1/3} \cdot E(28\text{Tage}) \quad (3.9)$$

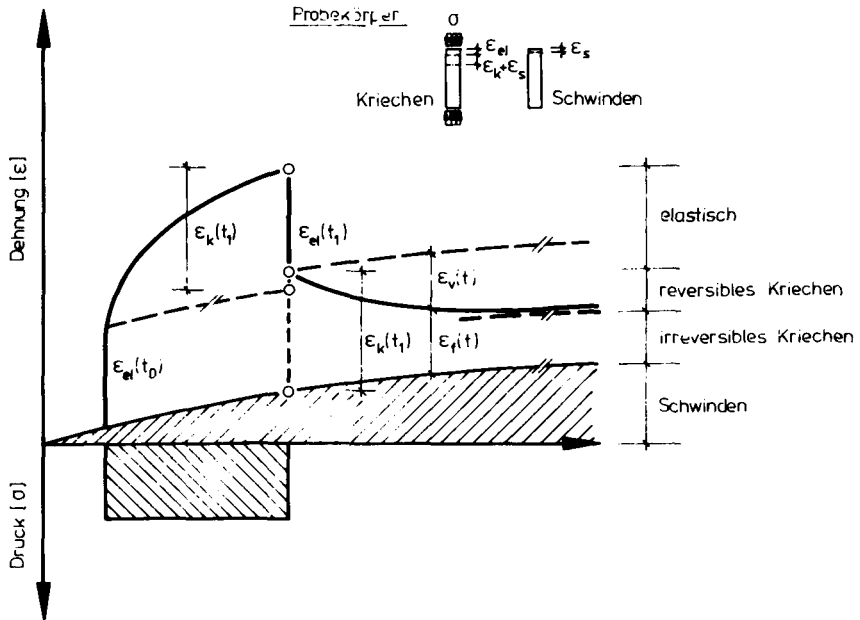


Bild 3.8: Kriech- und Schwindverlauf eines an der Luft austrocknenden Prismas unter konstanter Spannung

3.3.2 Schwinden

Als Schwinden wird die Volumenänderung des unbelasteten Betons beim Austrocknen bezeichnet. Nach /80/ ist eine Einteilung des Schwindens in einen konstanten Anteil $\epsilon_{s,(t)}$, einen linearen Anteil $\Delta\epsilon_{s,(t)}$ und einen gekrümmten Anteil $\Delta\Delta\epsilon_{s,(t)}$ zur genauen Erfassung erforderlich.

Wegen der Vielzahl möglicher Randbedingungen, z.B. unterschiedlicher Beläge oder Anstriche, muß eine Beschränkung auf die Berücksichtigung des konstanten Anteils $\epsilon_{s,(t)}$ erfolgen, zumal die Größenordnung von $\Delta\epsilon_{s,(t)}$ und $\Delta\Delta\epsilon_{s,(t)}$ noch nicht sicher abgeschätzt werden kann.

Die Änderung der Spannungs- und Dehnungsverläufe infolge konstanter Schwindverkürzung ist in Bild 3.9 qualitativ dargestellt. Es verdeutlicht, daß die Auswirkungen im Zustand 2 überwiegend auf die ungerissene Druckzone beschränkt bleiben.

Die Berücksichtigung des Schwindens erfolgt üblicherweise durch Addition der Schwinddehnungen zu den elastischen- und Kriechdehnungen. Schaper zeigt in

/83/, daß die nach verschiedenen Ansätzen berechneten Endschwindmaße und die zugehörigen zeitlichen Funktionsverläufe nur geringe Unterschiede aufweisen. In dieser Arbeit werden die Schwinddehnungen nach DIN 4227 wie folgt ermittelt:

$$\epsilon_{s,t} = \epsilon_{s,0} \cdot (k_{s,t} - k_{s,t_0}) \quad (3.10)$$

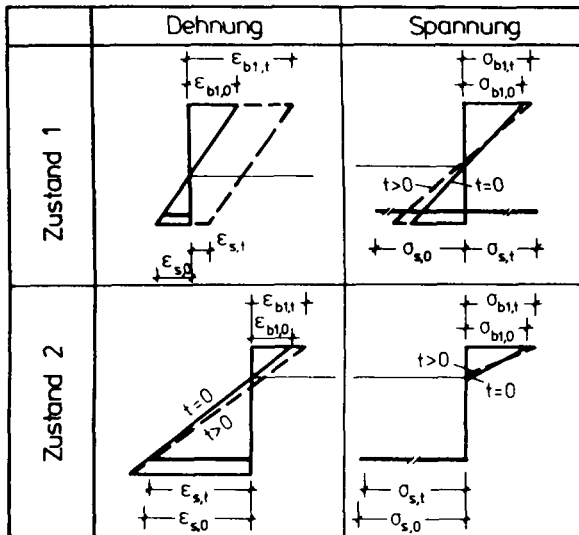


Bild 3.9: Dehnungs- und Spannungsänderungen infolge des konstanten Schwindanteiles nach /41/

3.3.3 Kriechen

Nach /80/ ist das Kriechen vor allem mit Veränderungen des Wasserhaushalts im Gefüge des gegenüber den vorwiegend elastischen Zuschlägen poröseren Zementsteins zu erklären. Die in Versuchen zu beobachtende Verstärkung des Kriechens bei gleichzeitiger Austrocknung der Proben gegenüber feuchtgelagerten Proben unterstreicht diese Feststellung.

Angaben zum Kriechverlauf lassen sich aus Versuchen ableiten, bei denen nach einer längeren Phase unter konstanter Last auch die Verformungen bei anschließender Entlastung beobachtet werden. Unter Beanspruchungen im Gebrauchslastbereich

zeigt sich der in Bild 3.8 dargestellte Verlauf, der mit den darin angegebenen Phasen wie folgt eingeteilt werden kann:

$$\epsilon_k(t, t_0) = \epsilon_v(t, t_0) + \epsilon_f(t, t_0) \quad (3.11)$$

Diese Aufteilung in einen verzögert - elastischen Anteil und einen viskosen Fließanteil wird auch als reversibel - irreversibles Kriechen bezeichnet und begründet den in DIN 4227 und den CEB - Empfehlungen enthaltenen Summenansatz (3.12).

$$\Phi(t) = \Phi_f(t) - \Phi_f(t_0) + \Phi_v(t-t_0) \quad (3.12)$$

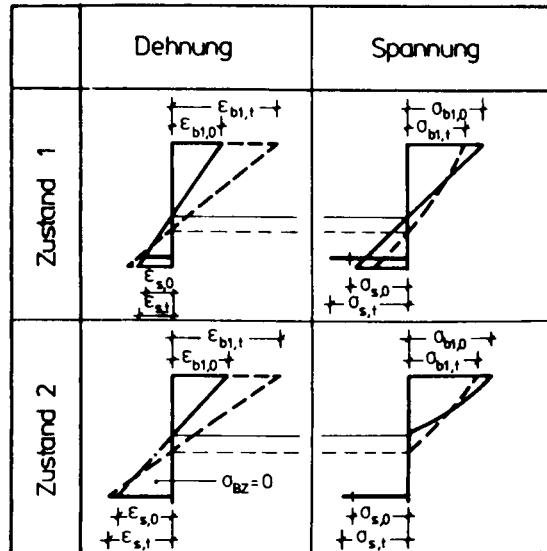


Bild 3.10: Spannungs- und Dehnungsänderungen infolge Kriechen nach /41/

Eine weitere Aufteilung der Kriechverformungen etwa durch Abspaltung der raschen Anfangsverformungen ϵ_A von der verzögert elastischen Verformung oder durch eine Aufteilung in Grund- und Trocknungskriechen /80/, ist für die hier zu behandelnden Treppen nicht von Interesse.

Kriechen beeinflusst die Schnittgrößen statisch bestimmter Systeme nicht. Bei statisch unbestimmter Lagerung ändern sich die Lastschnittgrößen, wenn unterschiedliche

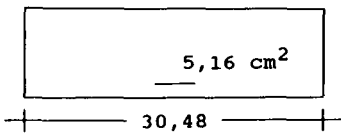
Betone (Alter, Rezeptur) verwendet werden oder die Bauteile große Bewehrungsunterschiede aufweisen. Zwangsschnittgrößen werden abgebaut. Bild 3.10 zeigt die Änderung der Spannungen und Dehnungen infolge Kriechen. Die Zunahme der Dehnungen vergrößert die Verformungen im Zustand 1 annähernd um einen der Kriechzahl ϕ proportionalen Wert, der mit etwa $(1 + \phi)$ angenommen werden kann. Im Zustand 2 vergrößert sich die Druckzone und die Druckspannung wird geringer. Wegen dieser Spannungsumlagerungen ist der auf die Ausgangsverformungen bezogene Verformungszuwachs kleiner als im Zustand 1; er beträgt etwa $(1 + 0.3\phi)$.

Rechnerische Ansätze zur Erfassung der Kriechauswirkungen wurden in verschiedenen Arbeiten, mit Annahme der Gültigkeit des Superpositionsgesetzes (Proportionalität zwischen Kriechen und Betonspannung) abgeleitet /80/. Für Querschnittsberechnungen mit nichtlinearer Beziehung zwischen der Betonspannung und -dehnung, wie sie der Dehnsteifigkeitsermittlung in Abschnitt 6 zugrunde gelegt werden, schlägt Quast /64/ eine Streckung der SDL des Betons vor. Dies entspricht einer Abminderung des Elastizitätsmoduls E_b und ergab mit einer quadratischen Abhängigkeit des Verhältnisses aus kriecherzeugendem Moment M_ϕ und Bruchmoment M_u nach Gl. (3.13) eine gute Übereinstimmung zu Langzeitversuchen an Stahlbetonstützen.

$$\epsilon_{b,s\phi} = \epsilon_{b,s} \cdot \left[1 + \left(\frac{M_\phi}{M_u} \right)^2 \cdot \phi(t) \right] \quad (3.13)$$

In der vorliegenden Arbeit wird diese Gleichung in Abschnitt 6.5.3.6 zur Abschätzung von Steifigkeitsabminderungen infolge Kriechen herangezogen. Im Hinblick darauf wird hier untersucht, ob die Übereinstimmung der mit Gl. (3.13) rechnerisch bestimmten Kriechdehnungen auch gegenüber Versuchsergebnissen besteht, die an Stahlbetonplatten ermittelt wurden.

Querschnitt, $d = 12,70 \text{ cm}$, $h = 10,16 \text{ cm}$



Portlandzement
Temperatur: 70- 85 F = 21,1°- 29,4°C
relative Luftfeuchtigkeit: 20 - 80 %

Stahlgüte: BSt 358/559

Alter Tage	$\epsilon_{b,S\Phi}$ mm/m	E-Modul [MN/m²]	β_R	n [—]
28	2,94	20700	20,6	2,01
100	4,73	21000	23,1	1,82
300	5,90	21600	23,1	1,87
600	6,76	22700	23,7	1,92
913	6,90	23730	23,7	2,00

Tabelle 3.3: Querschnitt und mittlere Materialkennwerte der Versuchskörper C3 und C6 aus /100/

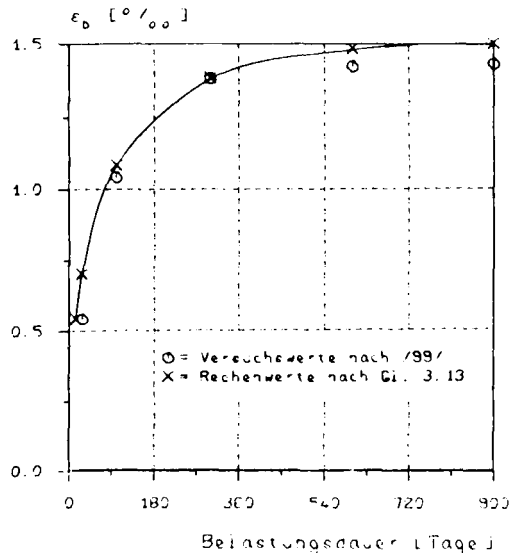


Bild 3.11: Vergleich der rechnerisch nach Gl. (3.13) ermittelten Betonstauchungen mit Versuchswerten aus /100/

Zur Überprüfung mußte auf Ergebnisse zurückgegriffen werden, die von Washa/Fluck /100/ bereits 1952 an einfeldrigen Plattenstreifen bestimmt wurden (siehe Tabelle 3.3). In Bild 3.11 sind die im Versuch gemessenen Betonstauchungen den Werten gegenübergestellt, die mit einer nach Gl. (3.13) gestreckten SDL errechnet wurden. Es zeigt sich, daß die zeitabhängigen Stauchungsänderungen in der Biegedruckzone mit Gl. (3.13) auch bei Platten zutreffend erfaßt werden.

3.4 Materialverhalten von Betonstahl

Die Festigkeits- und Verformungseigenschaften des Betonstahls werden wesentlich vom Kohlenstoffgehalt und der Herstellungsart bestimmt. In letzter Zeit erhalten Betonstähle auch häufig eine Mikrolegierung, um die Festigkeit zu erhöhen. Betonstähle werden heute nach folgenden Verfahren hergestellt /72/:

- durch Kaltverformen mittels Tordieren oder Kaltrecken
- als naturharter warmgewalzter Stahl, dessen Eigenschaften überwiegend von der Zusammensetzung der Schmelze festgelegt sind.
- durch gezielte Wärmebehandlung, die aus einem Abschrecken und Anlassen während des Walzvorgangs besteht (Tempcore Stahl).

Da in Stahlbetonbauteilen einachsige Beanspruchungen auf den Stahl wirken, können die wichtigsten Kennwerte zum Materialverhalten aus dem einachsigen Zugversuch abgeleitet werden.

Bild 3.12 zeigt die Unterschiede der Spannungs - Dehnungslinien für Betonstähle. Sie bestehen vorwiegend im Fließverhalten. Der kaltverformte Stahl weist einen stetigen Übergang aus dem elastischen Bereich mit kontinuierlich ansteigender Festigkeit auf. Beim naturharten Stahl ist eine ausgeprägte Streckgrenze erkennbar; eine Spannungserhöhung stellt sich erst nach längerer Fließphase ein.

In dieser Arbeit wird den Berechnungen die bilineare Spannungs - Dehnungslinie nach DIN 1045 zugrundegelegt. Sie erfaßt den besonders interessierenden Gebrauchslastbereich sehr gut und trifft am Beginn des Fließbereichs auch den Kurvenverlauf der zukünftig bedeutungsvolleren naturharten Stähle.

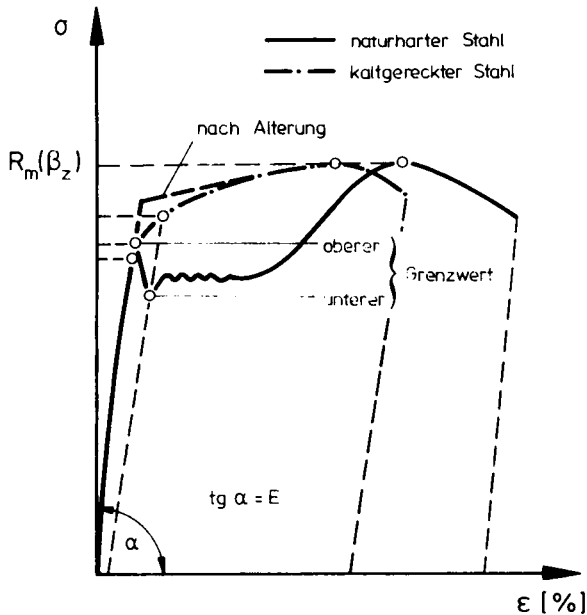


Bild 3.12: SDL gebräuchlicher Betonstähle

3.5 Verbundverhalten von Betonstahl

3.5.1 Beschreibung der wichtigsten Einflußgrößen

Das Verhalten von Stahlbetonbauteilen gegenüber Beanspruchungen aus Last und Zwang wird entscheidend durch die Verbundwirkung zwischen Stahl und Beton bestimmt. Zahlreiche Arbeiten beschäftigten sich deshalb bereits mit diesem Thema. Dabei wurden Ergebnisse neben theoretischen Untersuchungen vorwiegend experimentell erarbeitet [31,50,70,90]. Die verwendeten Ausziehkörper waren meist durch kurze Verankerungslängen ($l_v < 10d_s$) gekennzeichnet. Bereits früh konnten folgende Phasen der Verbundwirkung aufgezeigt werden:

- Haftung infolge chemisch physikalischer Bindung (Adhäsion)
- Reibung infolge Rauigkeit der Stahloberfläche
- mechanische Verzahnung des Betons mit dem Stahl

Nachfolgend werden die wichtigsten Parameter des Verbundverhaltens zusammengestellt und im Hinblick auf ihren Einfluß für das Verformungsverhalten kurz erläutert:

- Ausbildung und Beschaffenheit der Stahloberflächen
- Stabdurchmesser
- Betongüte
- Querdruck und Querdehnungsbehinderung
- Lage der Stäbe im Bauteil
- Beanspruchung auf Zug oder Druck, Belastungsgeschwindigkeit, Schwellbeanspruchungen

Die Oberflächenausbildung der Stäbe wird durch die bezogene Rippenfläche f_R beschrieben. Diese ist abhängig vom Verhältnis der Rippenhöhe zum Rippenabstand und wurde von Rehm /70/ für verschiedene Rippenausbildungen definiert. Bei heute üblichen Einzelstäben mit vergleichbarem Erhaltungszustand weist die Stahloberfläche keine nennenswerten Unterschiede auf.

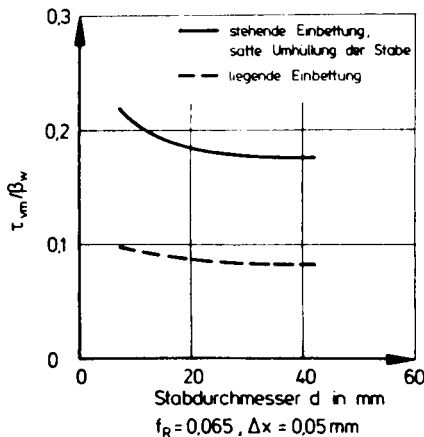


Bild 3.13:
Einfluß des Stabdurchmessers d_s auf die Verbundgüte für unterschiedliche Stablagen nach /70/

Der Einfluß des Stabdurchmessers d_s kann nach Rehm /70/ abgeschätzt werden. Bild 3.13 zeigt dazu, daß die Verbundspannung τ_{vm} mit steigendem Durchmesser sinkt.

Das Verbundverhalten wird mit steigender Betongüte günstig beeinflusst. Die Untersuchungen von Rehm /70/ und Martin /50/ zeigen jedoch, daß die gefundenen Gesetzmäßigkeiten bei Bezug der Verbundspannung τ_{vm} auf die Betonfestigkeit β_w unabhängig von der Betongüte sind.

Auch die Wirkung von Querdruckbeanspruchungen erhöht die aufnehmbaren Verbundspannungen /50/. In /12/ wird dazu ausgeführt, daß an Versuchskörpern eine Konzentration der unmittelbar vor dem Versagen entstehenden Längsrisse auf einen senkrecht zu den Querbelastrungsflächen verlaufenden Riß beobachtet wurde. Als weiteres Indiz belegt die Zerstörung des Betons vor den Rippen im Vergleich zum ungestörten Gefüge bei Versuchskörpern ohne Querdruck die höhere Beanspruchung in quergedrückten Versuchskörpern. In /12/ wurde darüberhinaus die Verbundspannungsabnahme unter Schwellbeanspruchung zu $\approx 20\text{ ‰}$ bis 30 ‰ nach 30 Lastspielen ermittelt. Auch dabei wirkt Querdruck günstig.

Über Versuche zum Verbundverhalten druckbeanspruchter Bewehrungstäbe berichten Müller/Eisenbiegler /55/. Danach zeigen gedrückte Proben aus gleichen Werkstoffen unter sonst gleichen Randbedingungen eine deutlich höhere Verbundfestigkeit als Zugproben.

3.5.2 Verbundgesetze

Verbundspannungs (τ_v) - Verschiebungs (δ) Beziehungen wurden in zahlreichen Arbeiten aus experimentellen Untersuchungen abgeleitet. Eine Übersicht der wichtigsten Verbundgesetze geben Schober /90/ und Kobarg /31/. Bild 3.14 zeigt die qualitative Darstellung einer $\tau - \delta$ Beziehung aus /31/. Sie verdeutlicht, daß bei gerippten Stählen im Gegensatz zu glatten Stählen auch nach der Entstehung von Längsrisen zwischen den Punkten B und U noch eine ausgeprägte Scherverbundzone vorhanden ist.

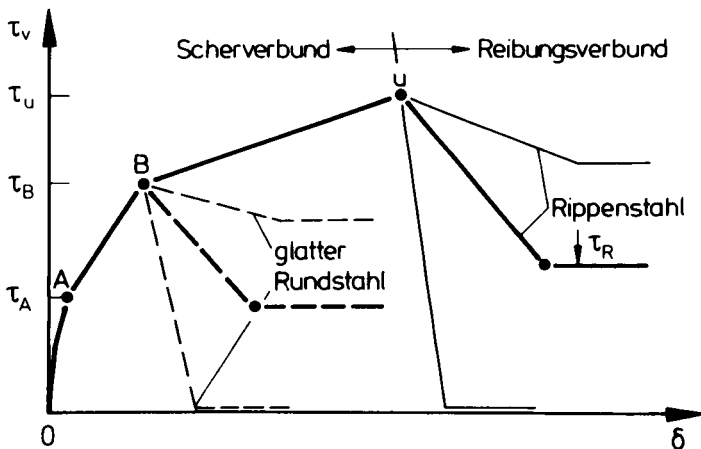


Bild 3.14: Qualitativer Verlauf der $\tau - \delta$ Beziehung über den gesamten Beanspruchungsbereich aus /31/

Die Rißbildung in unmittelbarer Umgebung der Bewehrungsstäbe wurde für Beanspruchungsphasen nach dem Überwinden des Haftverbundes erstmals von Goto /21/ mit Hilfe injizierter Farblösungen an Zugkörpern sichtbar gemacht. Es zeigte sich, daß Sekundärrisse bereits unter geringen Beanspruchungen zwischen den Hauptrissen im Beton entstehen und daß die Druckspannungen an den Rippen von Betondruckkegeln auf den umgebenden Beton übertragen werden.

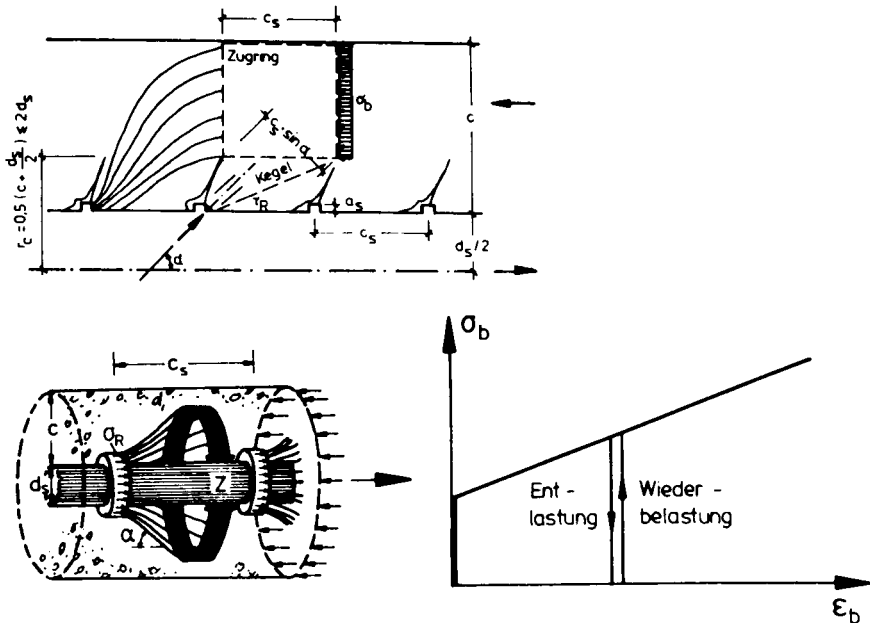


Bild 3.15: Verbundmodell bestehend aus einer Kegelschale veränderlicher Wanddicke und einem Zugring; plastisches Stoffgesetz mit Nachverfestigung für die Kegelschale nach /90/

Aus diesen Erkenntnissen leitete Schober /90/ das in Bild 3.15 dargestellte Verbundmodell ab und bestimmte daran ein Verbundgesetz, dessen Verschiebungen sich bis zur Rißlast des Zugringes bzw. der Versagenslast des Kegels aus den plastischen Verformungen der Kegelschale ergeben. Sein vereinfachtes, mit konstanter mittlerer plastischer Dehnung bestimmtes Verbundgesetz lautet für Rippenstäbe mit sofortigem Verbund wie folgt:

$$\frac{\tau_v}{\beta_{wm}} = \underline{A} \cdot f_R + \underline{B} \cdot \frac{\delta_x}{c_s} \leq \frac{\beta_r}{\beta_{wm}} \quad (3.14)$$

mit $\underline{A} = 1,84 \cdot \Omega$ $\Omega = 1,0$ im Verbundbereich 1
 $\underline{B} = 13,0 \cdot \Omega$ $= 0,6$ im Verbundbereich 2 nach DIN 1045
 c_s = Rippenabstand

Ergänzend zu diesem analytisch ermittelten Verbundgesetz wird hier der Ansatz von Martin /50/ angegeben, der mit den Ableitungen von Rehm /70/ aus Versuchen entwickelt wurde:

$$\frac{\tau_v}{\beta_w} = a_0 + b_0 \cdot \delta_x^{c_0} \quad (3.15)$$

$a_0 = 0,032$ [—]
 $b_0 = 0,872 + f_R \cdot 5,26$ [1/cm]
 $c_0 = 1/(2,1 + f_R \cdot 4,2)$ [—]

In Gl. (3.15) kennzeichnet der Beiwert a_0 die Größe des Haftverbundes. Einen Vergleich der erläuterten Verbundgesetze zeigt Bild 3.16.

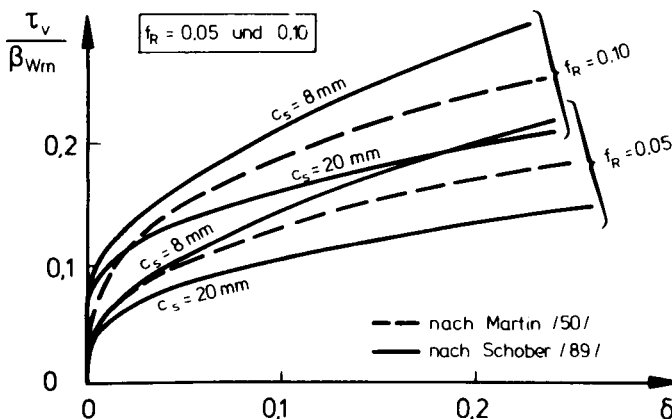


Bild 3.16: Vergleich der Verbundgesetze von Schober /90/ und Martin /50/ für liegende Stäbe in schlechtem Verbundbereich.

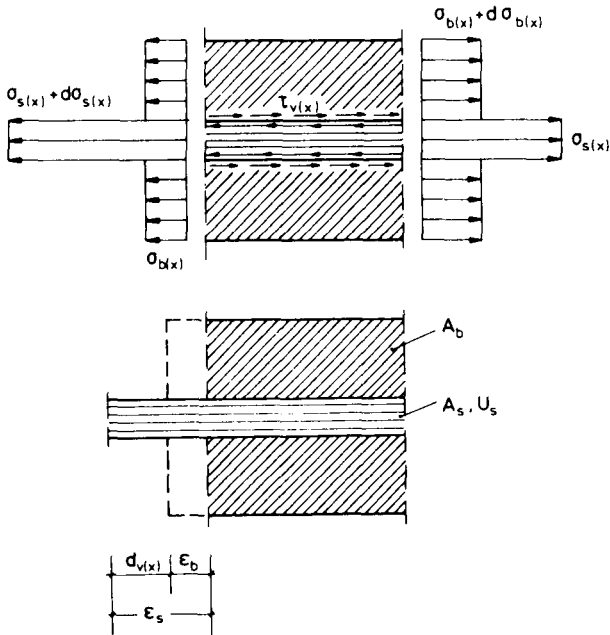


Bild 3.17: Spannungsänderungen am auf Zug beanspruchten Stahlbetonelement infolge Verbundwirkung

3.5.3 Verbundspannungsverteilung

Für die Beurteilung der Rißbildung in Stahlbetonbauteilen ist die Kenntnis der Verbundgesetze nach Gl. (3.14) und Gl. (3.15) allein nicht ausreichend. Erst Aussagen zur Verbundspannungsverteilung im Einleitungsbereich ermöglichen eine zutreffende Abschätzung der Mitwirkung des Betons auf Zug.

Die in Bild 3.17 dargestellten Beanspruchungen erlauben die Ableitung der Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes /43,50,70/. Folgende Bedingungen werden dabei berücksichtigt:

- Die über die Länge dx und den Stabumfang U_s aufsummierten Verbundspannungen τ_v sind gleich den Kräften infolge der über A_b wirksamen Betonspannungsänderung und der über A_s wirksamen Stahlspannungsänderung.

$$d\sigma_s(x) \cdot A_s = \tau_v(x) \cdot U_s \cdot dx = -d\sigma_b(x) \cdot A_b \quad (3.16)$$

Faßt man die Verbundspannung als Maß für die Stahlspannungsänderung auf, so erhält man hieraus:

$$\frac{d\sigma_s(x)}{dx} = \frac{4}{d_s} \cdot \tau_v(x) \quad (3.17)$$

- Bei Annahme des Ebenbleibens der Querschnitte ergibt sich die Verschiebung dv aus der Differenz zwischen Stahl- und Betonverformung.

$$\frac{dv}{dx} = \epsilon_s - \epsilon_b \quad (3.18)$$

- Mit dem linearen Ansatz zwischen Spannung und Dehnung und bei Ersatz der Betonspannung durch die Stahlspannung im Endpunkt des Einleitungsbereiches folgt schließlich die Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes:

$$\frac{d^2v}{dx^2} = \frac{1 + \mu \cdot n}{E_s} \cdot \frac{d\sigma_s(x)}{dx} = \frac{1 + \mu \cdot n}{E_s} \cdot \frac{4}{d_s} \cdot \tau_v(x) \quad (3.19)$$

Für das Verbundgesetz nach Gl. (3.19) beschrieb Martin /50/ eine Näherungslösung durch schrittweise numerische Integration, die jedoch vergleichsweise großen Rechenaufwand erfordert. Von Koch /30/ und Svensvik /96/ wurde zudem nachgewiesen, daß sich auch bei Wahl einfacher Näherungsansätze für die Verbundspannungen, insbesondere im Hinblick auf die Stahlspannungen, nur geringe Abweichungen gegenüber den genaueren Lösungen ergeben (siehe Bild 3.18). Das Verbundgesetz nach Koch /30/ mit linearer Verbundspannungsverteilung entsprechend Bild 3.19 sei daher nachfolgend angegeben:

$$\tau_v(x) = \tau_{v0} + k_v \cdot x \quad (3.20)$$

In Gl. (3.20) entspricht τ_{v0} dem Haftverbund und das Produkt $k_v \cdot x$ dem Scherverbund. Die Verbundspannung τ_{v0} liegt in der Mitte zwischen zwei Rissen bzw. am Ende des Einleitungsbereiches. Mit dem Verbundgesetz nach Gl. (3.20) ergibt sich für die Stahlspannungsänderung mit Gl. (3.21):

$$\frac{d\sigma_s(x)}{dx} = \frac{U_s}{A_s} \cdot \tau_v(x) = \frac{4}{d_s} [\tau_{v0} + k_v \cdot x] \quad (3.21)$$

Mit der unter Annahme von Dehnungsgleichheit zwischen Beton und Stahl bestimmten Integrationskonstanten C_1 folgt nach einmaliger Integration für die Stahlspannung mit $c_1 = \sigma_{s0} = n \cdot \beta_Z$:

$$\sigma_s(x) = \frac{4}{d_s} \cdot \tau_{v0} \cdot x + \frac{2}{d_s} \cdot k_v \cdot x^2 + C_1 \quad (3.22)$$

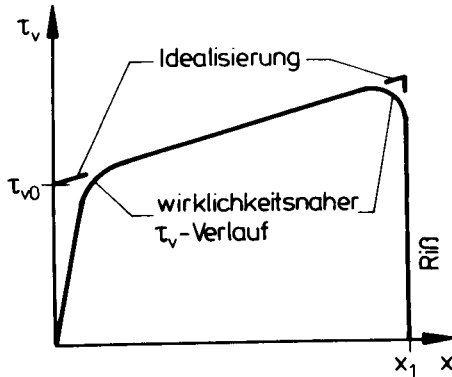


Bild 3.18:
Verbundspannungsverteilung
nach /30/

Die Verbundbeiwerte wurden dann von Koch derart ermittelt, daß er mit dem Grundgesetz von Martin Gl. (3.19) für beliebige Werte σ_{s0} auswertete, und mit linearer Regression die k_v -Werte bestimmte, die den Stahlspannungsverlauf bestmöglich annähern. In Abhängigkeit von der Betongüte und dem Stabdurchmesser wurden diese Werte aus /96/ für den bei Treppen interessierenden Bereich bis $d_s = 14$ mm in Tab. 3.4 zusammengestellt. Der Koeffizient k_v wird daraus wie folgt bestimmt:

$$k_v = k_{v0} + k_{v1} \cdot \sigma_{s0} \quad (3.23)$$

β_{wm} τ_{v0}	20		30		40		50		60	
	1,33		2,00		2,66 [N/mm ²]		3,33		4,00	
d_s [mm]	k_{v0}	k_{v1}	k_{v0}	k_{v1}	k_{v0}	k_{v1}	k_{v0}	k_{v1}	k_{v0}	k_{v1}
	10 · k_{v0} [N/mm ² cm] und 1000 · k_{v1} [1/cm]									
6	0,52	0,63	1,09	0,94	1,67	1,27	2,39	1,56	3,18	1,84
8	0,49	0,54	0,97	0,81	1,48	1,10	2,09	1,35	2,77	1,60
10	0,47	0,48	0,89	0,73	1,35	0,99	1,92	1,27	2,53	1,42
12	0,47	0,43	0,84	0,66	1,26	0,90	1,77	1,10	2,32	1,30
14	0,48	0,39	0,78	0,62	1,18	0,83	1,67	1,01	2,19	1,20

Tabelle 3.4: Verbundspannungsbeiwerte für gerippte Stäbe /96/

4 Eigene Versuche zum Tragverhalten gerader, gegenläufiger Plattentreppen

4.1 Allgemeines

Tragwerksuntersuchungen zur Entwicklung von Berechnungsmodellen können sowohl auf theoretisch, analytischem als auch auf experimentellem Wege erfolgen. Hier wird sowohl das theoretische als auch das experimentelle Vorgehen gewählt /13,84/. Die Versuche erfassen den gesamten Beanspruchungsbereich bis zum Bruch und können vor allem die Einflüsse des nichtlinearen Materialverhaltens und der rißbedingten Steifigkeitsabnahmen aufzeigen.

Die eigenen Versuche /36/ sind erforderlich, weil zum Tragverhalten gerader, gegenläufiger Plattentreppen bisher keine systematischen Versuche durchgeführt wurden. Lediglich freitragende Podesttreppen, bei denen die Podeste ausschließlich an den Knicklinien in die Läufe eingespannt sind und keine weiteren Stützungen aufweisen, wurden in der Vergangenheit experimentell untersucht /47,57,97/. Ausdrücklich zum Nachweis der Faltwerkwirkung ist bisher nur ein Versuch bekannt, mit dem die Stützung eines Plattenrandes durch einen Treppenlauf nachgewiesen wurde /6/. Zur Beurteilung des Tragverhaltens der gegenläufigen Treppen waren diese Versuche nur eingeschränkt verwertbar.

Nach einer kurzen Versuchsbeschreibung werden nachfolgend die wichtigsten Ergebnisse zusammengestellt. Wegen des großen Umfangs können nur die zur Ableitung und Überprüfung des Tragmodells wesentlichen Angaben und Versuchsdaten behandelt werden. Eine ausführlichere Darstellung aller Meßwerte und Versuchsdetails enthalten die Versuchsberichte /36/.

4.2 Versuchsprogramm

Es wurden insgesamt drei Versuchskörper in Traglastversuchen geprüft. Nach mehreren Lastzyklen, in denen die Belastung etwa der Gebrauchslast entsprach, wurde anschließend im eigentlichen Bruchversuch bei Belastung aller Bauteile die Last so weit erhöht bis ein Bruch eintrat. Bei den Versuchen 2 und 3 verblieben das untere Podest und der untere Lauf nach diesem ersten Bruchlastzyklus so weit unbeschädigt, daß anschließend noch ein Lastzyklus möglich war, bei dem nur diese Bauteile bis zum Bruch belastet wurden. Die wichtigsten Merkmale der Versuchskörper sind in Bild 4.1 dargestellt und werden nachfolgend erläutert:

Treppe 1:

Bei diesem Versuchskörper war nicht jedes Podest horizontal unverschieblich gehalten. Die Anordnung nur einer horizontalen Festhaltung in x- und y-Richtung an jedem

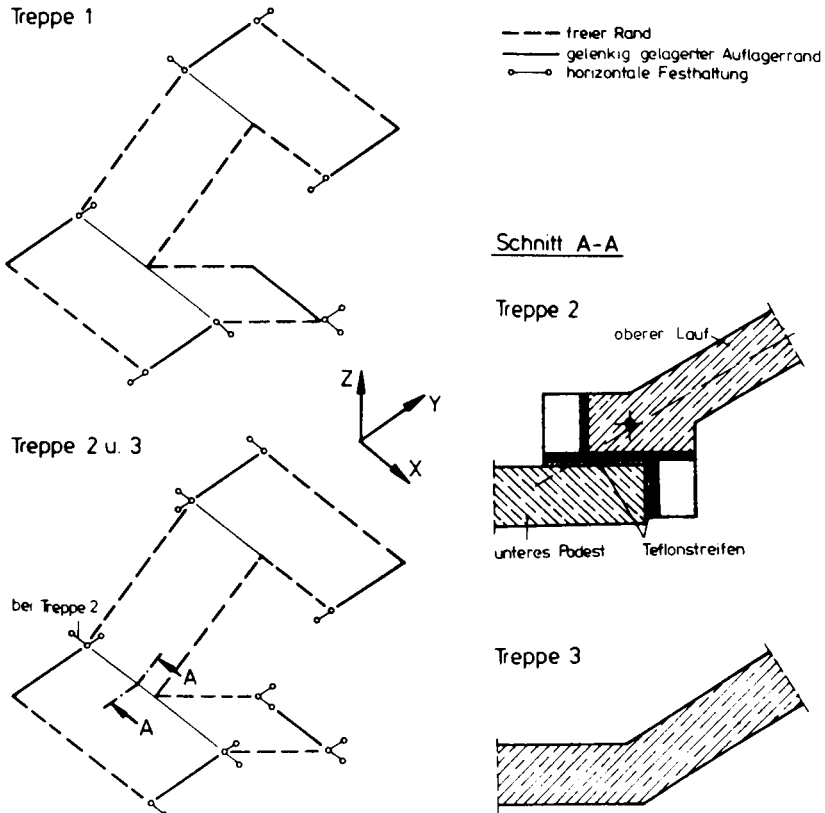


Bild 4.1: Übersicht zu den Versuchskörpern

Podest gewährleistete zwar die Unverschieblichkeit des gesamten Versuchskörpers, stellte im Hinblick auf die Faltwerkwirkung aber einen ungünstigen Fall dar, weil die abstützenden Kräfte in den Plattenebenen nicht unmittelbar von Festhaltungen an jeder Knicklinie aufgenommen wurden, sondern zum Teil erst über Scheibentragwirkung weitergeleitet werden mußten. Die Läufe waren in Feldmitte höher bewehrt als bei Treppe 2 und Treppe 3.

Treppe 2:

Bei Treppe 2 war der obere Lauf gelenkig auf dem unteren Podest gelagert. Diese Lösung ist besonders für den Fertigteilbau von Interesse. Sie sollte zeigen, daß auch die versetzte Anordnung von Fertigteilen, die aus einem Podest mit einem Lauf bestehen,

eine Ausnutzung der günstigen Faltwerkwirkung erlaubt. Hinsichtlich der Plattentragwirkung ergab dieser Versuch eine Variation der Einspannverhältnisse und für das untere Podest einen Fortfall der Stützung durch den oberen Lauf.

Treppe 3:

Dieser Versuchskörper entsprach weitgehend den in der Baupraxis vorherrschenden Verhältnissen. Er wies sowohl für die Plattentragwirkung als auch für die horizontale Abstützung die günstigsten Verhältnisse auf. Alle Bauteile waren monolithisch verbunden und jedes einzelne Podest war horizontal unverschieblich gehalten.

4.3 Ausbildung der Versuchskörper

Alle Versuchskörper bestanden aus zwei Podesten und zwei Läufen. Dieser Tragwerksausschnitt ist einerseits ausreichend groß, um die Randbedingungen in Bauwerken wirklichkeitsgetreu zu erfassen und eine Übertragung der Ergebnisse auch auf größere Strukturen zu ermöglichen. Er enthält andererseits für Podest und Lauf zwischen dem oberen und unteren Bauteil aber auch Variationen der Einspann- und Auflagerungsbedingungen, die die Aussagekraft des einzelnen Versuches erhöhen. Zur Begrenzung des Versuchsaufwandes waren alle Abmessungen im Maßstab 1:2 verkleinert. Dieser naturnahe Verkleinerungsmaßstab gewährleistete eine Übertragbarkeit auf baupraktische Abmessungen und erlaubte den Ausgleich von Imperfektionen aus örtlichen Abweichungen der Materialgütern, der statischen Höhe und des Verbundverhaltens. Im Vorgriff auf die Versuchsergebnisse kann bereits hier mitgeteilt werden, daß die maßstäbliche Verkleinerung diesen Anforderungen gerecht wurde. Die Abmessungen, die Anordnung der Versuchskörper und das statisch bestimmt gelagerte Lastverteilungssystem sind aus den Bildern 4.2 und 4.3 ersichtlich.

Die Herstellung der Versuchskörper erfolgte unmittelbar auf dem Auflagerahmen in der endgültigen Lage. Eine tabellarische Zusammenstellung der wichtigsten Materialkennwerte enthält Anlage A 1 in Anhang A. Die Auflagerung der Versuchskörper entsprach weitgehend den Lagerungsbedingungen nach Navier. Das hierfür entwickelte Auflagerdetail sowie die statisch bestimmte Anordnung der Auflagerpunkte im Grundriß zeigt Anlage A 2. Darin ist auch die Lage der horizontalen Festhaltungen eingetragen.

Alle Versuchskörper waren kreuzweise mit Betonrippenstahl BSt 500/550 ϕ 4mm bis ϕ 6mm bewehrt. Die auf die Plattendicke d bezogenen Bewehrungsgrade der Versuchskörper von $\mu = 0,16 \text{ ‰}$ bis $\mu = 0,31 \text{ ‰}$ entsprachen den in der Baupraxis überwiegenden, schwach bewehrten Treppenkonstruktionen. Sie gewährleisteten jedoch, daß kein schlagartiges Versagen beim Aufreißen des Betons eintrat, wie es bei sehr niedrigen Bewehrungsgehalten zu befürchten ist. Die schematische Beweh-

rungsübersicht in Anlage A 3 zeigt, daß die Bewehrung der Versuchskörper auf das erwartete günstige Tragverhalten abgestimmt war. An den Knicklinien war die untere Podestbewehrung nicht verstärkt (kein "versteckter Unterzug") und die Bewehrung in Längsrichtung (Bewehrung der "Rahmenecke") war bei Treppe 3 entlang der Knicklinie nicht für positive, an der Unterseite Zug erzeugende Momentenbeanspruchung ausgelegt.

4.4 Messungen

Die Versuche wurden von einem Meßprogramm begleitet, mit dem folgende Größen gemessen wurden:

- Betonstauchungen und Stahldehnungen
Die Anordnung der Dehnmeßstreifen (DMS) auf den Betonflächen und den Bewehrungsstäben erfolgte jeweils so gegenüberliegend, daß die Betonstauchung in der Druckzone und die Stahldehnung in der Zugzone unter Berücksichtigung der erwarteten Faltwerkwirkung gemessen wurden (siehe Anlage A 4).
- Durchbiegung (siehe Anlage A 5)
- horizontale und vertikale Auflagerkräfte
(siehe Anlage A 2)
- Rißentwicklung und Rißbreite.

Die Betonstauchungen, Stahldehnungen, Durchbiegungen und Auflagerkräfte wurden nach dem Aufbringen der Last bei jeder Laststufe gemessen. Die Rißbreiten und die Änderung des Rißbildes wurden bestimmt, wenn Änderungen gegenüber dem Zustand bei der vorangegangenen Messung erkennbar waren.

[illegible]

29/09/2014

4.5 Versuchsergebnisse

4.5.1 Entwicklung des Rißbildes und Versagenszustand

Die abweichende Ausbildung der Versuchskörper führte zu deutlichen Unterschieden zwischen den Bruchfiguren. Die Änderungen der Rißbilder blieben dagegen vorwiegend auf das untere Podest beschränkt. Ein charakteristisches Rißbild enthält Bild 4.4. Bei allen Versuchen war die Rißbildung in den Läufen deutlich geringer als in den Podesten. Der obere Lauf blieb in Feldmitte bis zum Bruch weitgehend rissefrei. An Knicklinie C entstand an der Oberseite ein Riß quer zur Laufrichtung, der bei Treppe 1 und 2 vor dem Erreichen der Bruchlast an der Auflagerlinie C bis zur Unterseite durchlief und eine Breite von $w_m = 0,8 \text{ mm}$ erreichte. Ein ähnlich ausgeprägter Riß wurde auch am unteren Lauf von der Auflagerlinie B ausgehend beobachtet. Die bei allen Versuchen an der Unterseite des unteren Laufes erkennbare Schrägrißbildung entstand erst unmittelbar beim Versagen der Versuchskörper. Sie weist auf die damit verbundene Erhöhung der Torsions- bzw. Drillmomentenbeanspruchung des unteren Laufes hin, die aus der plötzlichen Durchbiegungszunahme an Knicklinie B_U entstand.

Die Rißbilder an der Unterseite des oberen Podestes sind bei den Versuchskörpern nahezu identisch. Alle Risse verlaufen fast exakt in y-Richtung, und das Zentrum des Rißbildes ist zu der Podestseite verschoben, in die kein Lauf einbindet. Schräg von Knicklinie C ausgehend, entstand unmittelbar vor dem Bruch ein Riß aus der Verbindung des Risses an der Laufoberseite mit einem Riß, der sich unter den auflagernahen Lasteinleitungspunkten des oberen Podestes gebildet hatte.

Das Rißbild des unteren Podestes ist bei Treppe 1 am freien Rand nahezu symmetrisch und konzentriert sich zum Treppenauge bei Knicklinie B auf wenige Risse. Diese Konzentration wurde hier begünstigt, weil die Plattenbiegung infolge der geringeren Anzahl horizontaler Festhaltungen von einer höheren Scheibenbeanspruchung überlagert wurde als bei den anderen Versuchen. So entstand an dieser Stelle frühzeitig eine große Rißbreite. Im Gegensatz dazu entspricht das Rißbild des unteren Podestes bei Treppe 2 und 3 etwa dem des oberen Podestes. Ein deutlicher Unterschied besteht insofern, als sich bei Treppe 3 gegenüber Treppe 2 deutlich weniger Risse ausbildeten. Bei Treppe 2 ist am unteren Podest im Vergleich zu Treppe 1 eine verstärkte Rißbildung senkrecht zu Knicklinie B_O , an der der obere Lauf nur gelenkig auflag, zu erkennen.

Von Interesse ist auch die Rißentwicklung. Bild 4.4 verdeutlicht am Beispiel von Treppe 3 die langsame Ausprägung des Rißbildes. Auch unter hohen Lasten war bis zum Erreichen der Bruchlast noch eine Verkleinerung des Rißabstandes a_m zu beobachten. Für Treppe 1 und 2 sind die Rißbilder in den Anlagen A 6 und A 7 dargestellt.

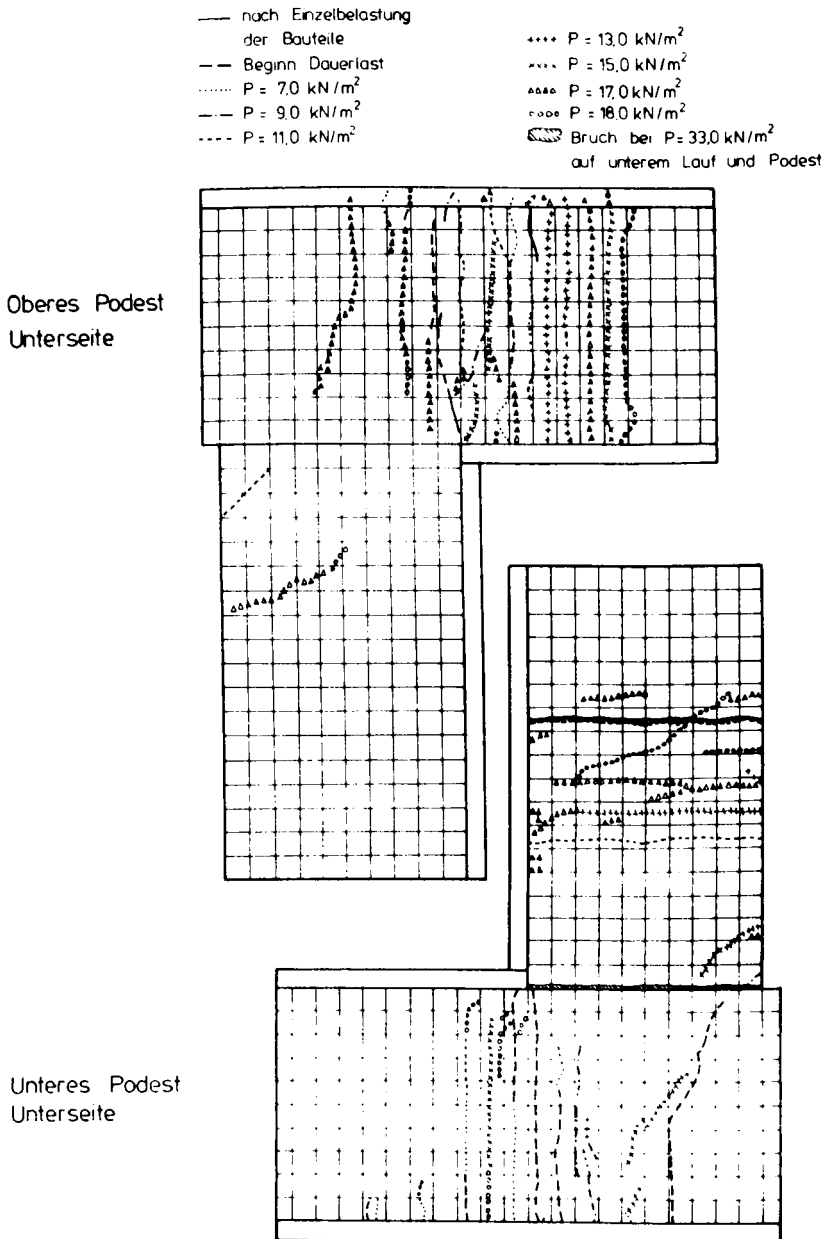


Bild 4.4: Rißentwicklung an der Unterseite von Versuchskörper Treppe 3

An den Versuchskörpern war unter gemeinsamer Belastung aller Bauteile bis zum Bruch mit der Entstehung erster Schäden und Betonabplatzungen auch der Versagenszustand des oberen Podestes erreicht oder er stand unmittelbar bevor. Bei Treppe 1 und 2 lag die Stahldehnung am freien Rand deutlich über $\epsilon_s = 5 \text{ ‰}$, und die Durchbiegung hatte eine Größenordnung erreicht, die ein Umkippen der Lastverteilungsträger befürchten ließ. Treppe 3 wies dagegen auch am freien Rand des oberen Podestes eine geringere Stahldehnung auf, die mit $\epsilon_s = 3,5 \text{ ‰}$ ebenfalls deutlich über der Streckgrenze des Stahles lag.

Versuchskörper	belastete Bauteile	$F_{u,p}$ [kN]	zugeh. p [kN/m ²]	versagendes Bauteil
Treppe 1	gesamter VK	108,0	15,4	oberes Pod., Treppenauge unteres Pod.
Treppe 2	gesamter VK	126,0	18,0	oberes Pod., Festh. H81
	unteres Podest unterer Lauf	108,5	31,0	Knicklinie B_u
Treppe 3	gesamter VK	126,0	18,0	Festh. H81
	unteres Podest unterer Lauf	115,5	33,0	Knicklinie B_u

Tabelle 4.1: Zusammenstellung der Bruchlasten $F_{u,p}$ und der zugehörigen Flächenlasten p (ohne Eigengewicht der Versuchskörper)

Mit dem Erschöpfungszustand des oberen Podestes entstand an Treppe 1 auch ein Bruch im Bereich des Treppenauges am unteren Podest durch schlagartiges Versagen der Betondruckzone. Diese war hier als Folge der Rißkonzentration bereits vorher stark eingeschnürt worden. Im Vergleich mit den anderen Versuchskörpern zeigte dieser Unterschied den Einfluß der Scheibenbeanspruchung bei verminderter horizontaler Festhaltung.

Bei Treppe 2 und Treppe 3 bestimmten Schäden oder Verformungszunahmen im Bereich der horizontalen Verankerung, die in Verlängerung der Auflagerlinie B" (y-Richtung) angeordnet war, die Höhe der gemeinsamen Belastung aller Bauteile. Die Begrenzung dieser Schäden auf den Rand des unteren Podestes ermöglichte nach einer Verstärkung (Treppe 2) oder Erneuerung (Treppe 3) der Festhaltung einen weiteren Belastungszyklus, bei dem das untere Podest und der untere Lauf nochmals gemeinsam bis zum erneuten Bruch belastet wurden. Der Bruch entstand dann bei Treppe 2 im unteren Podest, ausgehend von Betonabplatzungen um die horizontalen Festhal-

tungen H73 und H75 an der Knicklinie B_U nahe Auflagerlinie B' . Bei Treppe 3, die im Bruchlastzyklus 2 horizontal völlig unverschieblich gehalten war, entstand der Bruch dagegen in Feldmitte des unteren Laufes und setzte sich nach dem Fortfall der Stützung aus dem Lauf bis in das Podest fort (siehe Bild 4.4). Eine Zusammenstellung der Bruchlasten enthält Tabelle 4.1. Die darin für den zweiten Bruchlastzyklus bei Treppe 2 und 3 ausgewiesenen höheren Flächenlasten deuten auf den Einfluß der unnachgiebigeren horizontalen Festhaltung und die starrere vertikale Stützung des unteren Podestes gegenüber dem oberen Podest hin.

4.5.2 Dehnungen der Versuchskörper

Die gemessenen Betondehnungen bestätigen die bei der Anordnung der DMS erwartete Dehnungsverteilung insofern, als bis auf unbedeutende Ausnahmen in Bereichen mit sehr kleinen Dehnungen, z.B. nahe Momentennullpunkten, ausschließlich Stauchungen gemessen wurden. Die Größenordnung der Betonstauchungen veranschaulicht die in Tabelle 4.2 enthaltene Gegenüberstellung der unmittelbar vor dem Bruch gemessenen maximalen Stauchungen. Anlage A 8 zeigt darüberhinaus die lastabhängige Stauchungszunahme charakteristischer Kurvenverläufe von Meßstellen an Treppe 2. Danach überschreitet die Stauchung bis zum Erreichen der Bruchlast Werte von $\epsilon_b = -1,00 \text{ ‰}$ nur in örtlich begrenzten Bereichen der Podestmitten. Sie lag damit immer deutlich unter den in Abschnitt 3.1.2 angegebenen Fließgrenzen, die für das Parabel-Rechteckdiagramm nach DIN 1045 mit $\epsilon_{b,S} = -2,0 \text{ ‰}$ anzunehmen ist. Für die Rechteckquerschnitte der Versuchskörper mit vergleichsweise großer Druckzone, entsprechen diese Stauchungswerte wegen des geringen Bewehrungsgehaltes den Erwartungen, da überwiegend biegebeanspruchte Querschnitte erst bei deutlich höheren Bewehrungsgraden eine stärkere Ausnutzung der Betondruckzone aufweisen. Die in Anlage A 8 erkennbare stetige Stauchungszunahme ist als charakteristisch anzusehen. Eine Richtungsumkehr war an keiner Meßstelle festzustellen. Lediglich das Versagen der Horizontalverankerung in y-Richtung am unteren Podest kündigte sich bei Treppe 2 und 3 durch eine verminderte Stauchungszunahme an den Meßstellen im Bereich der Knicklinien an. Deutlich erkennbar ist dagegen eine überproportionale Stauchungszunahme bei beginnender Rißbildung.

Charakteristische Stahldehnungsverläufe für alle Bauteile des Versuchskörpers Treppe 2 enthält Anlage A 9. Danach wurden große Stahldehnungen vor allem an den freien Podesträndern (Meßstellen 32 und 88) sowie an den Knicklinien gemessen. Die Stahldehnungen der Läufe sind in Feldmitte demgegenüber vergleichsweise gering. Dies gilt insbesondere für Treppe 1 und 3, bei denen der obere Lauf mit dem unteren Podest monolithisch verbunden war. Mit den entlang der Knicklinien auf der oberliegenden Bewehrung angeordneten DMS in y-Richtung wurden an den Aufla-

gerlinien größere Dehnungen gemessen als am Treppenauge. Nach Anlage A 9 ist diese Abnahme der Stahldehnungen zum Treppenauge hin entlang der Knicklinien, sowohl auf der Lauf- als auch auf der Podestseite, etwa gleich groß.

Vers.körp.	Treppe 1		Treppe 2		Treppe 3	
Bauteil	$\epsilon_{b,min}$ [mm/m]	Meß- pkt.	$\epsilon_{b,min}$ [mm/m]	Meß- pkt.	$\epsilon_{b,min}$ [mm/m]	Meß- pkt.
unt. Lauf	-0,371	163	-0,641	168	-0,634	164
unt. Pod.	-1,418	144	-1,196	144	-0,666	144
ob. Lauf	-0,327	153	-0,643	155	-0,405	156
ob. Pod.	-1,099	184	-0,928	176	-0,927	184
Gleichlast p [kN/m ²]	14,64		18,00		18,00	

Tabelle 4.2: Größte Betonstauchung ϵ_b bei Belastung aller Bauteile bis zum Bruch

In die Last-Dehnungsverläufe für das untere Podest sind auch die bei Treppe 1 an Meßstelle 44 gemessenen Werte eingetragen. Sie liegen deutlich über den bei Treppe 2 und Treppe 3 an dieser Stelle gemessenen Dehnungen. Diese Beobachtung bestätigt die bereits erwähnte, erhöhte Scheibentragwirkung, die auch von den in Abschnitt 5 zusammengestellten rechnerischen Ergebnissen belegt wird. Danach führt die Beschränkung auf nur zwei horizontale Festhaltungen an jedem Podest (jeweils in x- und y-Richtung) vor allem am Treppenauge des unteren Podestes zu erheblichen Zugspannungen in der Plattenmittelebene.

Vers.körp.	Treppe 1		Treppe 2		Treppe 3	
Bauteil	$\epsilon_{s,max}$ [mm/m]	Meß- pkt.	$\epsilon_{s,max}$ [mm/m]	Meß- pkt.	$\epsilon_{s,max}$ [mm/m]	Meß- pkt.
unt. Lauf	0,761	66	1,204	69	2,160	71
unt. Pod.	>8,00	44	4,061	44	2,722	44
ob. Lauf	0,963	50	3,033	59	1,561	51
ob. Pod.	7,342	88	4,416	88	3,473	89
Gleichlast p [kN/m ²]	14,64		18,00		18,00	

Tabelle 4.3: Größte Stahldehnungen ϵ_s bei Belastung aller Bauteile bis zum Bruch.

In den gerissenen Bereichen der Versuchskörper zeigte sich mit beginnender Rißbildung bei allen Stahldehnungsmeßstellen eine ausgeprägte überproportionale Dehnungszunahme (siehe Anlage A 9). Bei örtlichem Fließen der Bewehrung waren in anderen Tragwerksbereichen keine signifikanten Dehnungsveränderungen erkennbar. Eine Übersicht der bei Belastung aller Bauteile bis zum Bruch gemessenen Größtwerte der Stahldehnungen enthält Tabelle 4.3.

4.5.3 Schnittgrößen der Versuchskörper

Die gegenüberliegende Anordnung der DMS senkrecht zur Plattenmittelebene auf der Bewehrung und der Betonoberfläche ermöglicht die Ermittlung von Schnittgrößen aus dem zu einer Meßstelle gehörigen Wertepaar der Dehnungen. Auch wenn die Ergebnisse der Dehnungsmessungen bereits eindeutige Aussagen und Rückschlüsse zum Tragverhalten und zu den Beanspruchungen der Einzelbauteile erlauben, sind von der Schnittgrößendarstellung eine erhöhte Anschaulichkeit und verbesserte Vergleichsmöglichkeiten gegenüber den rechnerischen Untersuchungen zu erwarten. Die dafür notwendige Spannungsintegration erfolgte programmgesteuert mit dem Rechenprogramm "PBMQ" /64/. Dabei wurden die Spannungen unter der Annahme einer geradlinigen Dehnungsverteilung mit der SDL nach Bild 3.1 berechnet. Die Festigkeitskennwerte des Stahles waren vorab im Zugversuch ermittelt worden. Zur Bestimmung der Druckfestigkeit des Betons waren nach der Versuchsdurchführung aus ungestörten Bereichen der Versuchskörper Bohrkerne entnommen worden. Aus den Prüfergebnissen wurde die Prismenfestigkeit nach Gl. (3.1) abgeschätzt. Zur Absicherung dieser Werte sowie zur Festlegung des E-Moduls und der Betonzugfestigkeit wurden darüberhinaus auch noch Festigkeitswerte nach DIN 1048 an entsprechenden Begleitkörpern bestimmt.

Trotz sorgfältiger Erfassung der Materialkennwerte ist bei einer Bewertung der solcherart durchgeführten Querschnittsanalyse zu berücksichtigen, daß die Schnittgrößen, denen in Versuchen gemessene Dehnungen zugrunde gelegt wurden, nur als Näherungen anzusehen sind, da die Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons auf Zug nach Bild 3.1 von Mittelwerten der Betonzugspannung β_Z ausgeht und rißbedingte Einflüsse - insbesondere aus der Verbundwirkung entstehende Änderungen der Stahlspannung ϵ_s - nur verschmiert erfaßt werden. Bild 4.5 verdeutlicht den Einfluß der Rißbildung auf die Ergebnisse der Dehnungsmessungen.

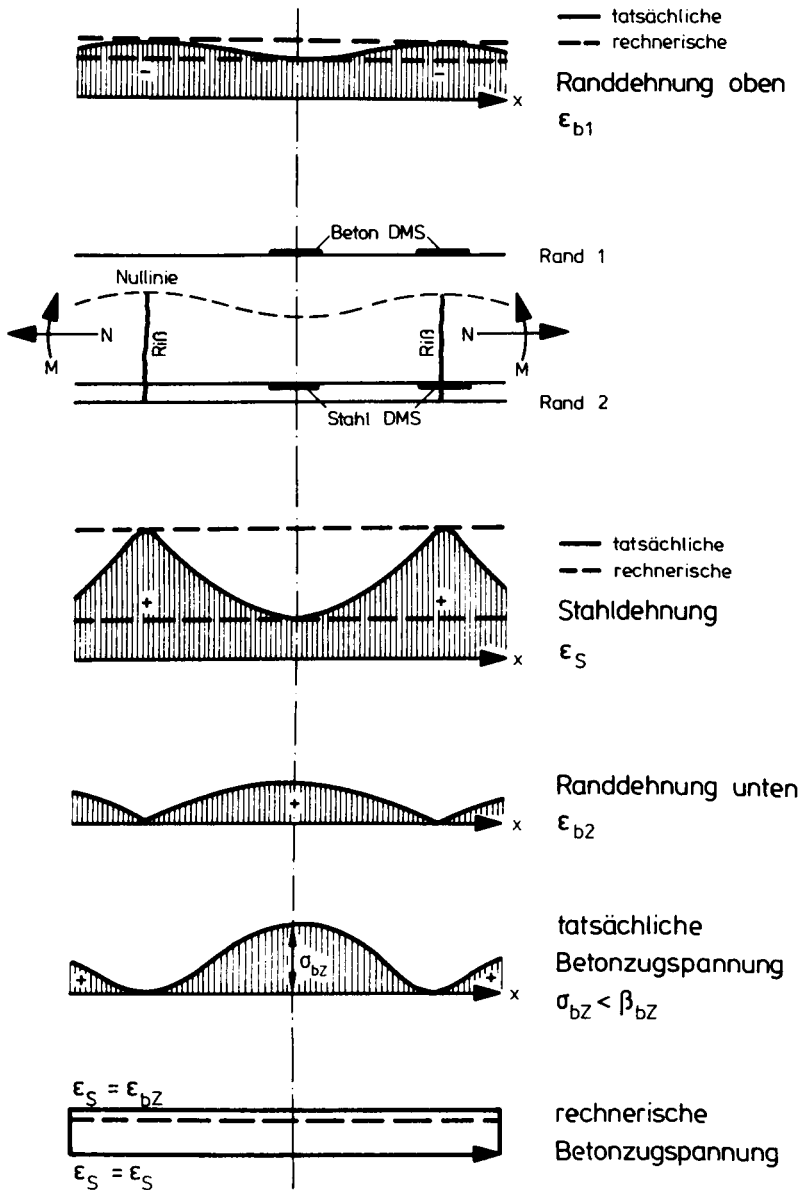


Bild 4.5: Einfluß der Lage von DMS auf Meßergebnisse bei Rißbildung

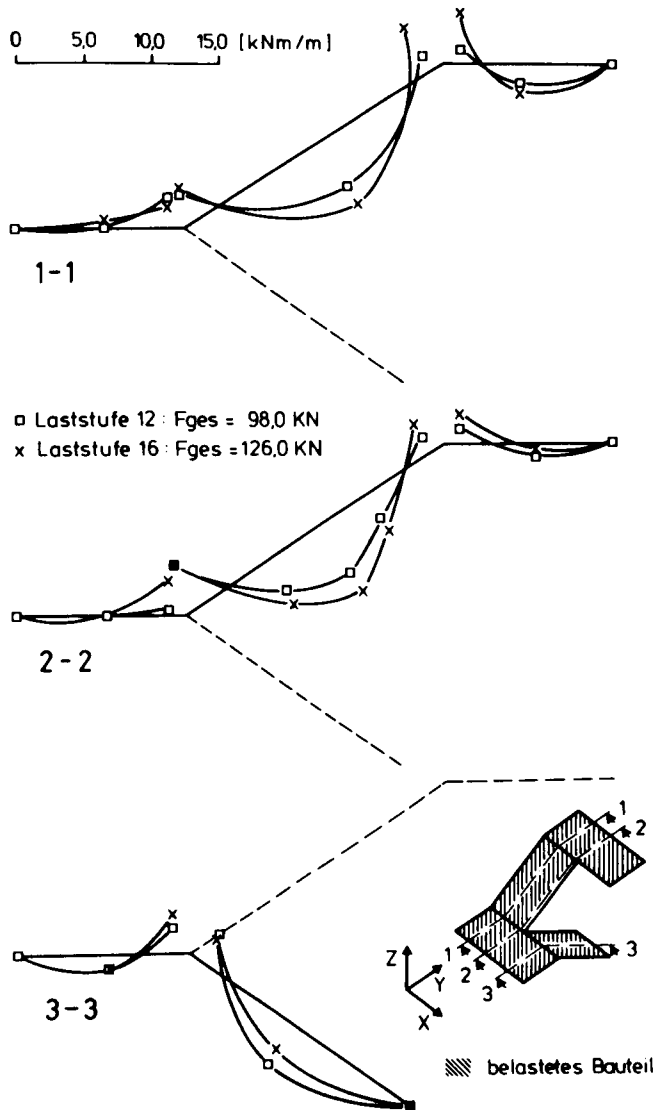


Bild 4.6: Verlauf der aus Dehnungen des Versuchskörpers Treppe 3 errechneten Biegemomente m_y

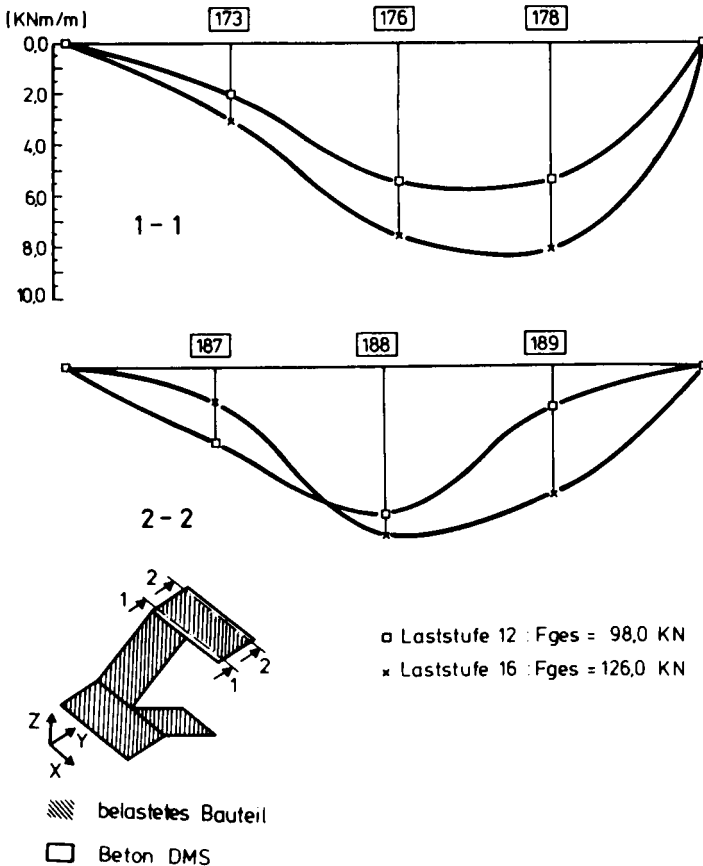


Bild 4.7: Verlauf der aus Dehnungen des Versuchskörpers Treppe 3 errechneten Biegemomente m_x im oberen Podest

Eine weitere Einschränkung zur Aussagekraft der errechneten Schnittgrößen folgt aus der Anordnung der DMS zueinander. Die Beurteilung des Beanspruchungszustandes von Flächentragwerken erfordert die Kenntnis der Hauptmomente bzw. -spannungen und deren Richtung. Für die Ermittlung dieser Größen hätten die DMS als Dreierrosetten auf der Ober- und Unterseite der Versuchskörper angeordnet werden müssen. Wegen der frühzeitig entstehenden Risse aus der Plattenbeanspruchung, sind vertrauenswürdige Dehnungsmessungen auf der Zugseite jedoch auch dann nur für sehr geringe Lasten zu erwarten. Aus diesem Grund wurden die DMS in dem in Anlage A 4

dargestellten Raster angeordnet, mit dem der Dehnungszustand jeweils nur in einer Richtung bestimmt werden konnte.

Trotz dieser Einschränkungen sind dennoch einige wichtige Hinweise zum Tragverhalten der untersuchten Treppen möglich. Dazu sei noch angemerkt, daß Korrekturen für eine unterschiedliche Mitwirkung des Betons auf Zug, z.B. in besonders stark gerissenen Bereichen, näherungsweise aus den Reißbildern (siehe Bild 4.4 und Anlagen A 6 bis A 7) abgeleitet werden können. Die Plattenbiegemomente ändern sich allerdings bei Variation der aufnehmbaren Biegezugdehnung ϵ_{BZ} des Betons, die nach Bild 3.1 die Mitwirkung des Betons entscheidend bestimmt, nur wenig. Auch ihre Abweichung von der Hauptmomentenrichtung kann zumindest an den freien Rändern sowie an den Knicklinien als gering eingeschätzt werden (siehe hierzu auch Abschnitt 5.4.2). Bild 4.6 zeigt ausgewählte Biegemomentenverläufe in y-Richtung. Sie verdeutlichen die Ausbildung der Stützmomente an den Knicklinien.

Eine beispielhafte Darstellung der Biegemomente m_x in Querrichtung der Versuchskörper enthält Bild 4.7. Die Podeste aller Versuchskörper zeigten die erwarteten, parabelförmigen Verläufe mit positiven Momenten. Angemerkt sei, daß die Stützung der Podeste auch an diesen Verläufen bei einem Vergleich der errechneten Biegemomente mit den Werten für eine vergleichbare ungestützte Platte erkennbar wurde. Darüberhinaus konnte wie bereits an den Dehnungsverläufen eine Verschiebung des Momentengrößtwertes bei den Podesten, in die nur ein Lauf einbindet, beobachtet werden. Der Größtwert war jeweils zur Seite verschoben, in die kein Lauf einbindet.

Alle Momentenlinien in Laufrichtung der Läufe (y-Richtung) sind durch ausgeprägte Stützmomente an den Knicklinien gekennzeichnet. Ihre Größe entspricht unter Berücksichtigung des Meßstellenabstandes von den Knicklinien (siehe Anlage A 4) im Mittel etwa den Feldmomenten.

Die Querschnittsanalyse ergab neben den Biegemomenten in allen für die Bemessung maßgebenden Schnitten auch Normalkräfte, die für die Beurteilung der Scheibentragwirkung von besonderem Interesse sind. Vergleichsrechnungen zeigten, daß die Variation der aufnehmbaren Biegezugdehnung ϵ_{BZ} größere Änderungen bei den Normalkräften als bei den Biegemomenten hervorruft. Gegenüber der hier angesetzten Biegezugdehnung von $\epsilon_{BZ} = 0,1 \text{ ‰}$ stellten sich im möglichen Streubereich zwischen $\epsilon_{BZ} = 0,00 \text{ ‰}$ bis $\epsilon_{BZ} \approx 0,25 \text{ ‰}$ bei einigen Meßstellen sogar Änderungen des Vorzeichens ein. Da außerdem die Richtung der Hauptnormalkräfte in den Mittelebenen von der gewählten Richtung der DMS stärker abweicht als die Hauptmomentenrichtung, werden hier nur die wichtigsten eindeutig abgesicherten Zusammenhänge aufgeführt.

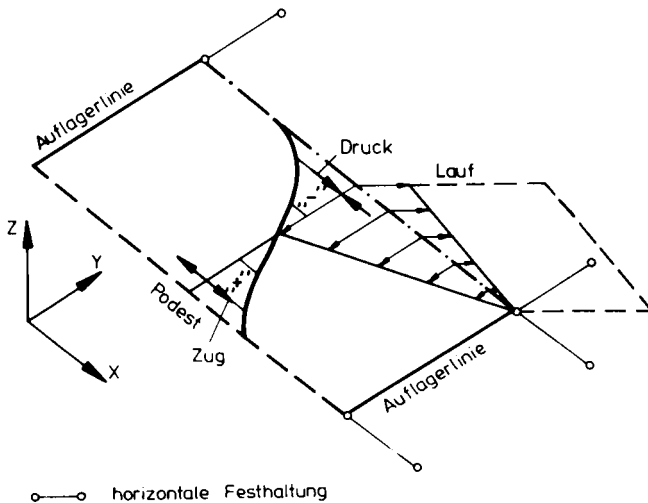


Bild 4.8: Schematische Darstellung der Scheibenbeanspruchungen eines Podestes mit nach unten abgewinkeltem Lauf unter Gleichlast

Abgesehen von den Meßstellen in Verlängerung der Auflagerlinie B'' (Meßstellen 197, 201, 203 und 205) wurden für den unteren Lauf nur Druckkräfte errechnet. Sie deuten auf die Stützung des unteren Podestes durch die Läufe hin. Erwähnt sei dazu, daß die Abweichung der Hauptrichtung von der Richtung der Meßstreifen wegen der durchgehenden Linienlagerung am Fußpunkt des unteren Laufes geringer einzuschätzen ist als in den anderen Bereichen. Die in Abschnitt 5.4.1 erläuterten Ergebnisse bestätigen dies.

Für Treppe 2 ergab die Querschnittsanalyse aus den gemessenen Dehnungen in x-Richtung beider Podeste Druckkräfte entlang der Knicklinien und Zugkräfte an den freien Rändern. Dieses Ergebnis bestätigt die infolge Faltwerkwirkung für ein Podest mit nach unten abgewinkeltem Lauf zu erwartende Verteilung der Scheibenspannungen, die in Bild 4.7 schematisch dargestellt ist.

4.5.4 Formänderungen der Versuchskörper

Die nach jeder Laststufe gemessenen Durchbiegungen ermöglichen eine Beurteilung des Formänderungsverhaltens über den gesamten Beanspruchungsbereich. Dies ist im Hinblick auf die zu beurteilende Faltwerkwirkung insofern von Interesse, als hieraus

Hinweise zur Stützung des Systems an den Knicklinien zu entnehmen sind. Bereits in Abschnitt 2.2 wurde gezeigt, daß die Vereinfachung der Annahme einer starren Stützung nicht mit den Randbedingungen bei Treppen übereinstimmt und zu einer Fehleinschätzung der Momentenverteilung führt.

Die größten Durchbiegungen wurden an Treppe 2 gemessen. Die Werte bei Treppe 1 lagen geringfügig darunter, während Treppe 3 deutlich geringere Durchbiegungen aufwies. Diese Reihenfolge bestätigt, daß die konstruktiven Abweichungen der beiden ersten Versuche gegenüber Treppe 3, die in der Trennung des oberen Laufes vom unteren Podest bei Treppe 2 bzw. der Anordnung von weniger horizontalen Festhaltungen bei Treppe 1 bestanden, zu einer verminderten Stützung geführt haben. Die in Anlage A 11 dargestellten Linien gleicher Durchbiegung für die Podeste zeigen, daß auch entlang der Knicklinien nennenswerte Durchbiegungen gemessen wurden, die jedoch vor allem unter hohen Lasten geringer waren als an den freien Podesträndern. Die Durchbiegungen waren bei allen Versuchskörpern am oberen Podest größer als am unteren.

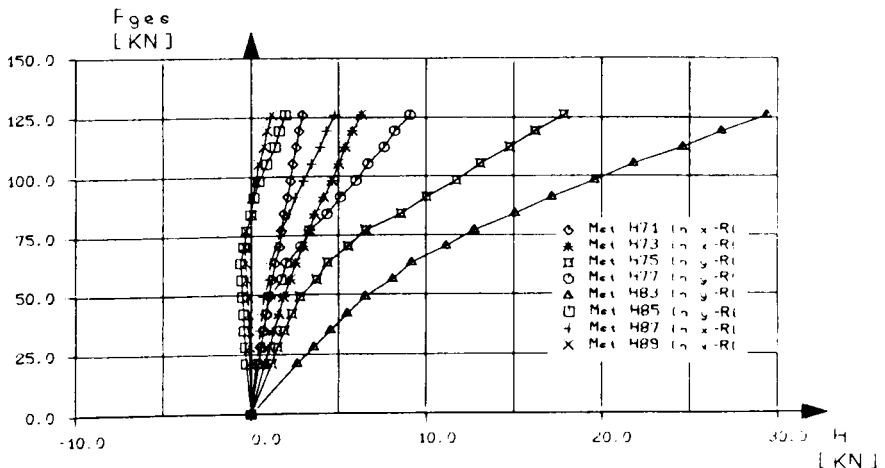


Bild 4.9: Horizontale Auflagerkräfte der Treppe 3 bei Belastung des Gesamtsystems

4.5.5 Auflagerkräfte

Die Bedeutung der Horizontalkraftaufnahme zur Ausbildung der Faltwerkwirkung wurde bereits in Abschnitt 2.2 eingehend behandelt. Die Messung der Horizontalkräfte erfolgte daher bei der Versuchsdurchführung mit großer Sorgfalt. Die Anordnung der Festhaltungen war so gewählt, daß überwiegend Zugbeanspruchungen zu

erwarten waren, die kein Ausknicken der Stahlbolzen befürchten ließen. Die bei Belastung aller Bauteile ermittelten Horizontalkräfte sind in Bild 4.9 für Treppe 3 beispielhaft aufgetragen. Es zeigt für alle Festhaltungen eine nahezu lineare oder bilineare Zunahme der Horizontalkraft. Die am unteren Podest bestimmten Werte sind erheblich größer als die Horizontalkräfte am oberen Podest. Die Größenordnung der Kräfte in Laufrichtung der Läufe liegt deutlich über den für die x-Richtung ermittelten Werten.

Die in Bild 4.8 erkennbare Abflachung des Kurvenverlaufes bestätigt, daß der bei Treppe 3 entstandene Bruch als Folge des Versagens der nahe am Podestrand liegenden Verankerung der horizontalen Festhaltung entstanden ist.

Die Verteilung der vertikalen Auflagerkräfte ist für Treppe 2 und Treppe 3 in den Bildern 4.10 und 4.11 dargestellt. Sie weist an den Auflagerlinien C' und C'' des oberen Podestes sowie B' des unteren Podestes nur geringe Unterschiede zwischen den Versuchskörpern auf. Eine deutliche Abweichung ist entlang Auflagerlinie B'' am unteren Podest erkennbar. Hier entstand bei Treppe 2 ein gleichmäßigerer Verlauf. Auffallend ist die Konzentration der Auflagerkräfte bei den Linien B' und C' unmittelbar an den Knicklinien. Die Zunahme der Auflagerkräfte erfolgte jeweils gleichmäßig.

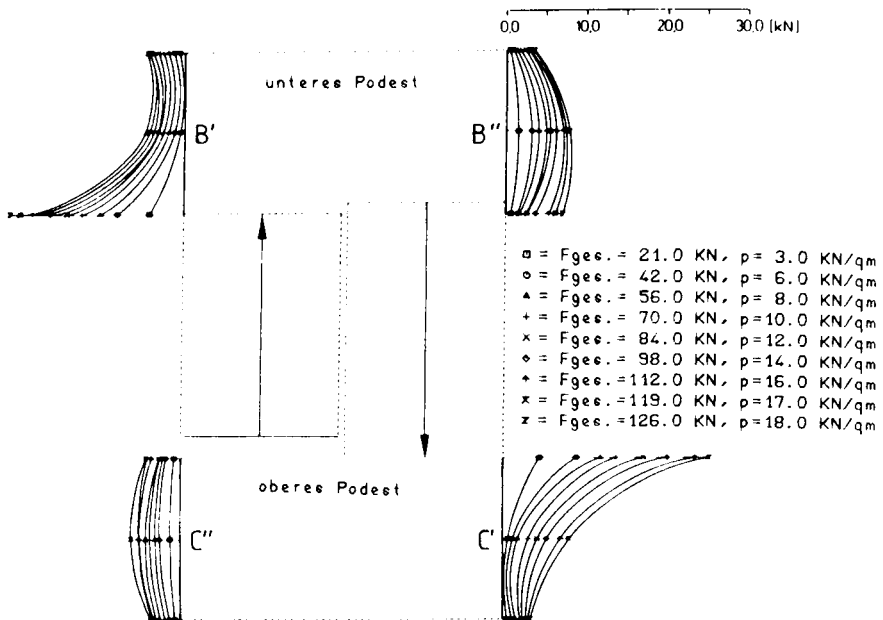


Bild 4.10: Vertikale Auflagerkräfte des Versuchskörpers Treppe 2 bei Belastung des Gesamtsystems

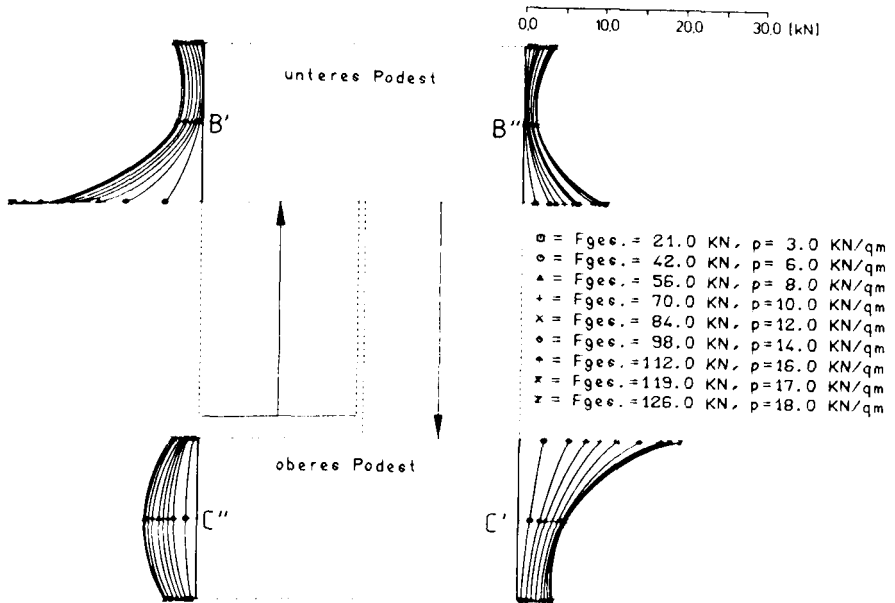


Bild 4.11: Vertikale Auflagerkräfte des Versuchskörpers Treppe 3 bei Belastung des Gesamtsystems

4.6 Zusammenfassung der Versuchsergebnisse

Zur Untersuchung der Faltwerkwirkung bei geraden, gegenläufigen Plattentreppen mit Podesten wurden drei Traglastversuche bis zum Bruch an im Maßstab 1:2 verkleinerten Systemen durchgeführt. Dabei wurden neben der Bewehrungsführung die Einspannung der Bauteile untereinander und die Anordnung der horizontalen Festhaltungen variiert.

Im Hinblick auf den Nachweis der Faltwerkwirkung sollten die durchgeführten Versuche vor allem den Einfluß der Nachgiebigkeit der mit Biegung und Normalkraft beanspruchten Läufe auf die Stützung der Treppensysteme entlang der Knicklinien aufzeigen. Daneben sollten die Auswirkungen der wichtigsten Parameter für die Nachgiebigkeit untersucht und erfaßt werden. Die wesentlichen Versuchsergebnisse können wie folgt zusammengefaßt werden:

- Die Anordnung der DMS war unter der Annahme vorgenommen worden, daß sich entlang der Knicklinien des Treppensystems geringere Durchbiegungen einstellen

als in den Feld- bzw. Mittelbereichen und daß daraus Stützmomente entstehen, die Biegezugspannungen senkrecht zu den Knicklinien an den Bauteiloberseiten erzeugen. Die Ergebnisse der Dehnungsmessungen bestätigen diese Annahme, da bis auf unbedeutende Ausnahmen mit den Beton-DMS nur Stauchungen und mit den Stahl-DMS auf der Bewehrung nur Zugdehnungen gemessen wurden.

- Die Betonstauchungen der schwach bewehrten Rechteckquerschnitte verblieben bis unmittelbar vor dem Bruch deutlich unterhalb der Fließgrenze $\epsilon_{b,S}$ des Betons. Erst das Versagen der Zugbewehrung oder einer horizontalen Festhaltung führte zu örtlich begrenzten Einschnürungen der Druckzone, die auch Betonabplatzungen hervorriefen. Die gemessenen Betonstauchungen lassen zwar insbesondere in den Läufen die Scheibenbeanspruchung erkennen. Ihre Größtwerte z.B. in den Podestmitten wurden jedoch vorwiegend durch die Plattenbeanspruchung bestimmt.
- Alle Last-Dehnungsbeziehungen weisen monoton stetige Verläufe auf. Mit beginnender Rißbildung entstehen überproportionale Dehnungszuwächse.
- Auch wenn die aus den gemessenen Dehnungen rechnerisch ermittelten Schnittgrößen nur als Näherungswerte anzusehen sind, so zeigt die weitgehende Übereinstimmung der Momentenverläufe in den untersuchten Schnitten, daß die errechneten Schnittgrößen durchaus zur qualitativen Bewertung des Tragverhaltens geeignet sind. Als wichtigstes Ergebnis ist in diesem Zusammenhang festzuhalten, daß die Stützung der Podeste infolge Scheibentragwirkung durch die ausgeprägten Stützmomente an den Knicklinien bestätigt wird. In Querrichtung der Podeste (x-Richtung) zeigte sich die Stützung am auffälligsten bei den Podesten, die nur mit einem Lauf monolithisch verbunden waren. Der Größtwert der Momentenlinie war hier jeweils zu der Seite verschoben, auf der keine Verbindung mit einem Lauf bestand.
- Die Versuchsergebnisse bestätigen, daß die Annahme einer starren Stützung entlang der Knicklinien die wirklichen Verhältnisse nicht richtig beschreibt, da Durchbiegungen infolge Rißbildung auch entlang der Knicklinien entstehen. Darüber hinaus erhöhten verminderte Einspannungen einzelner Bauteile untereinander und eine größere Nachgiebigkeit der horizontalen Festhaltung die Durchbiegung an den Knicklinien deutlich. Diese Beobachtung unterstreicht die Notwendigkeit einer wirklichkeitsnahen Ermittlung der Dehnsteifigkeiten für die zutreffende Beschreibung der stützenden Scheibentragwirkung parallel zu den Mittelebenen der Bauteile.

- Bei allen Versuchen wurden die Auflagerkräfte aus den Dehnungen vorab geeichter Stahlbolzen ermittelt. Dabei können vor allem die gemessenen Horizontalkräfte als charakteristisch für die Faltwerkwirkung angesehen werden. Ihre Richtungen und die beobachteten Verteilungen lassen vermuten, daß die Podeste sich auf den darunter angeordneten Läufen über Druckkräfte abstützen und daß über den Podesten angeordnete Läufe mit Zugkräften beansprucht werden, über die Podestlasten auch an höher gelegenen Auflagerlinien aufgehängt werden.
- Die in den Versuchen erreichten Bruchlasten und die entsprechenden Flächenlasten liegen erheblich über den bei reiner Plattentragwirkung zu erwartenden Werten. Weitere rechnerische Vergleiche hierzu enthält Abschnitt 9.1.

5 Berechnungen zur Ableitung eines Tragmodells

5.1 Notwendigkeit der Berechnungen und Lösungsweg

Die in Abschnitt 4 erläuterten Versuchsergebnisse haben die Faltwerkwirkung bei horizontal gehaltenen geraden, gegenläufigen Plattentreppen bestätigt. Mit der gewählten Anordnung der Dehnmeßstreifen konnte die Biegebeanspruchung der Versuchskörper infolge Plattentragwirkung in allen für die Bemessung interessierenden Schnitten kontinuierlich dargestellt werden.

Im Gegensatz dazu konnte die Scheibenbeanspruchung der Versuchskörper nicht lückenlos aufgezeichnet werden. Die Rißbildung des Betons verhindert zuverlässige Dehnungsmessungen mit gegenüberliegend auf den Betonoberflächen angeordneten DMS-Rosetten, wie sie für die Ermittlung der Spannungen parallel zur Mittelebene notwendig wären. Auch die Anordnung punktueller horizontaler Festhaltungen, die weniger aus baupraktischer Bedeutung als vielmehr wegen meßtechnischer Notwendigkeiten gewählt worden war, führte zu örtlich konzentrierten Beanspruchungsspitzen, deren Erfassung den Aufwand für die Meßtechnik unverhältnismäßig erhöht hätte.

Gerade für die in dieser Arbeit angestrebte Ableitung eines Tragmodells ist jedoch auch die Kenntnis der Scheibenspannungen von großer Bedeutung. Mit den rechnerischen Untersuchungen in diesem Abschnitt sollen daher vor allem ergänzende Aussagen zum Verlauf und zur Größe der Scheibenspannungen ermöglicht werden. Darüberhinaus sollen Besonderheiten der Versuchskörper aufgezeigt werden, wie sie z. B. in der Anordnung punktueller statt kontinuierlicher horizontaler Festhaltungen bestanden. Die Abschätzung des Einflusses dieser versuchsbedingten Abweichungen gegenüber baupraktisch zutreffenderen Verhältnissen und eine ergänzende Interpretation der Versuchsergebnisse soll mit den Vergleichsrechnungen ermöglicht werden.

In Abschnitt 2 wurden die Annahmen und Vereinfachungen, mit denen geschlossene analytische Lösungen zur Berechnung von Faltwerken möglich sind, zusammengestellt und hinsichtlich der Unterschiede beurteilt, die gegenüber den typischen Besonderheiten der in dieser Arbeit behandelten Treppenfaltwerke bestehen. Weil danach als Ergebnis festgestellt wurde, daß eine geschlossene Lösung zur Schnittgrößermittlung kaum möglich erscheint, erfolgten die Vergleichsrechnungen im Rahmen dieser Arbeit nach der Finite-Element-Methode mit dem Programmsystem SAP IV /3/ auf der institutseigenen Rechenanlage.

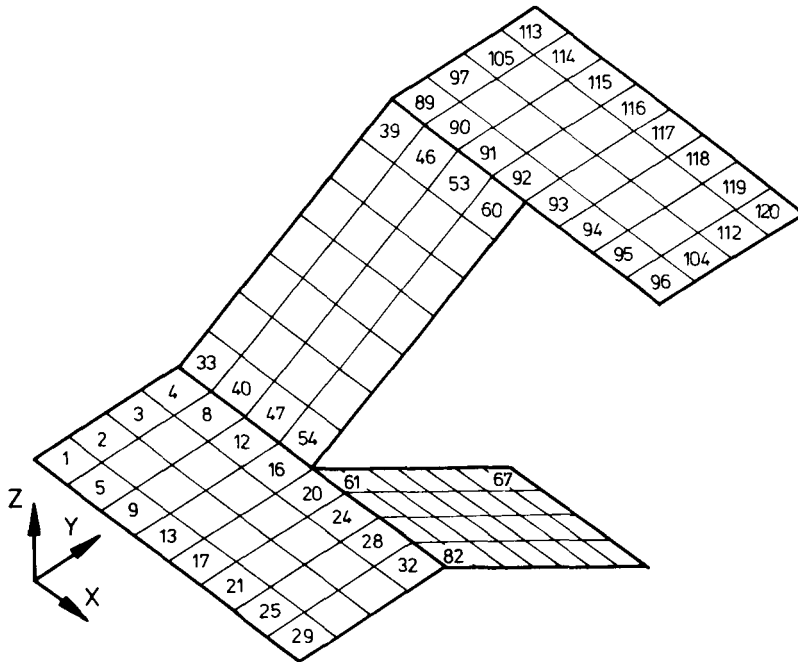


Bild 5.1: Elementeinteilung der rechnerisch untersuchten Treppensysteme (siehe auch Anlage B1)

5.2 Idealisierung der berechneten Treppensysteme

Das Programmsystem SAP IV enthält 10 verschiedene Elementtypen zur statischen und dynamischen Berechnung linearer Systeme. Hier wurde das viereckige dünne Platten- und Scheibenelement (Elementtyp 6) für die Idealisierung der Treppe verwendet. Es wird aus vier verträglichen Dreiecken gebildet, die den Membran- und Biegezustand beschreiben. Die Knoten besitzen je sechs Freiheitsgrade. Als Randelemente (Elementtyp 7) angeordnete Dehn- oder Drehfedern ermöglichen die Bestimmung der Auflagerkräfte sowie über Variation der Federsteifigkeiten auch Veränderungen der Auflagerungs- und Einspannverhältnisse. Die für alle Systeme gewählte Elementeinteilung ist in Bild 5.1 dargestellt. Die Materialeigenschaften wurden zunächst als isotrop und ideal elastisch unterstellt.

$$c_{xx} = c_{yy} = \frac{E}{1 - \mu^2} ; \quad c_{xy} = \frac{\mu \cdot E}{1 - \mu^2} \quad (5.1)$$

Über die Möglichkeit auch anisotrope Materialeigenschaften zu berücksichtigen, konnte die Rißbildung näherungsweise durch elementweise Abminderung der Steifigkeiten in nur einer oder auch mehreren Richtungen erfaßt werden.

5.3 Beschreibung der untersuchten Systemvarianten

Im Rahmen der Berechnungen wurden verschiedene Systeme untersucht, bei denen entsprechend den Möglichkeiten einer linear elastischen Rechnung vor allem die Einspannung und die Anordnung der horizontalen Festhaltungen verändert wurden. Dabei zeigte sich, daß die Ergebnisse der hier stellvertretend beschriebenen Systeme als charakteristisch angesehen werden können und die wichtigsten Einflüsse aus Veränderungen des statischen Systems erfassen. Auch die Ergebnisse aus der Nachrechnung der Versuchskörper können an nur einer Systemvariante, die dem Versuchskörper Treppe 3 entspricht, zutreffend dargestellt werden. Eine Übersicht der Systeme enthält Bild 5.2.

Das in Bild 5.2 unter a) dargestellte System ist sowohl hinsichtlich der Abmessungen als auch der Lagerung dem Versuchskörper Treppe 3 nachgebildet. Dazu wurden die vertikalen Auflagerpunkte und die horizontalen Festhaltungen durch Randelemente idealisiert, deren Dehnsteifigkeit genau derjenigen der Stahlbolzen am Versuchskörper entsprach. Dieser Versuchskörper ist insofern zur Erläuterung der Versuchsnachrechnung besonders geeignet, weil einerseits der Einfluß der weicheren Horizontalabstützung der Versuchskörper gegenüber den in der Baupraxis zu erwartenden Systemen noch sichtbar wird, andererseits jedoch die beste Übereinstimmung zur Baupraxis besteht und darüberhinaus die Änderungen der Versuchskörper Treppe 1 und Treppe 2 zu den Randbedingungen bei Treppe 3 sicher abgeschätzt werden können. Auch aus diesem Grund ist die Darstellung der Nachrechnung nur eines Versuchskörpers ausreichend.

Als Beispiel hierzu sei Treppe 2 angeführt, bei der keine Zugkräfte an der Auflagerlinie C' aus dem unteren Podest aufgehängt werden konnten. Die daraus am unteren Podest entstehenden Auflagerbedingungen sind vergleichbar mit dem oberen Podest aller Versuchskörper, in das nur ein Lauf einbindet.

Die Ausbildung der beiden anderen in Bild 5.2 unter b) und c) dargestellten Treppensysteme ist weitgehend an der Baupraxis orientiert. Diese Varianten sind an den Auflagerlinien starr gelagert und die horizontale Festhaltung erfolgte jeweils kontinuierlich entlang der gehaltenen Querschnittsränder, wie es in Bauwerken bei Einbindung der Treppen in angrenzende Bauteile (z.B. Deckenplatten) zu erwarten ist. Alle Auflagerlinien wurden als frei drehbar angenommen. Wegen der Auswirkungen von Einspann

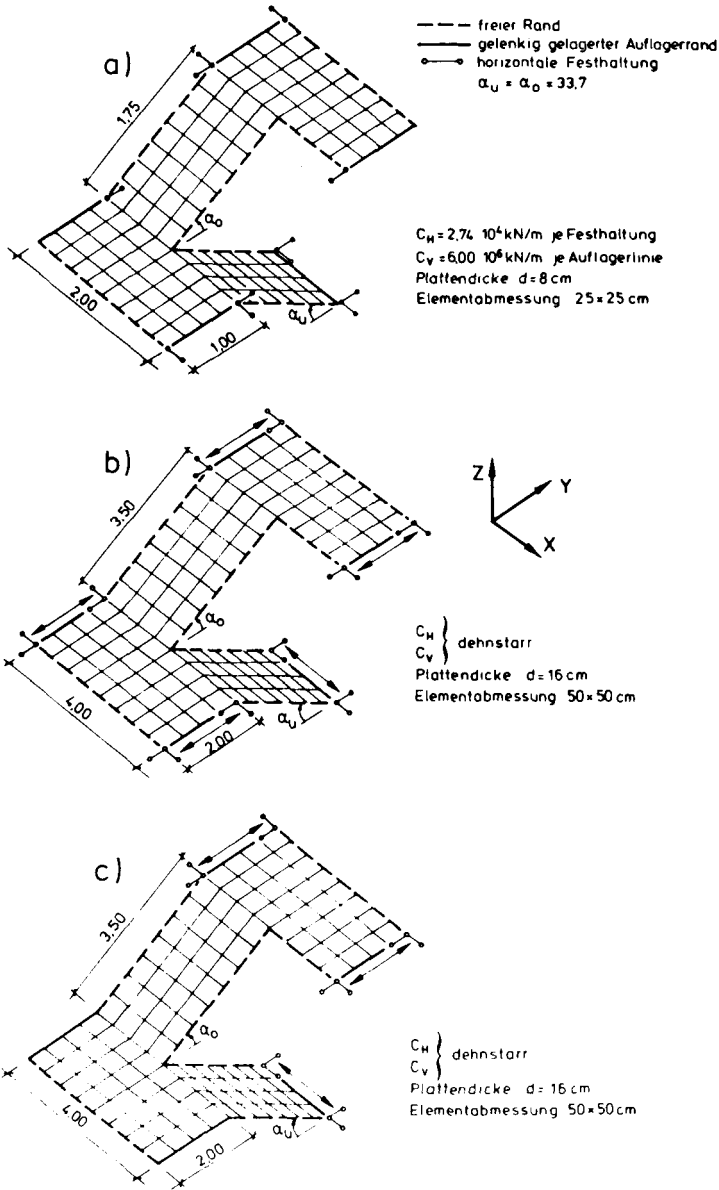


Bild 5.2: Übersicht der rechnerisch untersuchten Treppensysteme

nungen sei auf Abschnitt 8.1 hingewiesen. Der Unterschied zwischen beiden Systemen besteht in der horizontalen Festhaltung der Podeste. Während bei System b) beide Podeste horizontal unverschieblich gehalten sind, ist das untere Podest bei System c) nur vertikal gelagert. Dieser Fall ergibt sich in den oberen Geschossen bei Mauerwerkswänden mit geringer Auflast oder, wenn bei großen Geschoßhöhen Zwischenpodeste angeordnet werden, die nicht in Deckenscheiben einbinden und nur vertikal z.B. auf Mauerwerk gelagert sind.

5.4 Darstellung der Ergebnisse rechnerischer Untersuchungen

5.4.1 Scheibentragwirkung

Die Abstützung an den Faltwerkskanten wird entscheidend durch die Scheibentragwirkung bestimmt, die bei Treppen wegen der schrägen Bauteilzuordnung auch Horizontalkräfte hervorruft. Untersuchungen an Scheibentragwerken /49,88,89/ haben gezeigt, daß die nach der Elastizitätstheorie ermittelten zweiachsigen Spannungszustände zu Druck- und Zugspannungsfeldern zusammengefaßt werden können. Die Kenntnis der Größe und des Verlaufs dieser Spannungsfelder ist für die Modellbildung, bei der Teile des Tragwerks durch Druck- oder Zugstäbe idealisiert werden sollen, notwendig. Um den Verlauf und die Ausdehnung der Spannungsfelder aufzuzeigen sind in den Bildern 5.3 - 5.5 die parallel zu den Mittelebenen wirkenden Hauptspannungen als Spannungskreuze in maßstäblicher Länge richtungsgetreu aufgetragen.

Sie erlauben eine Beurteilung der Scheibenbeanspruchung und lassen alle wesentlichen Merkmale aber auch die Unterschiede zwischen den hier behandelten Systemen erkennen. Als Ergebnis ist festzustellen, daß die Scheibenspannungen bei allen Systemvarianten in den Podesten deutlich geringer sind als in den Läufen. Ein Vergleich der Spannungsbilder 5.3 - 5.5 veranschaulicht den Einfluß der horizontalen Festhaltungen. Er zeigt, daß örtliche Spannungserhöhungen auch in den Podesten entstehen, wenn Scheibenbeanspruchungen aus anderen Bauteilen, z.B. dem oberen Lauf, nicht unmittelbar an den Auflagerlinien des Podestes aufgenommen werden können, sondern über benachbarte Bauteile weitergeleitet und abgetragen werden müssen. Für das System nach Bild 5.2 c) mit horizontal verschieblicher Lagerung des unteren Podestes ist dieser Zusammenhang in Bild 5.6 dargestellt. Danach summieren sich die aus den Spannungen entlang der Knicklinie B_0 resultierenden Druck- und Zugkräfte an der Knicklinie B im unteren Podest zu einer Zugkomponente in x-Richtung. Da diese Komponente an den Podestauflagern nicht aufgenommen werden kann, muß sie über die in Bild 5.6 angedeutete Scheibenbeanspruchung des unteren Laufes zur Auflagerlinie A abgetragen werden. Im unteren Lauf entsteht so ein Scheiben-

spannungszustand mit ausgeprägten Zugspannungen auf der äußeren Laufseite in Verlängerung der Auflagerlinie B'. Demgegenüber stellen sich bei den anderen Systemvarianten mit Festhaltungen an beiden Podesten im unteren Lauf überwiegend Druckspannungen ein, die zum Treppenauge hin größer werden und wegen der konstanten Linienlagerung an Auflagerlinie A nur wenig von der Laufrichtung abweichen. Zugspannungen bleiben vorwiegend auf den Bereich unmittelbar an der Knicklinie begrenzt.

Von besonderem Interesse ist der Scheibenspannungszustand des oberen Laufes, weil die hier gegebene Einbindung des Laufes in zwei Podeste für größere Treppensysteme als Regelfall anzusehen ist. Die Bilder 5.3 - 5.5 zeigen, daß sich dabei Druck- und Zugspannungen überlagern. Zur Veranschaulichung der Spannungsfelder sind die Hauptspannungen gleichen Vorzeichens für den oberen Lauf in Bild 5.7 bzw. 5.8 getrennt aufgetragen.

Bei den Systemen gemäß Bild 5.2 b) und c) verlaufen die Hauptdruckspannungen etwa diagonal vom Treppenauge des oberen Podestes an Knicklinie C zum Schnittpunkt von Knicklinie B₀ mit Auflagerlinie B'' am unteren Podest. Im Bereich der Auflagerlinie B'' des unteren Podestes ist eine deutliche Einschnürung des Spannungsfeldes erkennbar. Für das verschiebbliche System, ohne Festhaltung des unteren Podestes, ist etwa in der Mitte des oberen Laufes insbesondere bei den Druckspannungen eine ausgeprägte Richtungsumlenkung zu beobachten. Sie zeigt, daß die bereits oben erwähnten Komponenten der Scheibenbeanspruchung in x-Richtung (siehe Bild 5.6) bei diesem System zu einer Ablenkung der Spannungsfelder (Scherbeanspruchung) im oberen Lauf beitragen.

Im Gegensatz dazu ergibt sich bei dem Treppe 3 entsprechenden System nach Bild 5.2 a) keine einheitliche Druckspannungsrichtung. Dies ist vorwiegend auf die nur einseitige Anordnung der horizontalen Festhaltungen an beiden Podesten zurückzuführen, die darüberhinaus zwischen unterem und oberem Podest in x-Richtung versetzt sind und so bei diesem System im oberen Lauf zu Spannungsumlenkungen führen. Außerdem erfolgt die Abstützung der Druckspannungen an der Auflagerlinie B'' bei diesem System weniger konzentriert, weil für die Auflagerpunkte nur die Dehnsteifigkeit der Stahlbolzen, entsprechend den Verhältnissen am Versuchskörper, angesetzt wurde. Das Druckspannungsfeld stützt sich daher auch am Treppenauge über den hier im Vergleich zur Auflagerlinie B'' dehnsteiferen unteren Lauf an der Auflagerlinie A am Fußpunkt des Treppensystems ab.

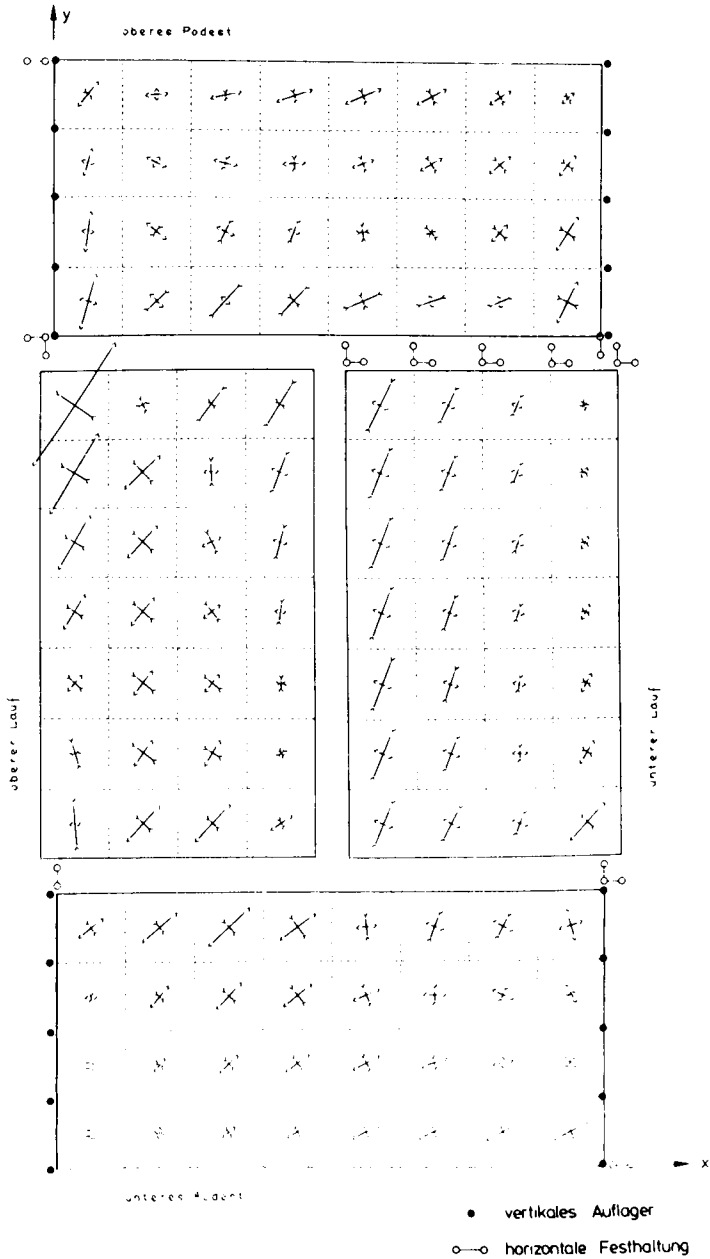


Bild 5.3: Rechnerische Hauptspannungen des Systems nach Bild 5.2 a) für linear elastisches Materialverhalten

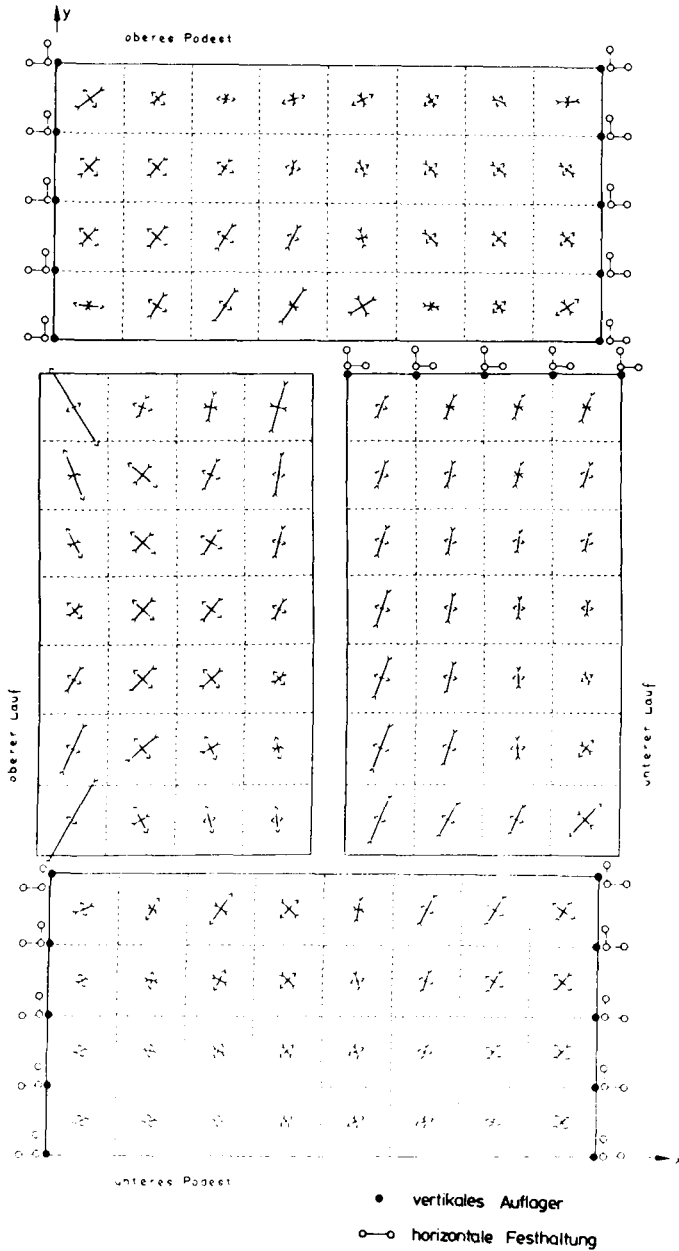


Bild 5.4: Rechnerische Hauptspannungen des Systems nach Bild 5.2 b) für linear elastisches Materialverhalten

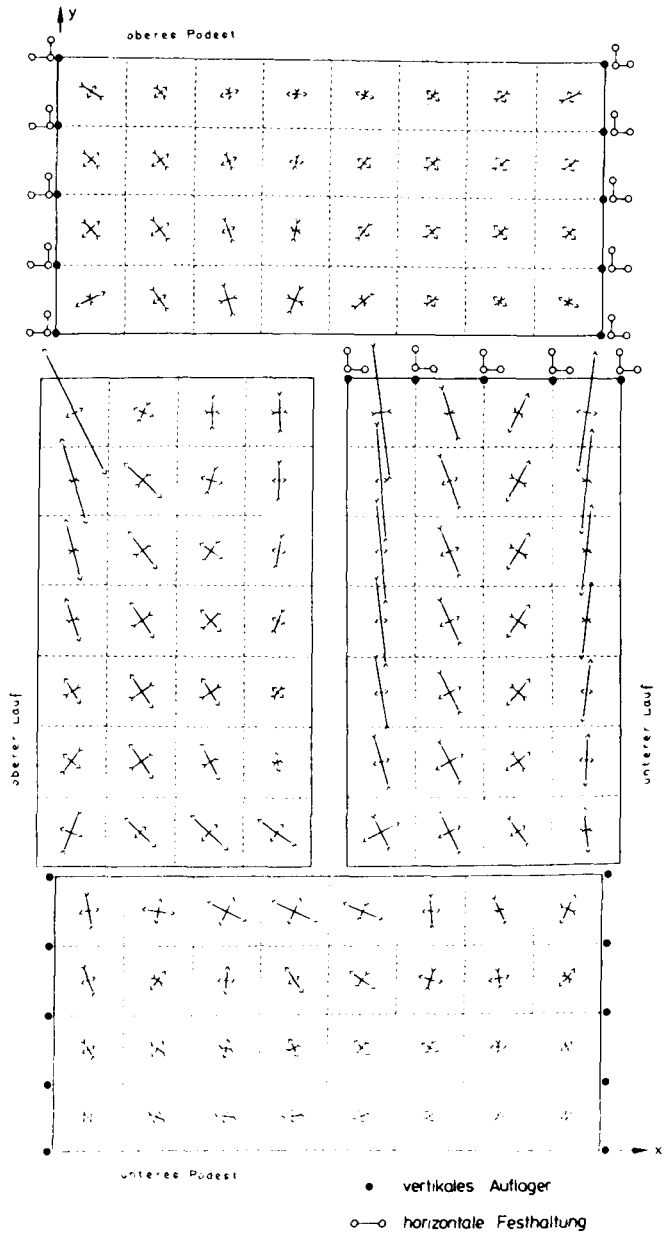


Bild 5.5: Rechnerische Hauptspannungen des Systems nach Bild 5.2 c) für linear elastisches Materialverhalten

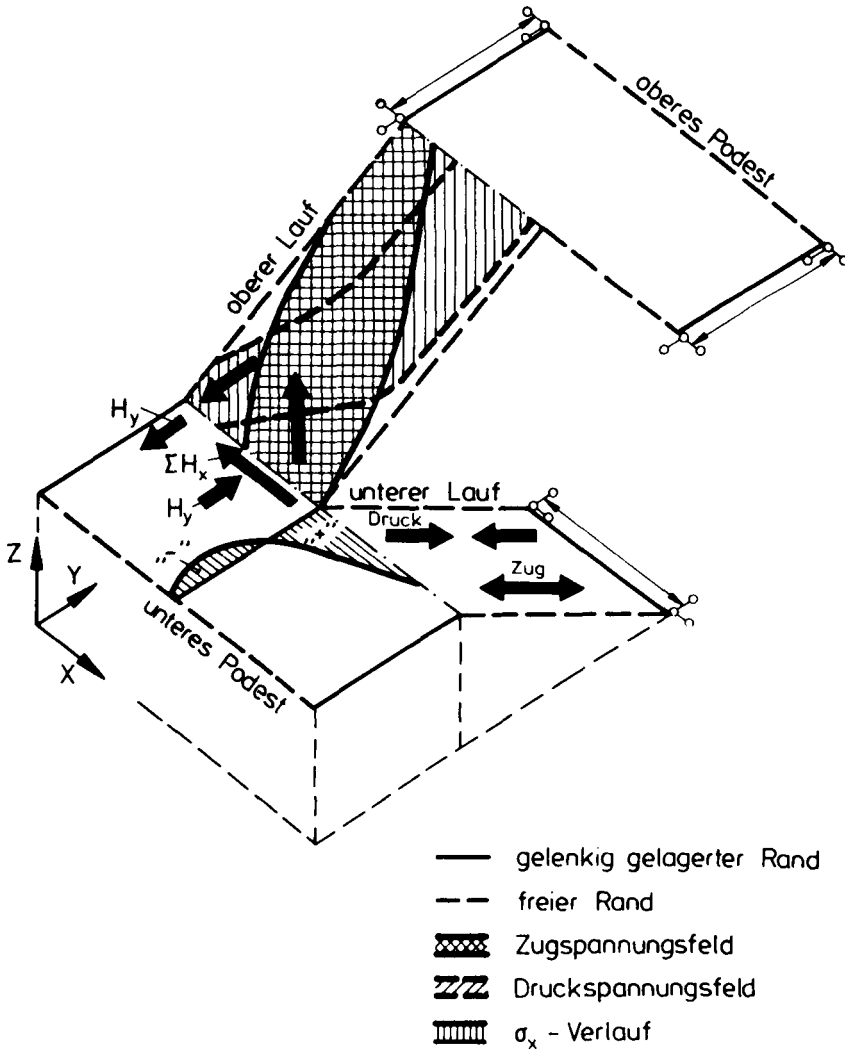
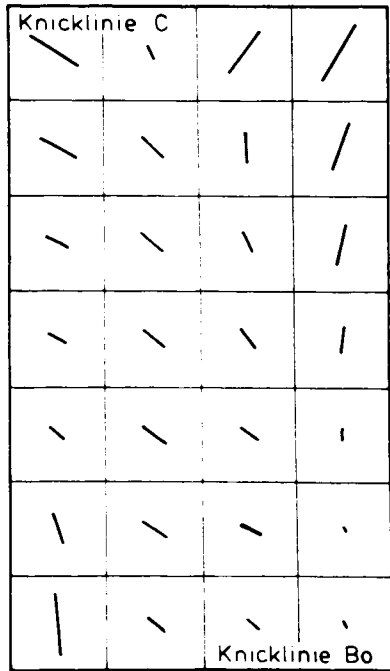
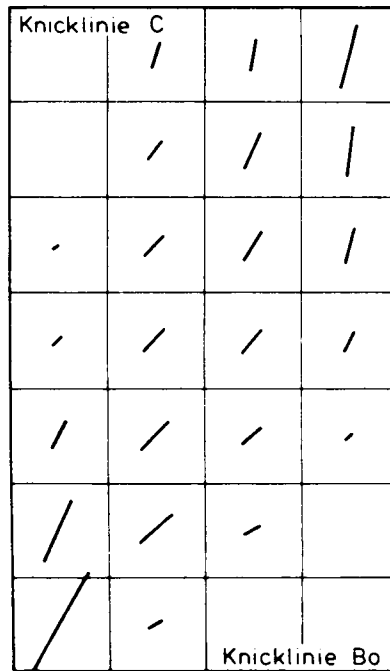


Bild 5.6: Scheibenbeanspruchung im unteren Lauf und Podest bei verschieblicher Auflagerung des Podestes

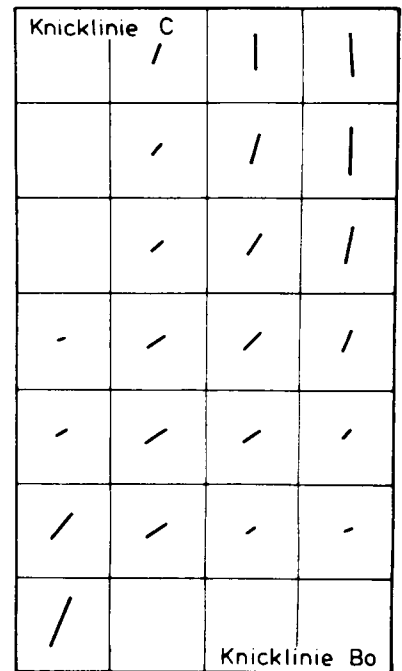
a) Versuchskörper Treppe 3



b) unverschiebliches System



c) verschiebliches System



$q = 10,0 \text{ KN/m}^2$

0 0,5 1,0 1,5 2,0 2,5 [MN/m²]

Bild 5.7: Hauptdruckspannungsfelder im oberen Lauf der rechnerisch untersuchten Systemvarianten

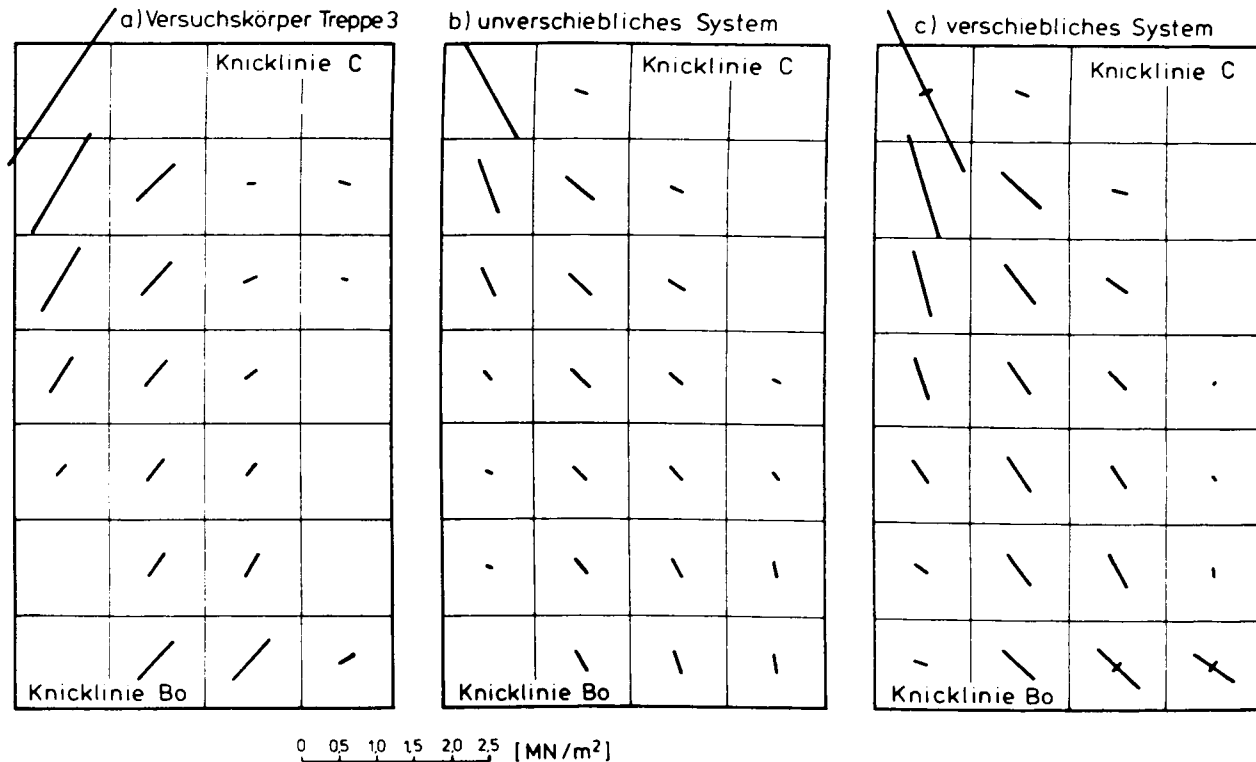


Bild 5.8: Hauptzugspannungsfelder im oberen Lauf der rechnerisch untersuchten Systemvarianten

Die Aussagen zum Verlauf der Hauptdruckspannungen können sinngemäß auf die Hauptzugspannungen übertragen werden. Die Zugspannungsfelder verlaufen jedoch zwischen den beiden anderen Eckpunkten des oberen Laufes, vom Treppenauge des unteren Podestes an Knicklinie B_0 zur Auflagerlinie C' des oberen Podestes bei Knicklinie C.

Ein Vergleich der absoluten Größen der Scheibenspannungen zeigt, daß die Druckspannungen in den Systemen nach Bild 5.2 b) und c) auch bei vergleichsweise großer Stützweite von $2b = 4,0 \text{ m}$ für übliche Verkehrslasten bis $p = 10,0 \text{ kN/m}^2$ deutlich unter den zulässigen Betonspannungen verbleiben. Lediglich an der Knicklinie C ist im oberen Lauf auch allein aus der Scheibenbeanspruchung eine Überschreitung der Betonzugfestigkeit zu erwarten.

5.4.2 Plattentragwirkung

Für die Biegebemessung von Plattentragwerken sind nach den derzeit geltenden Vorschriften in DIN 1045 und /23/ die mit den Annahmen der linearen Elastizitätstheorie berechneten Hauptbiegemomente zugrunde zu legen. Unter der Voraussetzung idealisierter Auflagerungs- und Einspannverhältnisse (gelenkig, starr eingespannt) verlaufen die Hauptbiegemomente bei üblichen Deckenplatten des Hochbaus in den maßgebenden Schnitten in der Regel parallel zur x- oder y-Richtung, die jeweils mit der Bewehrungsrichtung übereinstimmt. Für die Plattenbeanspruchung der untersuchten Treppen konnte dieser Zusammenhang nicht von vornherein unterstellt werden, da an den Knicklinien nur eine Teileinspannung besteht und auch die Abstützung infolge der Scheibenbeanspruchung nicht als starr anzunehmen ist, wie sich bei der Versuchsdurchführung gezeigt hatte (siehe Abschnitt 4.6). Die Anlage B 2, in der die Hauptbiegemomente als Vektoren maßstäblich aufgetragen sind, zeigt jedoch, daß die Biegespannungen sowohl an den Knicklinien als auch an den freien Podosträndern nahezu exakt in die x- und y-Richtung weisen. Lediglich an den Ecken der Podeste und am oberen Podest, in das nur ein Lauf einbindet, sind deutlichere Abweichungen erkennbar. Für die zur Bemessung maßgebenden Werte ist allerdings auch im oberen Podest nur eine geringe Abweichung von der x- bzw. y-Richtung festzustellen. Im Gegensatz dazu weist Anlage B 2 für das System entsprechend Versuchskörper Treppe 3 bei allen Bauteilen etwa gleich große Richtungsänderungen der Hauptmomente, bis etwa 30° zur x- und y-Richtung auf. Die Ursache dieser Richtungsänderungen ist wiederum in der geringeren Steifigkeit der Auflager und der geänderten Anordnung der horizontalen Festhaltungen zu sehen.

Die rechnerisch ermittelten Verläufe der Biegemomente bestätigen die in Abschnitt 4.5.3 aus den gemessenen Dehnungen bestimmten Momentenverteilungen, die vor allem durch die ausgeprägten Stützmomente m_y entlang der Knicklinien gekenn-

zeichnet sind. Ein Vergleich des unverschieblichen Systems (Bild 5.2 b)) mit dem verschieblichen (Bild 5.2 c)) verdeutlicht den Einfluß der elastischen Stützung an den Knicklinien, auf die Stützmomente m_y . Sie sind beim verschieblichen System, das bereits bei Annahme ideal elastischen Materialverhaltens eine größere Durchbiegung aufweist als das System mit unverschieblicher Lagerung des unteren Podestes, um bis zu 10 % geringer. Diese Verringerung der Stützmomente m_y ist mit einer Erhöhung der Biegemomente m_x des Podestes verbunden. Eine Abschätzung der Größenordnung dieser Änderung erlaubt die in Bild 5.9 enthaltene Gegenüberstellung. Dabei werden die für das untere Podest errechneten Momentenwerte mit den Größen einer dreiseitig gelagerten Platte, die eine starre Einspannung des dem freien Rand gegenüberliegenden Randes aufweist, verglichen.

Es zeigt sich, daß insbesondere die Biegemomente m_x des Podestes bereits bei Ansatz der für den ungerissenen Zustand 1 geltenden Steifigkeiten deutlich größer werden als bei Annahme starrer Lagerung. Ein Vergleich der Werte mit dem ebenfalls in Bild 5.9 angegebenen Wert für eine nur einachsig gespannte 2-seitig gelagerte Platte mit einem Linienmoment $m_{y,R}=19,0 \text{ kNm/m}$ am Rand entlang der hierbei als ungestützt angenommenen Knicklinie bestätigt jedoch, daß das Tragverhalten der Podestplatte eher dem einer 3-seitig gelagerten Platte entspricht und die Annahme einachsiger Lastabtragung für die Biegemomente m_x des Feldbereichs der Podeste zu sehr ungünstigen, weit auf der sicheren Seite liegenden Ergebnissen führt.

statisches System	m_x [kNm/m]	m_y
3-seitig gel. Platte mit starrer Einsp.	5,69	-19,0
unt. Podest unversch. nach Bild 5.2 b)	6,84	-18,3
unt. Podest versch. nach Bild 5.2 c)	9,70	-16,3
2-seitig gelagert mit Randlinienmom. -19,0	16,4	—

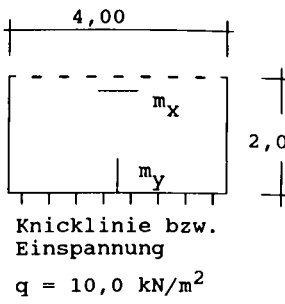


Bild 5.9: Vergleich der Biegemomente des unteren Podestes nach der FE-Berechnung mit Lösungen für entsprechende 2- bzw. 3-seitig gelagerte Platten

5.4.3 Einfluß der Rißbildung

5.4.3.1 Berücksichtigung der Rißbildung

Eine zutreffende Beschreibung des Trag- und Verformungsverhaltens von Stahlbetonbauteilen ist bei Annahme linear elastischen Materialverhaltens lediglich für den Zustand 1 bis zur Entstehung erster Risse zu erwarten. Da die in den vorangegangenen Abschnitten mitgeteilten Ergebnisse gezeigt haben, daß bereits unter diesen Voraussetzungen die Einflüsse einer verminderten Stützung an den Knicklinien erkennbar werden, wenn z.B. der Fortfall horizontaler Festhaltungen zu größeren Durchbiegungen führt, sollte mit den Berechnungen auch eine Abschätzung der Auswirkungen von Steifigkeitsabnahmen infolge Rißbildung erreicht werden.

Bei dem zur Verfügung stehenden Programmsystem SAP IV ist eine Berücksichtigung von Rissen auf zwei Arten denkbar:

- Die Risse verlaufen entlang von Elementgrenzen. Diese Annahme führt zu vergleichsweise aufwendigen Lösungen, da sie der Wirklichkeit nur nahe kommt, wenn die Elementaufteilung nach jeder Rißbildung der neuen Situation angepaßt wird oder wenn sie so fein gewählt wird, daß Abweichungen klein bleiben.
- Die Risse treten in den Finiten Elementen selbst auf. Wenn die Hauptzugspannungen in der Mittelebene oder die Randzugspannungen die zulässigen Zugspannungen überschreiten, wird der Riß hierbei über das gesamte Element verteilt angenommen (verschmiert). Obwohl dieses Verfahren die wirklichen Verhältnisse nur angenähert erfaßt, ist es dennoch für die hier geforderte qualitative Beschreibung des Rißeinflusses gut geeignet, zumal schon die Rißentstehung von sehr vielen Faktoren abhängt (siehe z.B. Abschnitt 3.1.3).

Das verwendete Platten- und Schalenelement erlaubt den Ansatz unterschiedlicher Steifigkeiten für die x- und y-Richtung bzw. die Drillsteifigkeit. Über elementweise Abminderung der Steifigkeiten (C_{xx} , C_{yy} und C_{xy}) in Richtung der die Zugfestigkeit überschreitenden Spannung konnte mit einer iterativen Berechnung der Einfluß von Steifigkeitsänderungen abgeschätzt werden. Die Größenordnung der Steifigkeitsabminderungen wurde in Annäherung an folgende in /82/ mitgeteilten Versuchsergebnisse festgelegt:

- Die Biegesteifigkeiten von Stahlbetonplatten fallen mit zunehmender Rißbildung auf Bruchteile der Ausgangssteifigkeiten ab.
- Die Drillsteifigkeit von Stahlbetonplatten fällt bei sich kreuzenden Rissen etwa im gleichen Verhältnis wie die Biegesteifigkeiten vom Anfangswert ab.

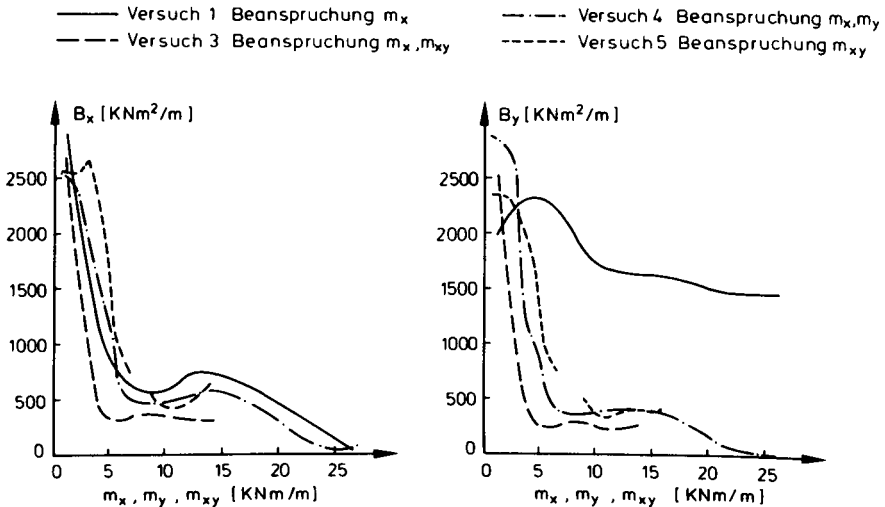


Bild 5.10: Steifigkeitsabfall bewehrter Stahlbetonplatten infolge Rißbildung für verschiedene Beanspruchungen nach /82/

- Unter reiner Drillbeanspruchung fällt die Drillsteifigkeit bei Rißbildung und orthogonaler Bewehrung stärker ab als die Biegesteifigkeiten.

In Anlehnung an die in Bild 5.10 dargestellten Kurvenverläufe, die einen sehr steilen Abfall unmittelbar nach Entstehung erster Risse aufweisen, wurden die Steifigkeiten der gerissenen Elemente im Zustand 2 mit 20 % der im Zustand 1 ermittelten Werte berücksichtigt.

5.4.3.2 Einfluß auf die Scheibentragwirkung

Die Versuchsergebnisse haben ebenso wie die bisher durchgeführten Berechnungen gezeigt, daß die Faltwerkwirkung gerader, gegenläufiger Plattentreppen zu erheblichen Scheibenbeanspruchungen führt. Bei Systemen, die durchgehend an allen PoDESTEN horizontal gehalten sind, bleiben sie allerdings vorwiegend auf die Läufe beschränkt. Die rißbedingte Verminderung der Dehnsteifigkeit ließ mit den gemäß Gl. (5.2) abgeminderten Werten für $C_{xx}^{(2)}$, $C_{yy}^{(2)}$ und $C_{xy}^{(2)}$ eine größere Nachgiebigkeit des Gesamtsystems entlang der Nicklinien und damit auch Auswirkungen auf die Scheibentragwirkung erwarten.

$$K_D^{(2)} = \begin{bmatrix} c_{xx}^{(2)} \\ c_{yy}^{(2)} \\ c_{xy}^{(2)} \end{bmatrix} \cdot A_D \quad \text{mit } c^{(2)} = 0,2 \cdot c^{(1)} \quad (5.2)$$

Bild 5.13 veranschaulicht die Durchbiegungszunahme infolge der Steifigkeitsabminderungen. Für das System mit horizontal verschieblichem unteren Podest ist die Durchbiegung deutlich größer als bei horizontaler Festhaltung beider Podeste. Dagegen ergab sich im Hinblick auf die Hauptspannungsverläufe in den Plattenmittelebenen aus den Berechnungen mit verminderten Steifigkeiten, daß sowohl die Richtungen der Hauptspannungen wie auch die absoluten Größen keine signifikanten Abweichungen gegenüber den mit konstanter Steifigkeit untersuchten Systemen aufweisen. Die in Bild 5.11 und 5.12 dargestellten Hauptspannungsverläufe verdeutlichen, daß sich die Stützung der Podeste durch die Spannungsfelder in den Läufen erwartungsgemäß in solchen Fällen deutlicher verringert, bei denen wie beim unverschieblichen System die Steifigkeit der Läufe stärker abgemindert wird als die Podeststeifigkeit.

Insgesamt ist zur Änderung der Scheibenbeanspruchung infolge Rißbildung festzustellen, daß die Druck- und Zugspannungsfelder trotz der vergleichsweise hohen Steifigkeitsabminderungen auf nur 20 % der Werte des Zustand 1 erhalten bleiben. Damit bleibt auch die Stützung an den Knicklinien der Treppen bestehen. Diese Feststellung steht auch im Einklang mit den Versuchsbeobachtungen (siehe hierzu Abschnitt 4.5).

5.4.3.3 Einfluß auf die Plattentragwirkung

Die Plattentragwirkung der in dieser Arbeit untersuchten Treppen wird entscheidend von der Stützung an den Knicklinien des Systems geprägt. Die aus Bild 5.13 erkennbare Durchbiegungszunahme kann somit nicht ohne Einfluß auf die Verteilung und Größe der Biegemomente bleiben. Die in Anlage B 3 dargestellten Hauptmomentenverläufe zeigen jedoch bei einem Vergleich mit Anlage B 2, in dem die Hauptmomente unter Annahme konstanter Steifigkeiten aufgetragen sind, keine grundsätzlich geänderte Momentenverteilung. Örtliche sprunghafte Änderungen der Hauptmomentenrichtung am Übergang von Elementen mit abgeminderter Steifigkeit zu Elementen mit nicht abgeminderter Steifigkeit sind auf die großen, sprunghaften Steifigkeitsunterschiede zurückzuführen, die aus der gewählten Idealisierung entstehen und in Bauwerken deutlich abgeschwächer auftreten. Sie müssen daher nicht weiter verfolgt werden. Bedeutsamer ist dagegen, daß für beide Podeste eine zunehmende Abweichung der Hauptmomente von der x- und y-Richtung zu beobachten ist, die auf eine

Erhöhung der Drilltragwirkung hindeutet, wie sie für dreiseitig gelagerte Platten kennzeichnend ist.

Sowohl für das unverschiebliche wie auch für das verschiebliche System, bleiben die ausgeprägten negativen Stützmomente m_y an den Knicklinien erhalten. Eine Umlagerung der Momente zu den Feldbereichen ist allerdings deutlich erkennbar. Sie fällt für das unverschiebliche System eher größer aus. Als mittlere Momentenabnahme kann für die Elemente unmittelbar entlang der Knicklinie B im unteren Podest ein Wert von 21,3 % für das verschiebliche und von 23,8 % für das unverschiebliche System, jeweils bezogen auf die Ergebnisse im Zustand 1, angegeben werden.

Bei einer Bewertung der Momentenverläufe in Bild 5.14 ist zu beachten, daß sie für ausgeglichene Bewehrungsverteilungen gelten, bei denen die beginnende Rißbildung nicht zu großen Steifigkeitsunterschieden zwischen einzelnen Bauteilbereichen führt. Weil der Bewehrungsgehalt im Zustand 2 die Bauteilsteifigkeiten stärker beeinflußt, würden z.B. Bewehrungskonzentrationen an den Knicklinien zunächst zu einer Vergrößerung der Stützmomente führen /11/. Im Gegensatz zu durchlaufenden Platten bzw. Plattenstreifen mit großen oder unterschiedlichen Stützweiten, sind für Treppen, die die Faltwerkwirkung ausnutzen, mit den gebräuchlichen Abmessungen und Stützweiten jedoch Momentenverteilungen zu erwarten, die nach der Bemessung ausgeglichene Bewehrungsgrade ergeben. Nahezu gleichmäßige Bewehrungsgrade bestanden auch bei Versuchskörper Treppe 3 (siehe Anlage A 3). Unter Berücksichtigung der in Abschnitt 4.5.3 erläuterten Vorbehalte bestätigen die aus den Dehnungen der Versuchskörper errechneten Momentenlinien (siehe Anlage A 11) die mit abgeminderten Steifigkeiten für den Zustand 2 ermittelten Momentenumlagerungen. Die Biegemomente m_y aus Versuchsdaten zeigen in den untersuchten Schnitten überwiegend deutlich größere Zunahmen in den Feldbereichen als entlang der Knicklinien.

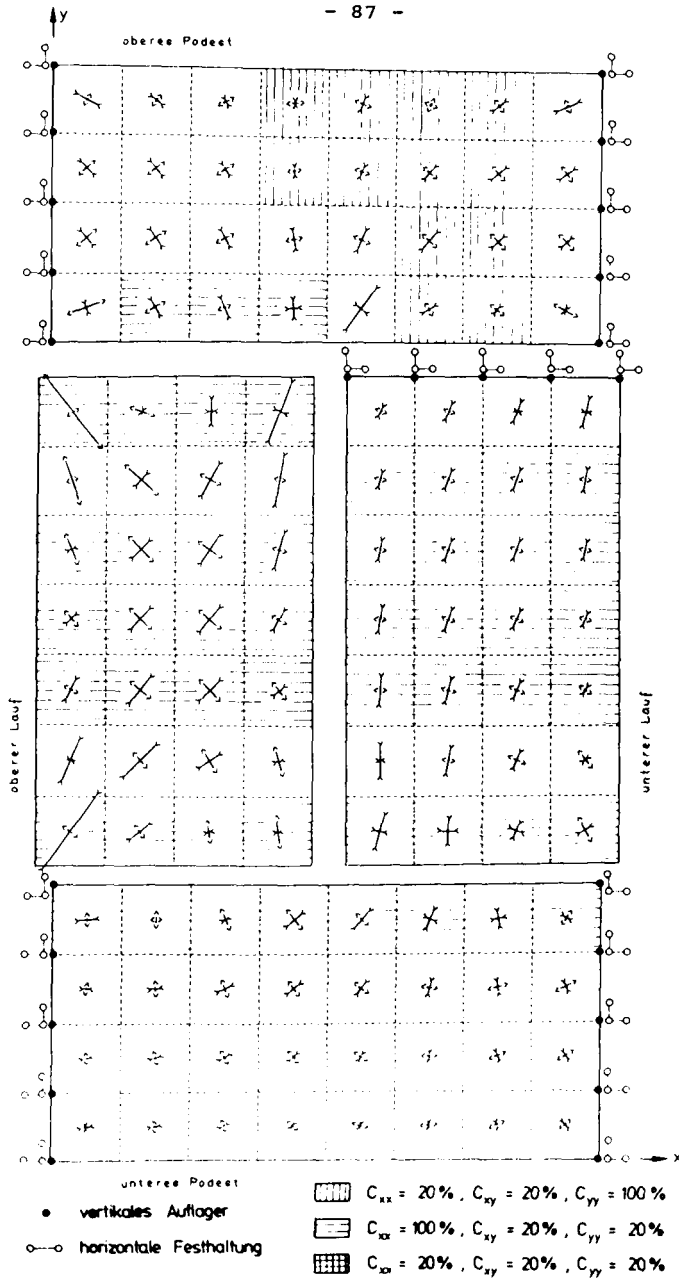


Bild 5.11: Rechnerische Scheibenspannungen für das System nach Bild 5.2 b) mit örtlich abgeminderter Steifigkeit

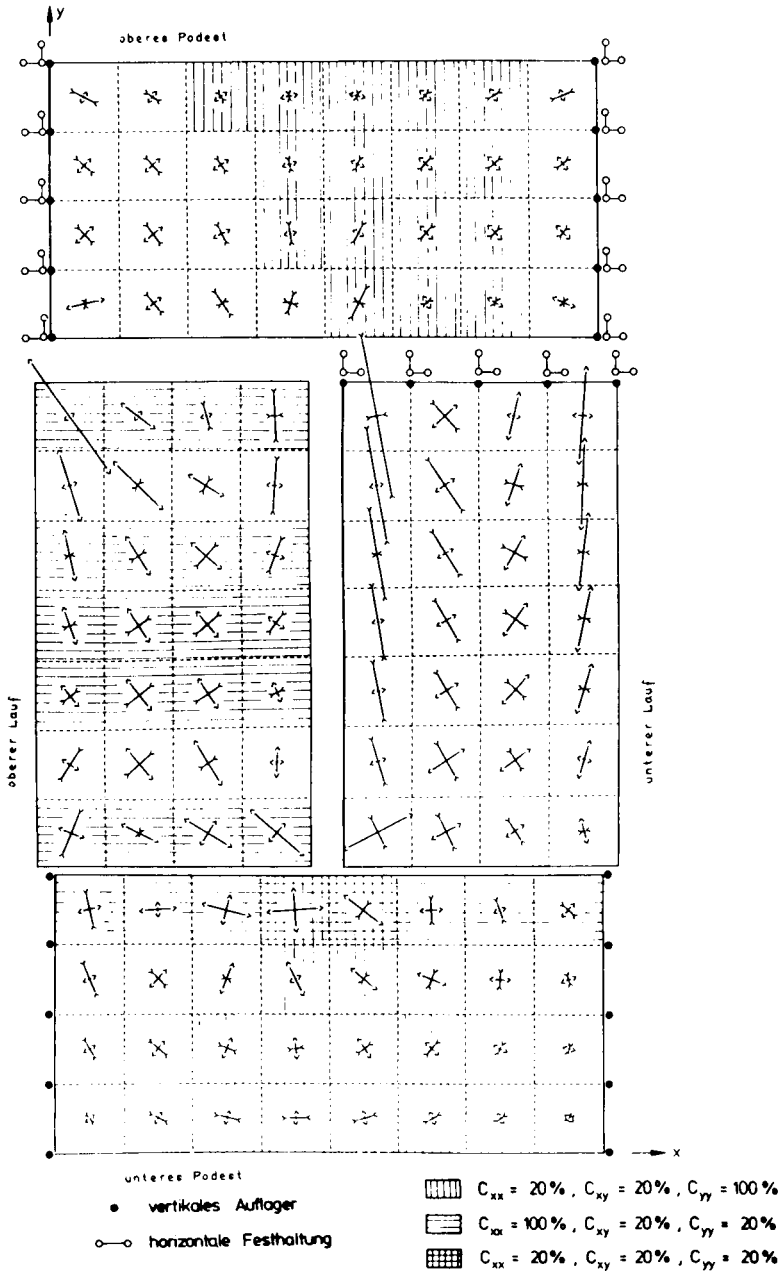


Bild 5.12: Rechnerische Scheibenspannungen für das System nach Bild 5.2 c) mit örtlich abgeminderter Steifigkeit

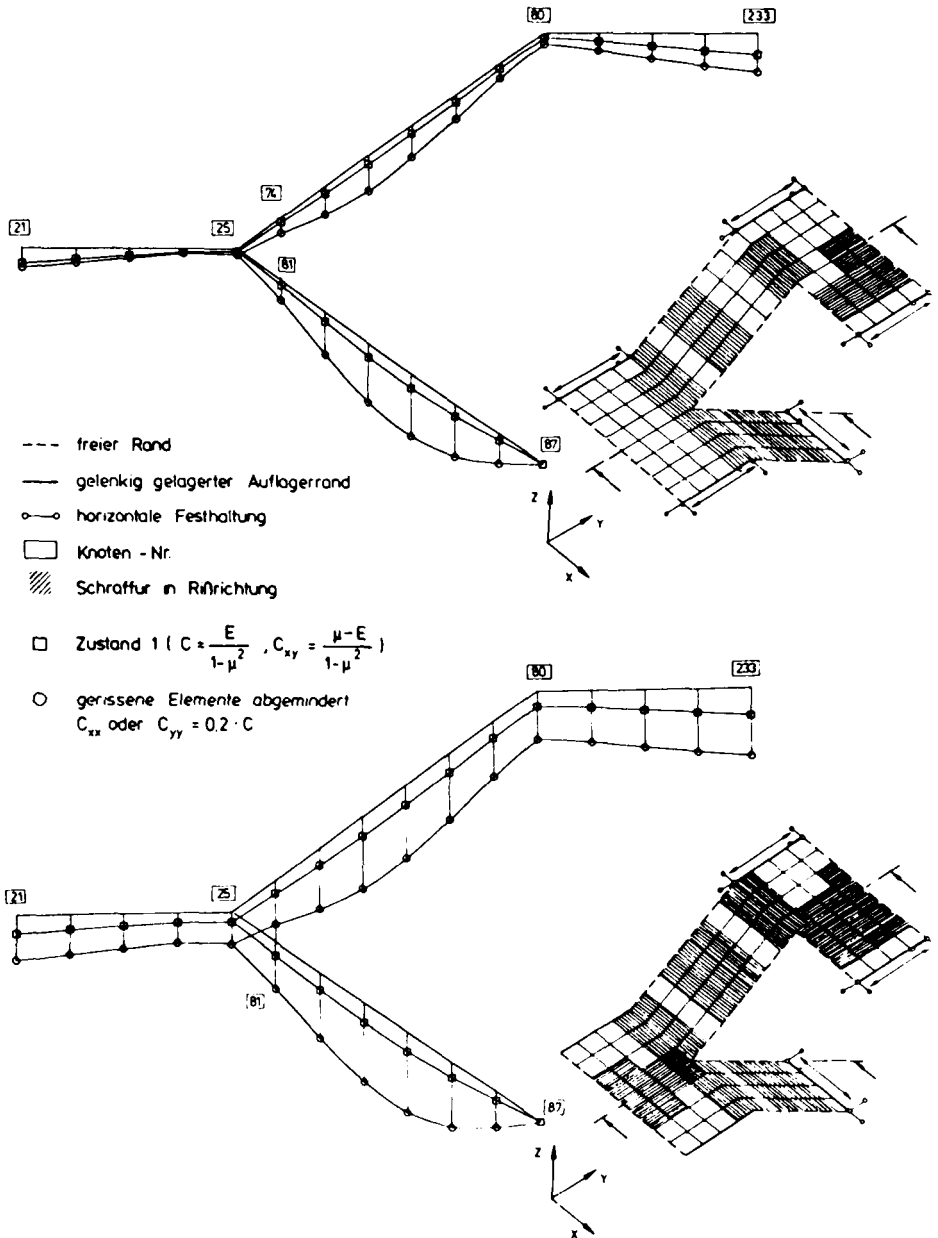


Bild 5.13: Rißbedingte Durchbiegungszunahme bei den rechnerisch untersuchten Treppensystemen

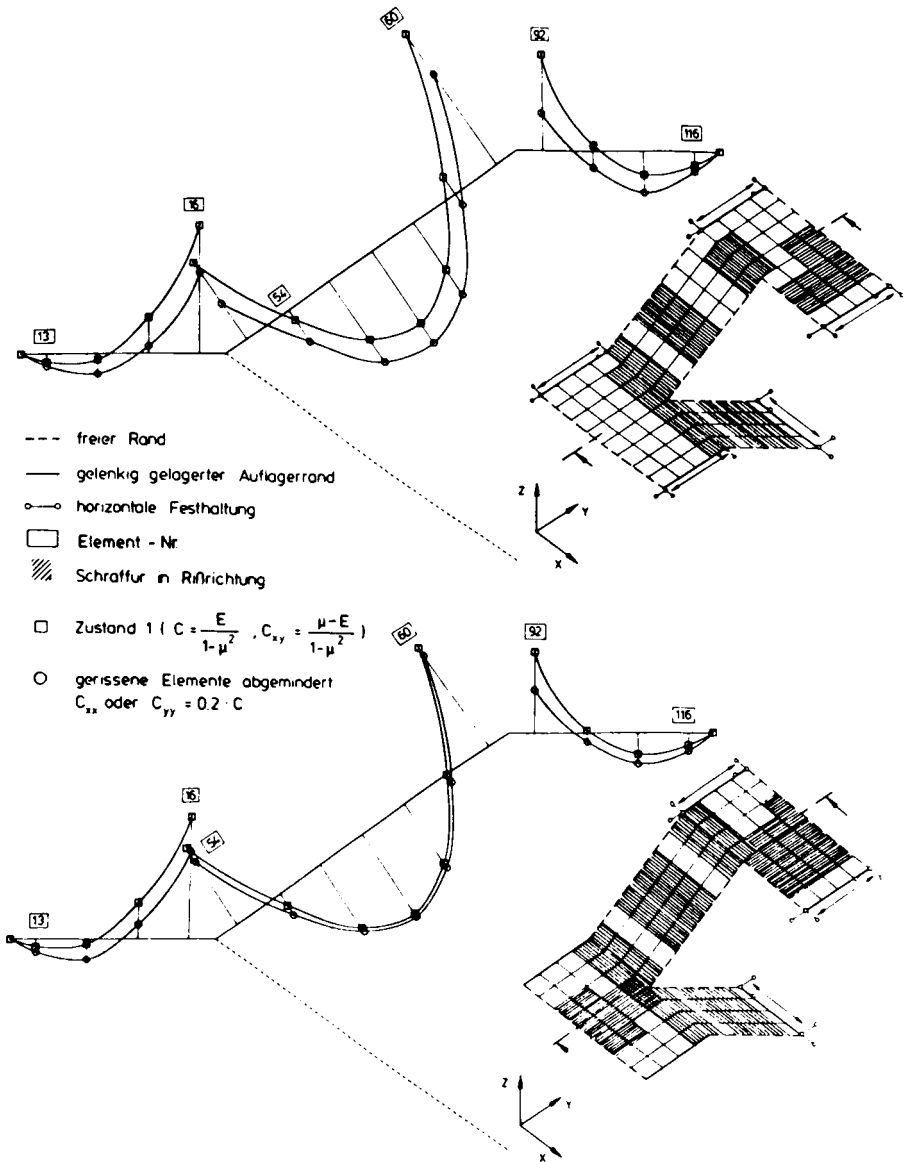


Bild 5.14: Momentenumlagerung infolge Rißbildung, dargestellt am Beispiel des Längsschnittes in Systemmitte

5.5 Ableitung eines Tragmodells für gerade, gegenläufige Plattentreppen aus Läufen und Podesten

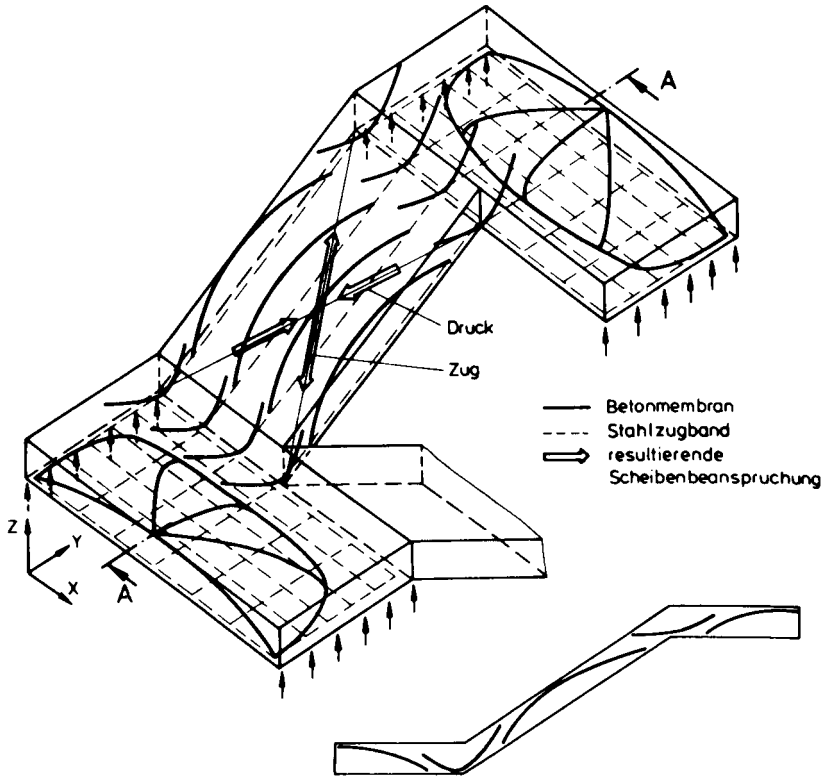
5.5.1 Idealisierung mit einem Gesamtmodell

Die Nachbildung von Stahlbetonbauteilen mit Tragmodellen hat sich seit Entwicklung der Fachwerkanalogie als geeignete Methode zur wirklichkeitsnahen Einschätzung des Tragverhaltens erwiesen /13,46/. Auch die infolge Rißbildung gegenüber dem Verhalten von Bauteilen mit vorwiegend elastischem Materialverhalten entstehenden Abweichungen der Stahlbetonbauteile können damit zutreffend erfaßt werden. Aufgrund der guten Übereinstimmungen zwischen Rechenergebnissen und Versuchen, die sich bei Anwendung der Fachwerkanalogie für die Erfassung des Schubtragverhaltens von Balken ergaben, wurde diese Methode von zahlreichen Forschern verfeinert und unterschiedlichen Randbedingungen angepaßt. Daneben wurden auch andere Modelle entwickelt. Als Beispiel seien hierzu das Bogen-Zugband Modell bei Platten und das Verbundmodell nach Bild 3.14 aufgeführt.

In jüngster Zeit ist in verschiedenen Arbeiten versucht worden, die Fachwerkmodelle so weit aufzubereiten, daß sie in geschlossenen Berechnungs- und Bemessungskonzepten auf alle Teilbereiche von Stahlbetontragwerken angewendet werden können. Schlaich, Weischede /88/ schlugen dazu eine Unterteilung der Tragwerke in B - Bereiche, in denen die Bernoulli - Hypothese (ebene Dehnungsverteilung) gilt, und in D - Bereiche, die als Diskontinuitätsstellen aufzufassen sind, vor. Insbesondere für die Erfassung der D - Bereiche sind bei einer Nachbildung mit Stabwerkmodellen gegenüber den bisher gebräuchlichen Bemessungsregeln Vorteile zu erwarten, da die Verwendung einheitlicher Grundelemente (Zugstab, Druckstrebe, Knotenpunkt) eine kontinuierliche Einbindung in das Modell des Gesamttragwerkes gewährleistet.

Die im Hinblick auf die Berechnung von wandartigen Trägern, ebenen Spannungszuständen in Krafteinleitungsbereichen, Konsolen sowie Plattenbalkenquerschnitten zur Entwicklung der Stabwerkmodelle gewonnenen Erkenntnisse /46,49,88,90/ deuten daraufhin, daß solche Modelle auch für Treppen, bei denen die Faltwerkwirkung zu gemeinsamer Platten- und Scheibenbeanspruchung führt, sinnvoll eingesetzt werden können. Dabei ist es durchaus vorstellbar, das gesamte Tragwerk in einem gemeinsamen Modell darzustellen. Bild 5.15 zeigt ein solches umfassendes Modell des Treppensystems.

Bei diesem Gesamtmodell wird die Plattentragwirkung durch eine vom Beton gebildete Druckmembran und eine aus den Stahleinlagen bestehende Zugmembran übernommen. Für die Aufnahme der Scheibenbeanspruchungen müssen zusätzliche



Verlauf der Druckbögen im Schnitt A-A

Bild 5.15: Gesamtmodell eines Treppensystems

Elemente als Druckstreben oder Zugpfosten eingebaut werden, um die Dehnsteifigkeit parallel zu den Mittelebenen zu berücksichtigen. Diese Elemente kreuzen die Hauptrichtungen der Druck- und Zugmembran. Da sie in der Nulllinie verlaufen, müssen auch in den Fällen gesonderte Elemente angeordnet werden, wenn die Hauptmomentenrichtung mit der Hauptspannungsrichtung übereinstimmt, wie z.B. beim li-niengelagerten unteren Lauf der in dieser Arbeit untersuchten Systeme.

5.5.2 Vereinfachtes Tragmodell

Als Grundlage für ein Berechnungs- und Bemessungsverfahren ist das Modell des Gesamttragwerks nach Bild 5.15 nicht geeignet, da die Ermittlung der Schnittgrößen und die Anpassung an veränderte Randbedingungen einen verhältnismäßig großen Aufwand erfordert. Eine weitere Vereinfachung war daher anzustreben. Diese ist insbesondere dann zu erreichen, wenn nur einzelne Bereiche oder Tragwirkungen durch Stabwerke idealisiert werden und die übrigen Teile des Tragwerkes nach bestehenden Ansätzen berechnet werden können, für die das Modell und die Bemessungsmethode verfügbar sind. Dazu sei angemerkt, daß diese Teile nach der Sprachregelung in /88/ den sogenannten B - Bereichen entsprechen. Nachfolgend seien zunächst die wichtigsten Voraussetzungen genannt, die bei der Ableitung von Tragmodellen aus Stabwerken einzuhalten sind /13/.

Der erste Schritt ist die Zusammenfassung der Druck- und Zugspannungsfelder zu Stäben oder wie bei den in dieser Arbeit behandelten Treppen zu Fächern. Dabei gewährleistet die Orientierung der Stabgeometrie an die Spannungsfelder der linear-elastischen Berechnung, daß sich die unterstellte Tragwirkung ohne große Verformungen und Umlagerungen einstellt. Aus der Festlegung des Verlaufs und der Abmessungen für die Stäbe werden die Bereiche erkennbar, die in einer detaillierteren Betrachtung zu behandeln sind und nicht mit fertig verfügbaren Berechnungsmethoden erfaßt werden.

Im Hinblick auf die Treppensysteme ist anzustreben, die Schnittgrößen aus der Plattentragwirkung mit bekannten Annahmen und Ansätzen in einer linear elastischen Berechnung zu bestimmen. Die Versuchsergebnisse - insbesondere die Bruchlasten - haben gezeigt, daß die nach der Elastizitätstheorie für die Podeste und Läufe errechneten Schnittgrößen unter Gebrauchslast ausreichende Traglastreserven gegenüber den Versagenszuständen aufweisen und damit eine zuverlässige Bemessung erlauben. In diesem Zusammenhang sei darauf verwiesen, daß bei allen Versuchskörpern trotz der niedrigen Bewehrungsgehalte eine hohe Duktilität beobachtet wurde, die große Formänderungen (siehe Abschnitt 4.5.4) ermöglichte. Auch für die in der Bau Praxis vorherrschenden schwach bewehrten Konstruktionen ist somit zu erwarten, daß Überbeanspruchungen frühzeitig erkannt werden und daß die vereinfachte Bewehrung der Versuchskörper auch hinsichtlich der in einem Modell anzuordnenden Knotenpunkte günstige Voraussetzungen bietet. Darüberhinaus wird die Erfahrung bestätigt, nach der eine Bemessung gerissener Stahlbetonplatten für Schnittgrößen, die mit einer linear elastischen Berechnung ermittelt wurden, auf der sicheren Seite liegt. Hinsichtlich der an die Gebrauchsfähigkeit zu stellenden Anforderungen zur Be

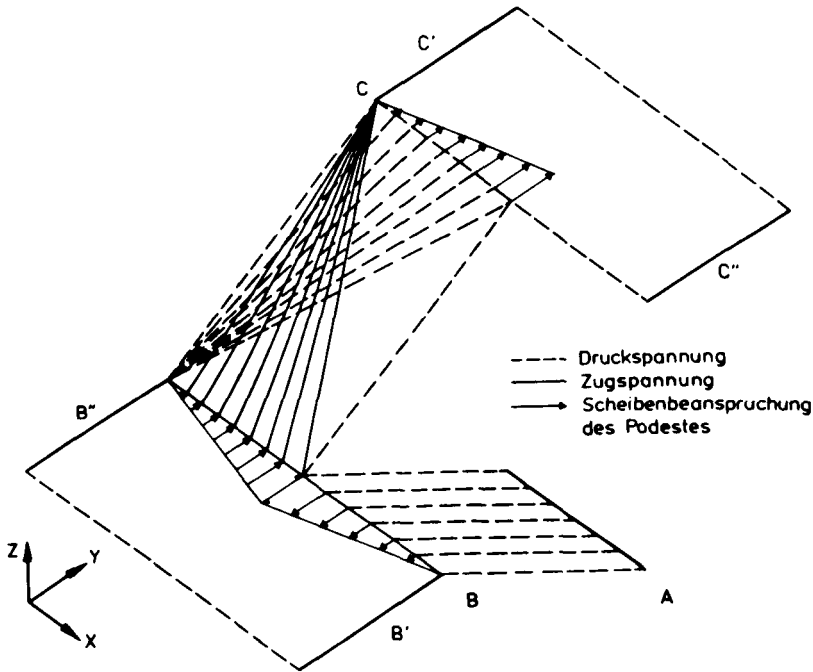


Bild 5.16: Vereinfachtes Tragmodell, bei dem die Stützung der Podeste über Spannungsfächer innerhalb der Läufe idealisiert wird.

schränkung der Reißbildung und der Verformungen bietet dieses Vorgehen ebenfalls günstige Voraussetzungen. Die Kompatibilität zu bestehenden Berechnungsverfahren /10,23/ bleibt damit erhalten.

Die Modellbildung wird dadurch entscheidend vereinfacht, weil gesonderte Stabelemente nur noch zur Erfassung der Scheibentragwirkung anzuordnen sind. Diese kann mit den in Abschnitt 5.4.1 aufgezeigten Druck- und Zugspannungsfeldern innerhalb der Läufe beschrieben werden. Sie können entsprechend Bild 5.16 als Fächer dargestellt werden. Eine weitere Vereinfachung ist möglich, wenn diese Fächer zu prismatischen Stäben zusammengefaßt werden.

Eine zur Schnittgrößenermittlung wesentliche Vereinfachung ergibt sich, wenn das Modell nach Bild 5.16 für die Berechnung noch weiter zu einem ebenen Plattensystem vereinfacht wird, wie es in Bild 5.17 dargestellt ist. Da sich die Stützung des Treppensystems vorwiegend aus Scheibenbeanspruchungen in den Läufen ergibt, muß den Dehnfedern, die in einem ebenen Ersatzsystem zur Nachbildung der Scheibentrag-

wirkung entlang der Knicklinien anzuordnen sind, eine den Läufen entsprechende Dehnsteifigkeit zugewiesen werden. Die Ermittlung der Plattenschnittgrößen kann dann für das in Bild 5.17 dargestellte statische Ersatzsystem zweckmäßigerweise nach dem Kraftgrößenverfahren erfolgen. Die am ebenen Plattensystem errechneten Auflager- und Dehnfederkräfte, erlauben im Anschluß an die Ermittlung der Plattenbeanspruchung auch eine Abschätzung der Scheibenbeanspruchung des jeweils betrachteten Treppenfaltwerks.

Zur Berechnung dieses ebenen Ersatzsystems fehlen allerdings noch Angaben über die Größenordnung der wirksamen Federsteifigkeit. Sie werden in den folgenden Abschnitten zusammengestellt und für die Anwendung in einfachen Handrechnungen aufbereitet.

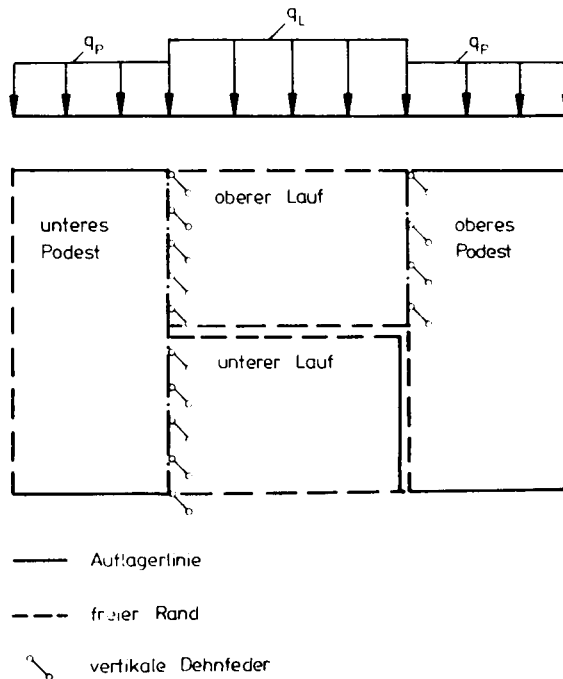


Bild 5.17: Statisches Ersatzsystem der zum ebenen Plattensystem vereinfachten Treppe

6 Ableitung wirklichkeitsnaher Dehnsteifigkeiten zur Erfassung der Scheibentragwirkung

6.1 Anforderungen an die Ermittlung der Dehnsteifigkeit

Die in Abschnitt 5.5.2 mit dem vereinfachten Tragmodell eingeführten Dehnfedern sollen bei den betrachteten Treppensystemen entlang der Podestkanten die Stützung durch die Läufe simulieren. Die Steifigkeit dieser Federn muß somit die Dehnsteifigkeit K_D der Bauteilbereiche zutreffend beschreiben, in denen die Hauptspannungsfelder mit Stäben oder Fächern gemäß Bild 5.16 nachgebildet werden. Abweichend zu den bisher bekannten Stabwerkmodellen, die vor allem für die Modellierung von Bauteilen mit zweiachsigen, ebenen Spannungszuständen entwickelt wurden und bei denen die Stäbe ausschließlich Längskräfte abzutragen haben, werden die hier zu idealisierenden Bereiche auf Biegung mit Längskraft beansprucht. Die Dehnsteifigkeiten K_D zur Erfassung der stützenden Scheibentragwirkung können daher durch die ausgeprägtere Rißbildung infolge Plattenbeanspruchung deutlich vermindert werden.

$$\begin{aligned} K_D^{(1)} &= E_b \cdot A_i \\ &= E_b \cdot A_b [1 + (n-1) \cdot \mu] \end{aligned} \quad (6.1)$$

Mit Gl. (6.1), die die Dehnsteifigkeit $K_D^{(1)}$ im Zustand 1 beschreibt und als oberer Grenzwert anzusehen ist, lassen sich auch Bereiche mit Druckspannungsfeldern nicht zutreffend erfassen, da sie trotz der Druckspannungen in den Mittelebenen infolge gleichzeitig wirkender Biegebeanspruchungen aufreißen können. Der Ansatz von Gl. (6.1) für die Federsteifigkeit C der Ersatzfedern würde damit eine Überschätzung der stützenden Scheibentragwirkung ergeben und zu einer Fehleinschätzung der Plattenbiegemomente führen. Einer genauen Erfassung der Dehnsteifigkeit kommt deshalb entscheidende Bedeutung bei, um die Nachgiebigkeit entlang der Stützlinien zutreffend zu beschreiben und mit dem Ersatzsystem nach Bild 5.17 wirklichkeitsnahe Schnittgrößen berechnen zu können. Gerade im Hinblick auf die Wirklichkeitsnähe der Treppenberechnung ist die Notwendigkeit zur Berücksichtigung einer nachgiebigen Stützung auch als Ergebnis der Versuche (siehe Abschnitt 4.6) sowie der rechnerischen Untersuchungen (siehe Abschnitt 5.4.3) nachgewiesen worden.

Mit Biegung und Längskraft beanspruchte Stahlbetonquerschnitte zeigen noch weit über den Gebrauchslastzustand hinaus eine erhebliche Mitwirkung des Betons auf Zug ("tension stiffening"). Bei den in Abschnitt 4 beschriebenen Versuchen war dieser Effekt unter anderem in der langsamen Ausprägung des Rißbildes erkennbar. Die Dehnsteifigkeit biegebeanspruchter Bauteile mit Längskraft wird über den gesamten

Beanspruchungsbereich unter den bei Treppen zu erwartenden N/M-Verhältnissen gemeinsam vom Beton und den Stahleinlagen bestimmt. Gegenüber der als unterer Grenzwert anzusetzenden Dehnsteifigkeit nach Gl. (6.2), die den reinen Zustand 2 bei ausschließlich auf Zug beanspruchten Stäben beschreibt, ist daher bei Stahlbetonbauteilen eine von der Mitwirkung des Betons abhängige höhere Steifigkeit festzustellen.

$$K_D^{(2)} = A_S \cdot E_S \quad (6.2)$$

Zur Beschreibung des theoretisch schwer zu erfassenden Bereiches zwischen dem reinen Zustand 1 und dem reinen Zustand 2 wurden in zahlreichen Arbeiten /65,66,67,76,77/ "verschmierte" Ansätze für die Mitwirkung des Betons auf Zug abgeleitet. Dabei werden meist globale, an Versuchsergebnisse angepaßte Abminderungen der über gerissene und ungerissene Bereiche hinweg gemittelten Stahlidehnung $\epsilon_{S,m}$ angegeben. Die mittlere Steifigkeit $K_{D,m}$ folgt damit gemäß Bild 6.1 aus Gl. (6.3).

$$K_{D,m} = \frac{\sigma_{SR} \cdot A_S}{\epsilon_{S,m}} \quad (6.3)$$

Eine ausführliche Übersicht und einen Vergleich der wichtigsten Ansätze zur Mitwirkung des Betons auf Zug gibt Schwennicke in /91/. Danach sind sie für globale Abschätzungen des Verformungsverhaltens vor allem dann gut geeignet, wenn die mittleren Werkstoffeigenschaften der betrachteten Bauteile zutreffend erfaßt werden können.

Um in der vorliegenden Arbeit den Einfluß verschiedener Parameter berücksichtigen zu können und eine Anpassung an die für Treppen geltenden Randbedingungen zu erreichen, erscheinen die verschmierten Ansätze jedoch weniger geeignet, weil sie bis auf den Ansatz von Rao /67/, der für reine Biegung gilt, an Zugstäben abgeleitet wurden, die gegenüber den Verhältnissen in Faltwerken z.T. deutlich abweichen. Eine bessere Anpassung ist dagegen mit dem von Koch /31/ entwickelten und von Svensvik /95/ auf die Erfassung zeitabhängiger Einflüsse erweiterten Verfahren möglich.

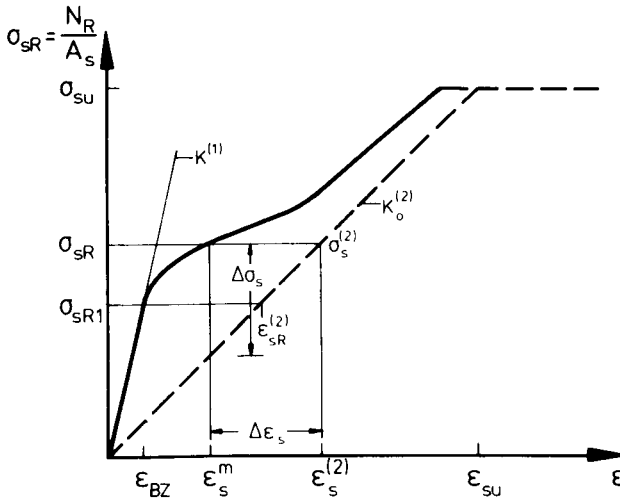


Bild 6.1: Mitwirkung des Betons auf Zug bei gerissenen Stahlbetonbauteilen, qualitative Darstellung

Es faßt den Bereich zwischen zwei Rissen als Scheibe mit elastischem Materialverhalten auf. Aus dem Spannungszustand dieser Scheibe kann mit Annahmen zur statistischen Verteilung der Biegezugfestigkeit β_{BZ} auf den Grad der Rißentwicklung geschlossen werden. Neben der mit diesem Modell gegebenen Möglichkeit, einzelne Parameter gezielt zu variieren und den Einfluß damit sicher abschätzen und beurteilen zu können, ist gerade auch die differenzierte Erfassung der Rißentwicklung, die die Angabe mittlerer Rißabstände a_m erlaubt, ausschlaggebend gewesen für die Anwendung dieses Verfahrens in der vorliegenden Arbeit. Da die Berechnung zutreffender Rißabstände und die Festlegung der mit verschieblichem Verbund gekennzeichneten Einleitungsstrecken die Größenordnung der mittleren Dehnungen bestimmt, ergibt sich daraus entsprechend Gl. (6.3) auch ein unmittelbarer Einfluß auf die Steifigkeit.

Bild 6.2 verdeutlicht die Rißentwicklung eines Stahlbetonbauteiles. Nach dem Entstehen erster Risse verbleiben als Folge der über die Bauteillänge veränderlichen Biegezugfestigkeit β_{BZ} dazwischen noch Bereiche mit vollem unverschieblichen Verbund, die bei steigender Belastung kleiner werden. Diese Phase wird als Bereich fortschreitender Rißbildung bezeichnet. Erst wenn keine Änderung des Rißabstandes a mehr eintritt, ist das Rißbild voll ausgeprägt. Würde man z.B. den 5 % Fraktilwert als konstante Größe für die Biegezugfestigkeit β_{BZ} ansetzen, so würden sich rechnerisch alle Risse sofort mit dem Erreichen des Erstrißmomentes M_R im endgültigen Abstand einstellen. Gerade bei den schwach bewehrten Treppenhäufen wird, wie auch die Versuche gezeigt haben, ein abgeschlossenes Rißbild z.T. jedoch erst weit oberhalb des

Gebrauchslastniveaus erreicht. Die Berücksichtigung der Rißentwicklung ist für die Angabe wirklichkeitsnaher Dehnsteifigkeiten daher hier von großer Bedeutung. Zur Begrenzung der Variationsmöglichkeiten bei den Dehnsteifigkeitsermittlungen werden nachfolgend zunächst die bei Treppen geltenden Randbedingungen festgelegt.

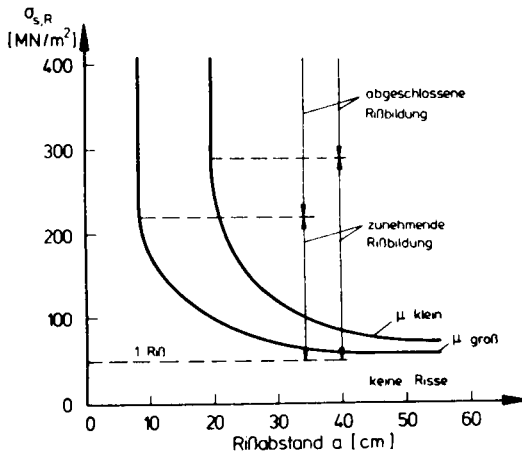


Bild 6.2: Rißentwicklung eines Stahlbetonbauteiles nach /46/

6.2 Randbedingungen bei Treppenläufen

6.2.1 Geometrische Randbedingungen

Je nach der Nutzung werden für Treppen im Hinblick auf die Sicherheit und Bequemlichkeit beim Begehen in den Bauordnungen der Länder geometrische Randbedingungen festgelegt. Da sich diese nur wenig unterscheiden und auf langjährigen Erfahrungen sowie physiologischen Gegebenheiten des Menschen beruhen (siehe Abschnitt 1.1), sind wesentliche Änderungen nicht zu erwarten. Am Beispiel der Steigungsverhältnisse und Geschoßhöhen der niedersächsischen Bauordnung /56/ kann daher die mögliche Lauflänge abgeschätzt werden, um die Untersuchung auf baupraktische Verhältnisse einzuschränken:

- a) **Steigung:** Stufenhöhe < 19 cm
 Auftrittbreite > 26 cm
 steile Treppe $\tan \alpha = 19/26$ $\alpha = 36^\circ$
 flache Treppe $\tan \alpha = 16/30$ $\alpha = 28^\circ$

- b) **Geschoßhöhe:** Treppen müssen durch Treppenabsätze unterbrochen sein, soweit $h > 3,50$ m

Mit den Angaben aus a) und b) ergeben sich die in Tabelle 6.1 zusammengestellten Lauflängen. Die Podesthöhen $h_p < 2,00$ m gelten für zweiläufige Treppen mit Zwischenpodesten.

Podesthöhe h_p [m]	Lauflänge l_L [m]		
	28°	32°	36°
3,50	6,58	5,60	4,82
3,00	5,64	4,80	4,13
2,50	4,70	4,00	3,44
2,00	3,76	3,20	2,75
1,50	2,82	2,40	2,06

Tabelle 6.1: Länge l_L der Treppenläufe in der Grundrißprojektion für unterschiedliche Steigungswinkel α

Aus den Längen gemäß Tabelle 6.1 kann über den Nachweis zur Begrenzung der Biegeschlankheit in DIN 1045 auf die Bauteildicke d geschlossen werden.

$l_i/h \leq 35$: $l_i = 3,50$ m $h = 10$ cm, $d \approx 12$ cm
 $l_i = 4,90$ m $h = 14$ cm, $d \approx 16$ cm
 $l_i = 6,30$ m $h = 18$ cm, $d \approx 20$ cm

Danach sind Laufdicken $d > 20$ cm nur in Ausnahmefällen zu erwarten.

6.2.2 Bewehrungsgrad

Die im vorigen Abschnitt genannten geometrischen Randbedingungen erlauben die zuverlässige Abschätzung der in der Baupraxis bei Treppenläufen vorkommenden Bewehrungsgrade. Dies ist insofern von Interesse, als die Dehnsteifigkeiten der Läufe in Abhängigkeit des Zugbewehrungsgrades μ angegeben werden sollen. Unabhängig vom Ergebnis der statisch unbestimmten Berechnung am Ersatzsystem nach Bild 5.17 kann der Bewehrungsgrad der Läufe schon vorab vergleichsweise einfach

und häufig auch ausreichend genau abgeschätzt werden. Er ist damit als Eingangswert für die Bestimmung der Dehnsteifigkeit gut geeignet.

In Bild 6.3 ist der Bewehrungsgrad für verschiedene Stützweiten und Steigungen aufgetragen. Da vor allem die Abgrenzung nach oben interessierte, wurde als statisches System der gelenkig gelagerte Balken mit einer Verkehrslast von $p = 5,0 \text{ kN/m}^2$ zugrundegelegt. Es zeigt sich, daß für Treppenhänge Bewehrungsgrade größer $\mu = 1,2\text{‰}$ nicht zu erwarten sind.

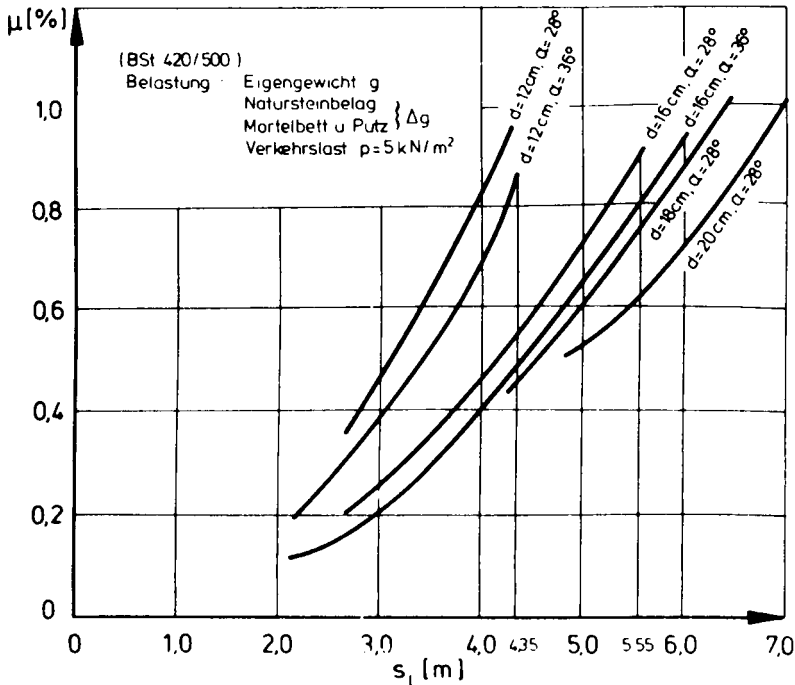


Bild 6.3: Bewehrungsgrad in Abhängigkeit der wahren Lauflänge s_L

6.2.3 Verteilung der Plattenbiegemomente

Die Dehnsteifigkeit auf Biegung beanspruchter Bauteile wird von der Biegemomentenverteilung beeinflusst, weil sie die Länge der gerissenen und ungerissenen Bereiche entlang der Bauteilachse bestimmt. Im Rahmen dieser Arbeit wurden die Momentenverteilungen nach Bild 6.4 als mögliche Grenzfälle für die einachsig gespannten Läufe betrachtet. Die zweiseitig, gelenkige Lagerung ist als ungünstigster Fall anzusehen, der bei Treppen, die die Faltwerkwirkung ausnutzen, kaum zu verwirklichen ist. Als Regelfall kann eher die beidseitige Einspannung des Laufes bei Bild 6.4 b) gelten. Die

Annahme gleich großer Stütz- und Feldmomente entspricht sowohl den Ergebnissen der Versuche (Bilder 4.5 und 4.6) als auch den Berechnungen des Abschnittes 5.4.3.3. Unter Ausnutzung der nach DIN 1045 erlaubten Momentenumlagerung von 15 % stimmt sie darüberhinaus mit den derzeit geltenden Normen überein, da bei einer Berechnung mit dem Ersatzsystem nach Bild 5.17 unter Berücksichtigung der Nachgiebigkeit ein Ausgleich zwischen dem Stütz- und Feldmoment in der Regel immer zu erreichen ist.

Neben der Momentenverteilung hat auch die Beanspruchungskombination, also das Verhältnis N/M , Einfluß auf die Dehnsteifigkeit. Da dieses Verhältnis von der Stützweite und Breite des

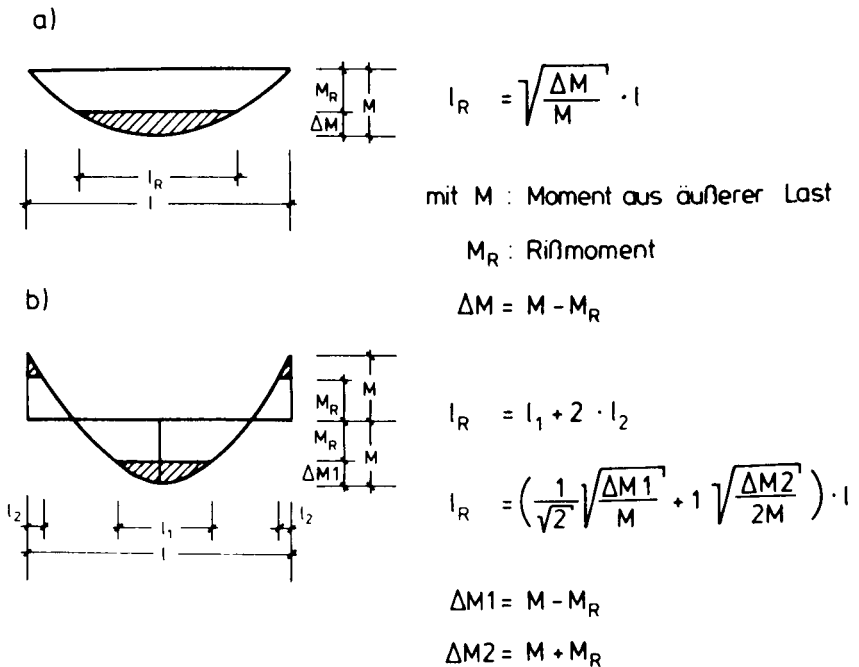


Bild 6.4: Länge der gerissenen Bauteilbereiche für unterschiedliche Momentenverteilungen

Laufes sowie den Podestabmessungen abhängt, sind sehr unterschiedliche Kombinationen möglich, die die Angabe fester Bezugswerte ausschließen. Einfache Vergleichsrechnungen deuten jedoch darauf hin, daß Verhältnisse $N/M \leq 2,0$ für übliche Abmessungen nur in Ausnahmefällen zu erwarten sind. Das Verhalten und die Stei-

figkeiten des Laufes werden danach vorwiegend durch die Biegebeanspruchung bestimmt.

Mit den Momentenverteilungen in Bild 6.4 ergeben sich für die Dehnsteifigkeit des Laufes abweichend von nur auf Zug beanspruchten Stäben zwei Anteile für den gerissenen bzw. den ungerissenen Abschnitt. Für ein Bauteil mit der Länge l ergibt sich die Gesamtdehnsteifigkeit K_D nach Gl. (6.4) aus dem Anteil $K_D^{(1)}$ für den ungerissenen Bauteilabschnitt und $K_D^{(2)}$ für den Abschnitt im Zustand 2:

$$K_D = [K_D^{(1)} \cdot (1 - \frac{l_R}{l}) + K_D^{(2)} \cdot \frac{l_R}{l}] \cdot \frac{1}{l} \quad (6.4)$$

Das zur Bestimmung der Länge l_R des gerissenen Bereichs erforderliche Rißmoment M_R kann mit den in Abschnitt 3.1.3 zusammengestellten $5^\circ/\sigma$ -Fraktilwerten der Biegezugfestigkeit β_{BZ} unter Verwendung der ideellen Querschnittswerte nach Gl. (6.5) ermittelt werden.

$$M_R = (-\frac{N}{A_1} + \beta_{BZ5}) \cdot W_1 \quad (6.5)$$

Die in Gl. (6.5) enthaltene Normalkraft N ergibt sich bei dem Ersatzsystem nach Bild 5.17 aus den Kräften der Dehnfedern entlang der Knicklinien.

6.3 Ansatz des Elastizitätsmoduls und Dehnsteifigkeit der ungerissenen Bauteilabschnitte

Die Gl. (6.1) bis (6.3) belegen den Einfluß des Elastizitätsmoduls auf die Dehnsteifigkeit. Bild 6.5 zeigt dazu die dehnungsabhängige Veränderung des wirksamen Elastizitätsmoduls E_D für Beton mit Parabel - Rechteckförmiger Spannungsverteilung in der Biegedruckzone. Diese Änderung des E-Moduls muß bei der Steifigkeitsermittlung berücksichtigt werden, wenn nicht zu hohe Werte ermittelt werden sollen. In Bild 6.5 ist deshalb auch die in dieser Arbeit in Anlehnung an /62/ zur Vereinfachung der Integration verwendete Näherung angedeutet, bei der die Fläche unter der Kurve des veränderlichen E-Moduls durch ein flächengleiches Rechteck ersetzt wird.

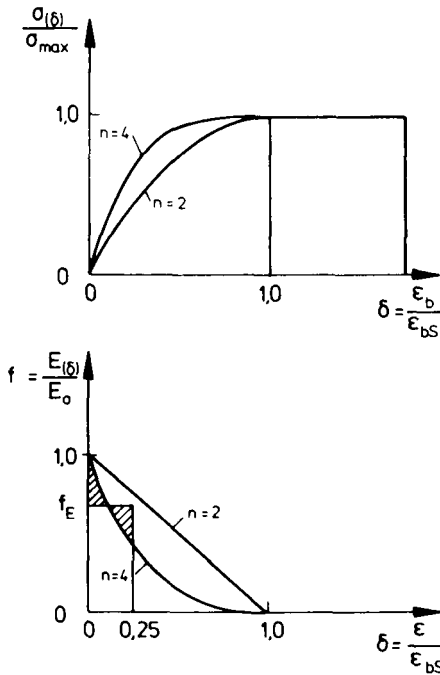


Bild 6.5:
Dehnungsabhängige Bestimmung des wirksamen Elastizitätsmoduls E_b

Für die Bestimmung des Beiwertes f_E müssen bei Ansatz des Parabel-Rechteckdiagramms zwei Bereiche unterschieden werden:

a) $0 < \delta \leq 1$

$$\frac{E(\delta)}{E_0} = (1 - \delta)^{n-1} \quad \text{mit } \delta = \frac{\epsilon_b}{\epsilon_{bs}}$$

$$f_E \cdot \delta = \int_0^\delta \frac{E(\delta)}{E_0} \cdot d\delta$$

$$f_E = \frac{1 - (1 - \delta)^n}{n \cdot \delta} \quad (6.6)$$

b) $1 \leq \delta$

$$f_E = \frac{1}{n \cdot \delta} \quad (6.7)$$

Mit den Gl. (6.6) bzw. (6.7) wird die Veränderung des E-Moduls sowohl für Bauteilabschnitte im Zustand 1 als auch im Zustand 2 erfaßt. Für den Zustand 1 wird die maßgebende Dehnung zur Bestimmung von f_E im Querschnitt des Erstrißmomentes M_R unter der Annahme ermittelt, daß hier gerade ein Riß entstanden ist.

Die Schnittgrößenverteilungen in Stahlbetontragwerken werden üblicherweise für Gebrauchslasten ermittelt, die damit auch bei der Bestimmung der maßgebenden Steifigkeiten zugrunde zu legen sind. Für die Beschreibung der Spannungsverteilung in der Biegedruckzone ist das Parabel-Rechteckdiagramm nach DIN 1045, das zum Nachweis der Bruchsicherheit angegeben wurde allerdings nicht geeignet. Es wird in dieser Arbeit für die Erfassung des Gebrauchslastniveaus vielmehr so angepaßt, daß die Steigung im Ursprung den E-Modul ergibt, der hier gemäß Abschnitt 3.1.2 nach DIN 1045 angesetzt wurde. Nach [62] erfolgte diese Anpassung entsprechend Bild 3.1 durch Wahl einer Parabel höherer Ordnung ($n > 2$). Gegenüber dem zur Bemessung angesetzten Parabel-Rechteckdiagramm mit einem Ursprungsmodul von $1000 \cdot \beta_R$ ergibt die Querschnittsanalyse mit der angepaßten SDL geringere Dehnungen in der Biegedruckzone und wegen eines vergrößerten inneren Hebeldarmes auch kleinere Stahidehnungen.

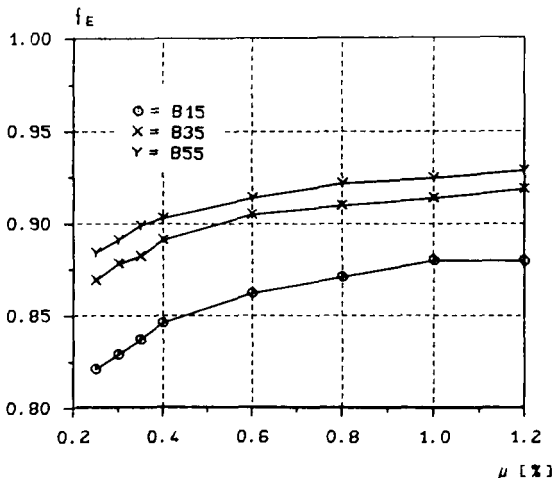


Bild 6.6: Änderung des Beiwertes f_E für die Erstrißmomente

Der so für das Rißmoment M_R nach Bild 6.5 ermittelte E-Modul wird im gesamten ungerissenen Bereich angesetzt. Eine weitere Abstufung des E-Moduls ist entbehrlich, da die Abminderung gegenüber dem Ursprungsmodul selbst mit diesen auf der sicheren Seite liegenden Annahmen gering bleibt (siehe Bild 6.6). Die Dehnsteifigkeit

des ungerissenen Bereiches kann nach der Festlegung des E-Moduls unmittelbar angegeben werden:

$$K_D^{(1)} = A_i \cdot f_E^{(1)} \cdot E_{b0} \left(1 - \frac{1}{1} R\right) \cdot \frac{1}{1} \quad (6.8)$$

6.4 Dehnsteifigkeit der gerissenen Bauteilabschnitte

6.4.1 Annahmen zur Verteilung der Zugfestigkeit

Die Dehnsteifigkeit $K_D^{(2)}$ der gerissenen Bauteilabschnitte wird vor allem durch die größere Dehnung im Riß und in den an einen Riß angrenzenden Einleitungsstrecken gegenüber dem ungerissenen Bereich abgemindert. Die Anzahl der Risse und die Ausdehnung der Einleitungsstrecken kann mit dem Rißbildungsgrad θ nach /46/ beschrieben werden:

$$\theta = \frac{r_i}{r_n} \quad (6.9)$$

mit r_i = Anzahl der vorhandenen Risse
 r_n = Anzahl der möglichen Risse

Zwischen dem Rißbildungsgrad θ und der Betonzugfestigkeit β_Z besteht die Beziehung, daß bei kleinen Rißbildungsgraden auch nur niedrige Betonzugfestigkeiten überschritten werden. Um genauere Aussagen zur Rißentwicklung ableiten zu können, muß die Verteilung der Zugfestigkeit allerdings bekannt sein. Von Koch /31/ wurden hierzu Spaltzugversuche durchgeführt, deren Ergebnisse annähernd normal verteilt waren. Diese Verteilung bestätigt auch Rüsch in /78/. Schwennicke /91/ zeigte, daß die in anderen Arbeiten gefundenen logarithmischen Normalverteilungen nur zu unbedeutenden Abweichungen führen. Die Zugfestigkeit des Betons kann daher entsprechend Bild 6.7 als normalverteilt angenommen werden. Die nutzbare Spanne wird durch den 5 %-Fraktilwert, bei dem Erstrisse entstehen, und den 95 %-Fraktilwert, bei dem sich keine weiteren Risse mehr bilden, begrenzt.

Bild 6.7 erlaubt keine Rückschlüsse auf die Verteilung der Betonzugfestigkeiten entlang der Stabachse. Damit ist noch unbekannt, welche Zugfestigkeit der jeweiligen Beanspruchung zuzuordnen ist. Da höhere Beanspruchungen zur Überschreitung höherer Zugfestigkeitswerte führen und die Stahlspannung σ_s als Maß für die Beanspruchung angesehen werden kann, ist es naheliegend einen Zusammenhang zwi-

schen der Zugfestigkeit β_Z und der Stahlspannung σ_s herzustellen. Svensvik /95/ paßte diesen Zusammenhang an Versuchsergebnisse an und leitete daraus Gl. (6.10) ab, die in Bild 6.8 dargestellt ist. Da die Größe der Stahlspannung auch bei den hier zu untersuchenden Plattenquerschnitten der Treppenläufe unmittelbar der Beanspruchung zugeordnet werden kann, wird diese Beziehung beibehalten:

$$\beta_i = \beta_5 + \left[\frac{\sigma_{sR,i} - \sigma_{sR,1}}{\beta_{0,2} - \sigma_{sR,1}} \right]^{0,5} \cdot (\beta_{95} - \beta_5) \quad (6.10)$$

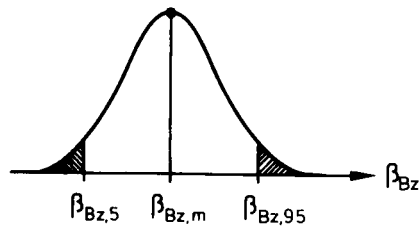


Bild 6.7: Normalverteilung der Biegezugfestigkeit des Betons

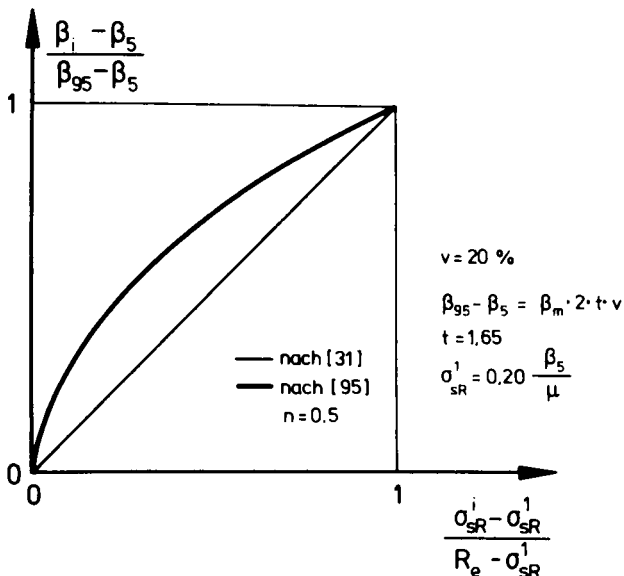


Bild 6.8: Beziehung der wirksamen Biegezugfestigkeit β_{BZ} zur Stahlspannung σ_s

6.4.2 Spannungszustand zwischen den Rissen

6.4.2.1 Ermittlung der Scheibenspannungen

Die Entstehung eines neuen Risses ist abhängig vom Spannungszustand zwischen zwei bestehenden Rissen. Koch /31/ hat die Spannungen solcher biegebeanspruchten Stababschnitte, die einen Dehnungsgradienten über die Bauteilhöhe aufweisen, an der in Bild 6.9 dargestellten Scheibe ermittelt. Beansprucht wird diese einseitig von einem Riß begrenzte Scheibe durch die Verbundspannungen entlang der Bewehrung und die Biegedruckkraft im Rißquerschnitt. Um im Abschnitt 7.5 den Einfluß einer Druckbewehrung untersuchen zu können, wird auch die Betonzugkraft σ_{bU} aus der Verbundwirkung einer Biegedruckbewehrung bestimmt.

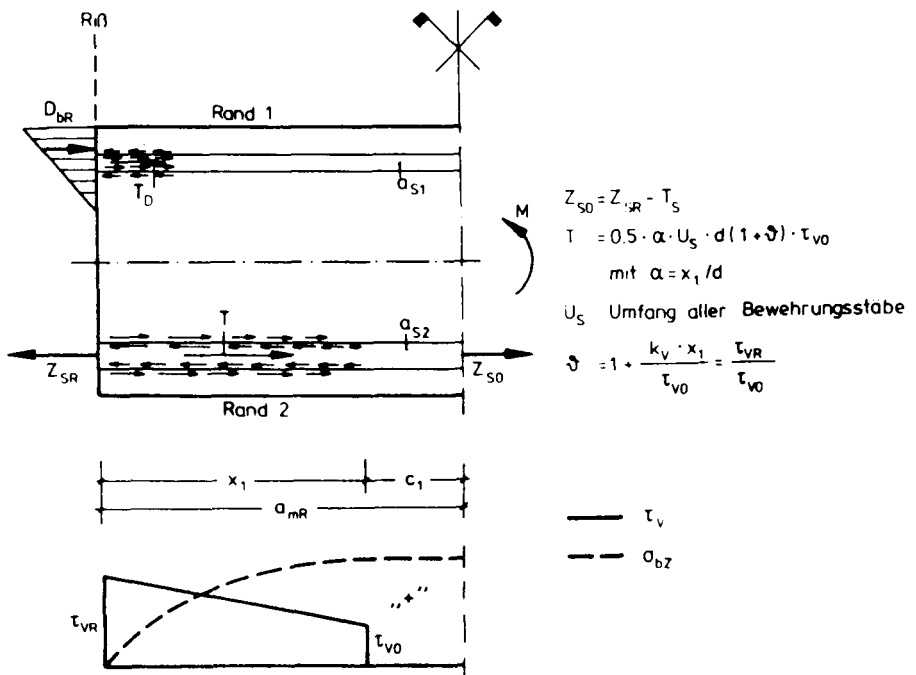


Bild 6.9: Beanspruchung des als Scheibe idealisierten Abschnittes zwischen zwei Rissen

Die Scheibenspannungen infolge der Betondruckkraft und des Verbundes der Zugbewehrung berechnete Koch /31/ mit der FE-Methode unter Annahme linear elastischen Materialverhaltens. Die Normierung der Scheibenabmessungen und der einwirkenden Kräfte ergab allgemeine Lösungen, die als Beiwerte für den hier interessierenden Rechteckquerschnitt in den Tabellen 6.2 und 6.3 angegeben sind. Mit ihnen kann die Scheibenspannung aus der Spannung nach der technischen Biegelehre bestimmt werden (siehe Bild 6.11). Ergänzend wurden für diese Arbeit die Beiwerte zur Bestimmung der größten Zugspannung infolge Verbundwirkung der Druckbewehrung entsprechend Bild 6.9 ermittelt und in Tabelle 6.4 zusammengestellt.

Für die Spannungsberechnung der Scheibe muß damit nur noch die Länge festgelegt werden. Sie wird mit der Verbundspannungsverteilung nach Gl. (3.20) und Bild 3.18 als die zur Anfangsstahlspannung σ_{s0} gehörige Einleitungslänge x_1 wie folgt ermittelt:

$$\sigma_{s0} = n \cdot \beta_1 \cdot \underline{\alpha} \quad (6.11)$$

$\underline{\alpha}$: Proportionalitätsfaktor zur Umrechnung der Spannung in der

Randfaser auf die Bewehrungshöhe: $d_1/d = 0,10 \rightarrow \underline{\alpha} = 0,8$

$d_1/d = 0,15 \rightarrow \underline{\alpha} = 0,7$

$d_1/d = 0,20 \rightarrow \underline{\alpha} = 0,6$

$$x_1 = - \frac{\tau_{v0}}{k_v} + \left[\left[\frac{\tau_{v0}}{k_v} \right]^2 + \frac{d_s}{2 \cdot k_v} (\sigma_{sR} - \sigma_{s0}) \right]^{0,5} \quad (6.12)$$

Der in Gl. (6.12) enthaltene Verbundbeiwert k_v und die Verbundspannung τ_{v0} sind in Tabelle 3.4 zusammengestellt. Die Stahlspannung σ_{sR} im Riß wurde für das größte Moment unter Gebrauchslast wiederum mit der angepaßten SDL für den Beton ermittelt, die im Ursprung den Elastizitätsmodul nach DIN 1045 ergibt. Die für das größte Gebrauchslastmoment bestimmten Spannungen und Dehnungen, werden auf der sicheren Seite liegend, über den gesamten gerissenen Bereich unterstellt. Diese Annahme gilt für ein konstantes Moment und ergibt gegenüber den parabelförmigen Verläufen Abweichungen zur sicheren Seite.

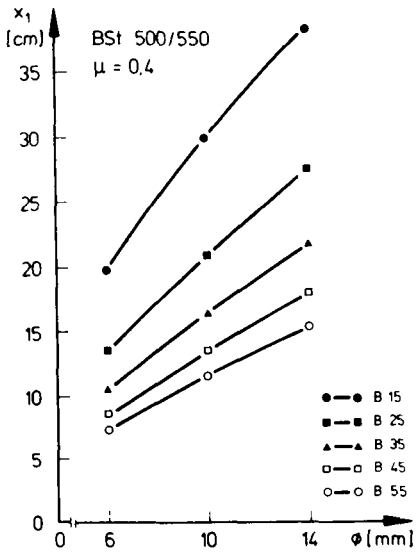


Bild 6.10:

Einleitungslänge x_1 für verschiedene Stabdurchmesser

Beiwert	x/d	Scheibenform α					
		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
r_m (D)	0,1	1,000	0,759	0,552	0,441	0,379	0,342
	0,2	1,000	0,937	0,767	0,648	0,577	0,533
	0,3	1,000	0,984	0,876	0,774	0,708	0,669
	0,4	1,000	0,997	0,935	0,856	0,803	0,771
c_u (D)	0,1	0	-0,002	0,131	0,603	0,894	1,003
	0,2	0	-0,002	0,148	0,612	0,898	1,000
	0,3	0	-0,002	0,176	0,631	0,902	0,998
	0,4	0	-0,001	0,221	0,663	0,911	0,998

Tabelle 6.2: Beiwerte zur Ermittlung der Scheibenspannungen aus einer Biegedruckkraft $D_{bR} = 1$

Beiwert	δ	Scheibenform α					
		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
c_m (T)	1,0	0	0	0,050	0,203	0,316	0,379
	1,5	0	0	0,053	0,213	0,333	0,400
	2,5	0	0	0,056	0,225	0,351	0,424
	4,0	0	0	0,058	0,234	0,366	0,441
	8,0	0	0	0,060	0,241	0,381	0,459
c_u (T)	1,0	0	0,842	1,179	1,111	1,061	1,037
	1,5	0	0,906	1,225	1,133	1,070	1,041
	2,5	0	0,979	1,279	1,157	1,080	1,046
	4,0	0	1,034	1,319	1,175	1,088	1,049
	8,0	0	1,076	1,360	1,195	1,096	1,053

Tabelle 6.3: Beiwerte zur Ermittlung der Scheibenspannungen aus einer Verbundkraft $T = 1$

α	0,6	0,8	1,0	1,2
c_u (Sd)	0,129	0,240	0,313	0,358

Tabelle 6.4: Beiwerte c_u (Sd) zur Ermittlung der Scheibenspannung am unteren Rand aus einer Verbundkraft $T_D = 1$ der Druckbewehrung

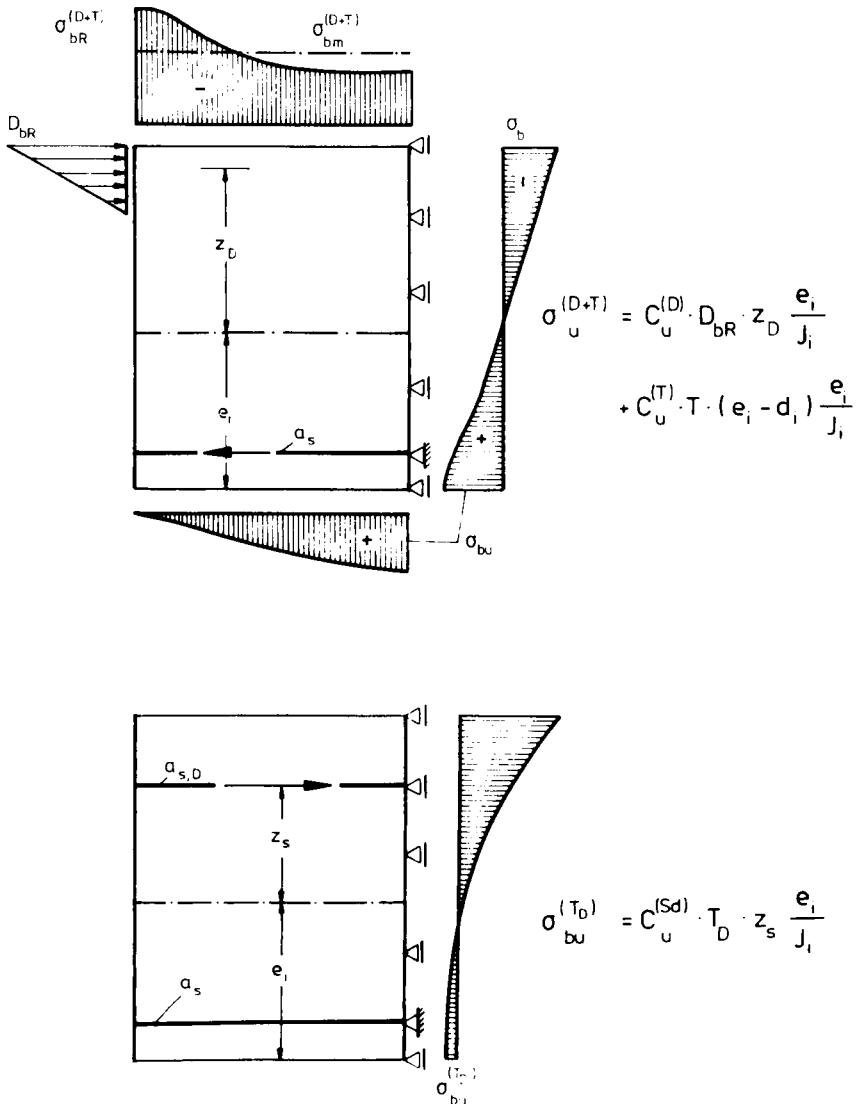


Bild 6.11: Berechnung der Scheibenpannungen für die Beanspruchungen nach Bild 6.9 mit den Beiwerten der Tabellen 6.2 - 6.4

6.4.2.2 Kritik am Verfahren zur Spannungsermittlung

Die Idealisierung der Stababschnitte zwischen den Rissen als Scheibe mit elastischem Materialverhalten erfordert einige kritische Anmerkungen, die nachfolgend aufgezeigt und kurz erläutert werden sollen:

- Bereits die Annahme elastischen Verhaltens zwischen den Rissen stellt im Hinblick auf die aus den Sekundärrissen ("Goto Risse") an den Rippen /21/ und die aus der räumlichen Verbundspannungsverteilung (siehe Bild 3.14) zu erwartenden Abweichungen eine weitreichende Vereinfachung dar. Da hier jedoch mit Beanspruchungen des Gebrauchszustandes gerechnet wird, bleiben die Abweichungen in vertretbaren Grenzen.
- Als Länge der Betonscheibe, für die eine von der Elastizitätstheorie abweichende Spannungsverteilung zu unterstellen ist, wird die aus Verbundgesetzen abgeleitete Einleitungslänge x_1 angenommen. Tatsächlich erstreckt sich der Einfluß der Verformungen aus der Betonscheibenwirkung auf einen Abschnitt, dessen Länge l der Bauteilhöhe d entspricht (Prinzip von Saint Venant). Dieser Einwand ist vorwiegend bei Balken zu beachten. Bild 6.10 belegt, daß die Einleitungslängen x_1 nur wenig von den vorherrschenden Plattendicken bei Treppenläufen abweichen.
- Die Spannung in der Biegedruckzone wurde zur Berechnung von Tabelle 6.2 durch eine Treppenlinie angenähert. Bei der engen Elementeteilung bleibt dieser Einfluß gering.
- Beanspruchungen infolge Querkraft und querkraftbedingte Rißverzahnungen werden nicht berücksichtigt. Diese Einflüsse sind bei Platten geringer als bei Balken, weil die Schubspannungen klein bleiben und die Lastabtragung zu einem erheblichen Teil über Bogen- Zugbandwirkung erfolgt. Im Schnitt des hier als maßgebend angenommenen größten Gebrauchlastmomentes M_G ist die Querkraft $Q = 0$.

6.4.3 Bestimmung des mittleren Rißabstandes

6.4.3.1 Übersicht

Mit Gl. (6.10), die die aufnehmbare Betonzugspannung β_i im betrachteten Querschnitt ergibt und der Kenntnis der größten Betonzugspannung σ_{bu} im Bereich zwischen den Rissen kann auf den mittleren Rißabstand a_m des betrachteten Bauteils geschlossen werden. Dabei sind die in Bild 6.12 dargestellten Fälle zu unterscheiden:

- a) Die nach Abschnitt 6.4.2 ermittelte Scheibenspannung σ_{bu} ist größer als die Betonzugspannung β_i . Für diesen Fall wird angenommen, daß zwischen den Rissen

keine Bereiche mit unverschieblichem Verbund mehr bestehen und die Ausprägung des Rißbildes weitgehend abgeschlossen ist.

- b) Die Scheibenspannung σ_{bu} ist gleich der Betonzugfestigkeit β_i .
- c) σ_{bu} ist kleiner als β_i . Zwischen den Rissen bestehen im Anschluß an die Einleitungslängen x_1 Bereiche mit unverschieblichem Verbund.

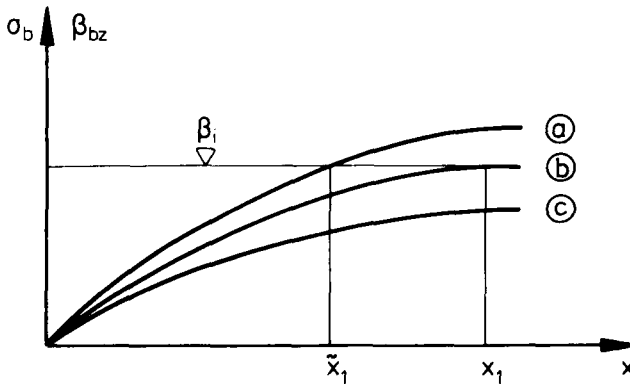


Bild 6.12: Verhältnis der Betonzugspannung σ_{bu} zur Zugfestigkeit β_i bei verschiedenen Rißbildungsstadien

6.4.3.2 Rißabstand ohne Bereiche ungestörten Verbundes

Von den drei in Bild 6.12 aufgezeigten Fällen können die Varianten a) und b) insofern gemeinsam betrachtet werden, als beide keine Bereiche mit unverschieblichem Verbund aufweisen. Für die Bestimmung des Rißabstandes a_m wird bei Fall a) zunächst die Scheibenslänge so weit auf den Wert x'_1 verringert bis die Scheibenspannung σ_{bu} gleich der Betonzugfestigkeit β_i ist. Diese Bestimmung der verminderten Scheibenslänge x'_1 kann mit den Tafeln 6.2 und 6.3 iterativ erfolgen, indem jetzt umgekehrt aus der Spannung auf die Geometrie der Scheibe geschlossen wird. Eine Abschätzung des erwarteten Wertes x'_1 ist mit folgenden Beziehungen möglich:

$$c_u^{(D)} \text{ soll} = \frac{\beta_i}{\sigma_{bu}} \cdot c_u^{(D)}$$

Mit $C_U^{(D)}$,_{soll} kann aus Tabelle 6.2 α_{soll} bestimmt werden. Eine nur aus den Spannungen infolge der Biegedruckkraft D_b ermittelte Verringerung der Scheibenlänge würde sich damit wie folgt ergeben:

$$x'_{1,D} = \alpha_{soll} \cdot d \quad (6.13)$$

Aus dem Spannungszustand infolge der Verbundkraft T wird mit Tabelle 6.3 folgende verringerte Scheibenlänge abgeschätzt:

$$T_{neu} = \frac{\beta_i}{\sigma_{bu}} \cdot T \quad T: \text{Verbundkraft nach Bild 6.9}$$

$$x'_{1,T} = - \frac{r_{v0}}{k_v} + \left[\left[\frac{r_{v0}}{k_v} \right]^2 + \frac{T_{neu}}{U_s \cdot 0,5 \cdot k_v} \right]^{0,5} \quad (6.14)$$

Die Scheibenlänge für den jeweils nächsten Iterationsschritt wird als Mittelwert angenommen.

$$x'_1 = \frac{x'_{1,D} + x'_{1,T}}{2} \quad (6.15)$$

Mit den Gl. (6.13) bis (6.15) ist die verminderte Einleitungslänge x'_1 , bei der die Scheibenspannung σ_{bu} gleich der Betonzugfestigkeit β_i ist, bereits nach ein oder zwei Iterationsschritten ausreichend genau angenähert. Fall a) und b) sind nun vergleichbar. Sie befinden sich in einem Zustand, in dem entweder gerade ein Riß entsteht oder der Querschnitt gerade noch ungerissen verbleibt. Daher kann ein oberer und unterer Grenzwert der Verformungen angegeben werden, denen die möglichen Rißabstände zugeordnet sind:

oberer Verformungsgrenzwert, neuer Riß ist entstanden

$$\begin{aligned} \text{Fall a)} \quad a_m^{(N)} &= x'_1 \\ \text{Fall b)} \quad a_m^{(N)} &= x'_1 \end{aligned} \quad (6.16)$$

unterer Verformungsgrenzwert, kein neuer Riß

$$\begin{aligned} \text{Fall a)} \quad a_m^{(V)} &= 2 \cdot x'_1 \\ \text{Fall b)} \quad a_m^{(V)} &= 2 \cdot x'_1 \end{aligned} \quad (6.17)$$

Als wahrscheinlicher Wert gilt: $a_m = (a_m^{(V)} + a_m^{(N)})/2$

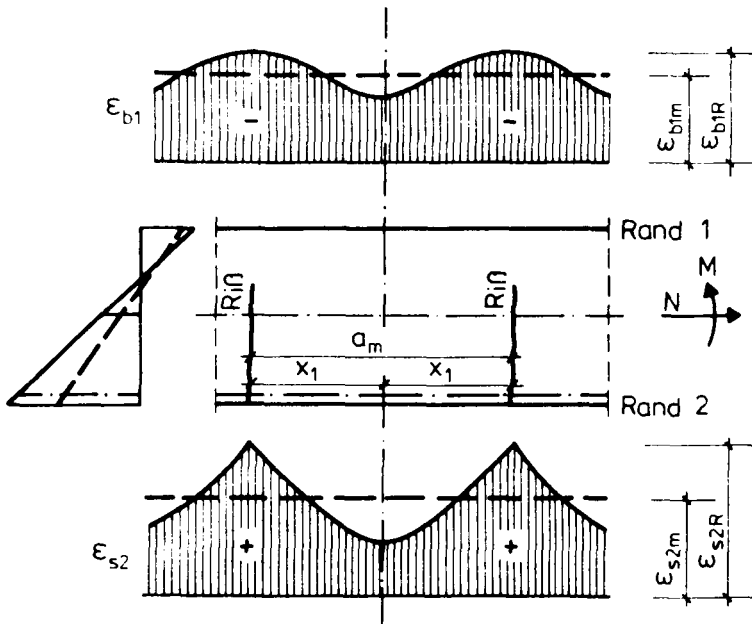


Bild 6.13: Rißabstand ohne Zwischenbereiche ungestörten Verbundes

Im Rahmen dieser Arbeit wird abweichend der zum unteren Verformungsgrenzwert gehörige Rißabstand a_m nach Gl. (6.17) verwendet (siehe Bild 6.12). Damit soll vor allem ein kontinuierlicher Übergang von der fortschreitenden Rißbildung zur abgeschlossenen Rißbildung erreicht werden. Dies ist für die Darstellung der Dehnsteifigkeit insofern vorteilhaft, als ihr Verlauf dann mit einfachen Funktionen beschrieben werden kann. Die Annahme des Mittelwertes aus Gl. (6.16) und (6.17) ergibt dagegen eine sprunghafte Änderung des Rißabstandes um $a_m = 0,5 \cdot x_1$, weil sich für $\sigma_{bu} < \beta_i$ gerade noch $a_m = 2 \cdot x_1$ einstellt, während bei nur geringfügig erhöhter Spannung unter $\sigma_{bu} > \beta_i$ der Rißabstand zu $a_m = 1,5 \cdot x_1$ errechnet wird.

Im Hinblick auf die zu ermittelnden Steifigkeiten ist die getroffene Vereinfachung wegen der in diesem Bereich ohnehin kleinen Rißabstände (siehe Bild 6.17) vertretbar. Eine zutreffendere Betrachtung, die die sprunghafte Änderung der Rißentwicklung vermeidet, würde bei den hier betrachteten Plattenquerschnitten und Bewehrungsdurchmessern nur um wenige Zentimeter verringerte Rißabstände ergeben. Solange hierzu keine gezielten Untersuchungen vorliegen würde dabei die Festlegung des Punktes Schwierigkeit bereiten, mit dem das Erreichen des Grenzwertes nach Gl. (6.14) gekoppelt wird. Auch eine Verminderung des Sicherheitsniveaus ist bei Verwendung des Rißabstandes a_m nach Gl. (6.17) auszuschließen, da andere Annahmen

bisher Abweichungen zur sicheren Seite ergaben, so wurde z.B. der Dehnungszustand infolge des Momentengrößtwertes der Steifigkeitsermittlung auf ganzer Abschnittslänge zugrunde gelegt.

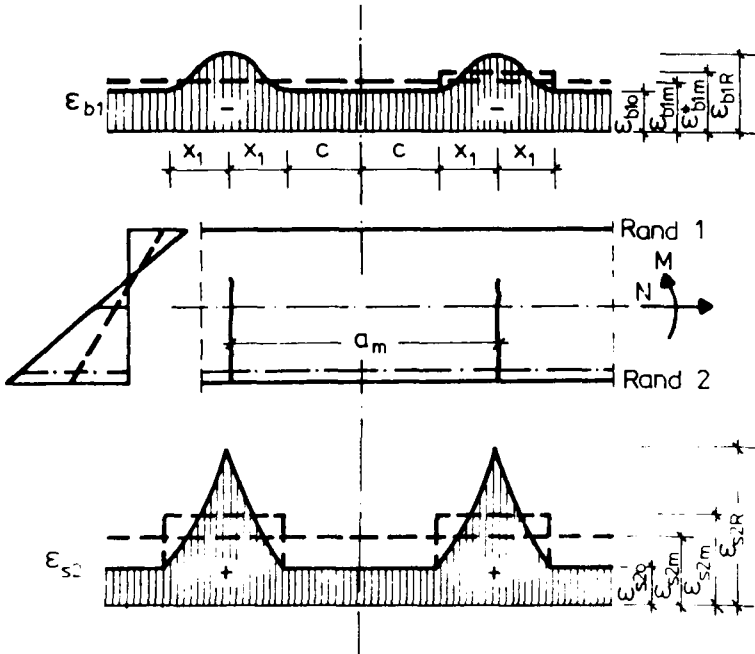


Bild 6.14: Rißabstand mit Zwischenbereichen ungestörten Verbundes

6.4.3.3 Rißabstand mit Zwischenbereichen ungestörten Verbundes

Für den Fall c) mit Zwischenbereichen ungestörten Verbundes muß ergänzend zu den bislang getroffenen Annahmen noch eine Aussage zur Länge dieser Zwischenbereiche angegeben werden. Aus der Erkenntnis heraus, daß eine an der Scheibe nach Bild 6.9 ermittelte Betonzugspannung σ_{bU} , die die Biegezugfestigkeit β_{BZ5} nur wenig überschreitet, eher ungerissene Zwischenbereiche ermöglicht als eine Betonzugspannung, die weit über β_{BZ5} liegt, bestimmte Koch /31/ die Überlebenswahrscheinlichkeit P_U eines ungerissenen Stababschnittes zwischen Rissen für die Betonzugspannung $\sigma_{bZ} = \beta_i$ mit Bild 6.15.

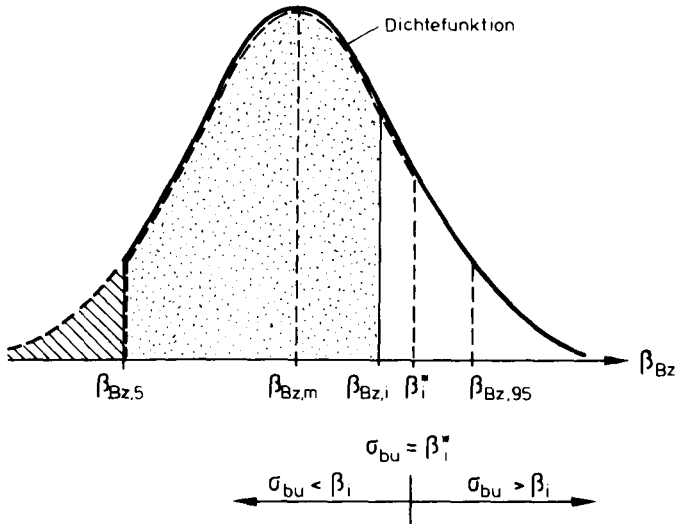


Bild 6.15: Verteilung der Biegezugfestigkeit β_{Bz}

Danach kann das Verhältnis der punktierten Fläche zur dick umrandeten Fläche als Wahrscheinlichkeit für das Aufreißen des Querschnittes angenommen werden. Mit der Wahrscheinlichkeit $P_{\bar{u}}$, daß in der ungestörten Zone c (siehe Bild 6.14) kein Riß entsteht, ergibt sich der Rißabstand a_m zu:

$$a_m = \frac{2 \cdot x_1}{1 - P_{\bar{u}}} \quad (6.18)$$

Darin ist die Überlebenswahrscheinlichkeit

$$P_{\bar{u}} = \frac{1 - \Phi(w_i)}{1 - \Phi(w_5)} \quad (6.19)$$

mit $w_i = \frac{\beta_i - \beta_{Bzm}}{\beta_{Bzm} \cdot v \cdot \sqrt{2}}$ und dem Integral der Dichtefunktion der standardisierten Normalverteilung $\phi(w)$:

$$\phi(w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^w e^{-\frac{w^2}{2}} \cdot dw$$

In dieser Arbeit wird die Bestimmung der Wahrscheinlichkeit $P_{\bar{U}}$ insofern modifiziert, als der in Gl. (6.19) enthaltene Bezug der punktierten Fläche auf die dick umrandete Fläche (siehe Bild 6.15), also auf $(1 - \Phi(w_5))$, nicht beibehalten wird, da sonst eine Diskontinuität am Übergang von der fortschreitenden Rißbildung zum abgeschlossenen Rißbild entsteht, wie auch die Rißabstände in Tabelle 5.5 von /31/ bestätigen.

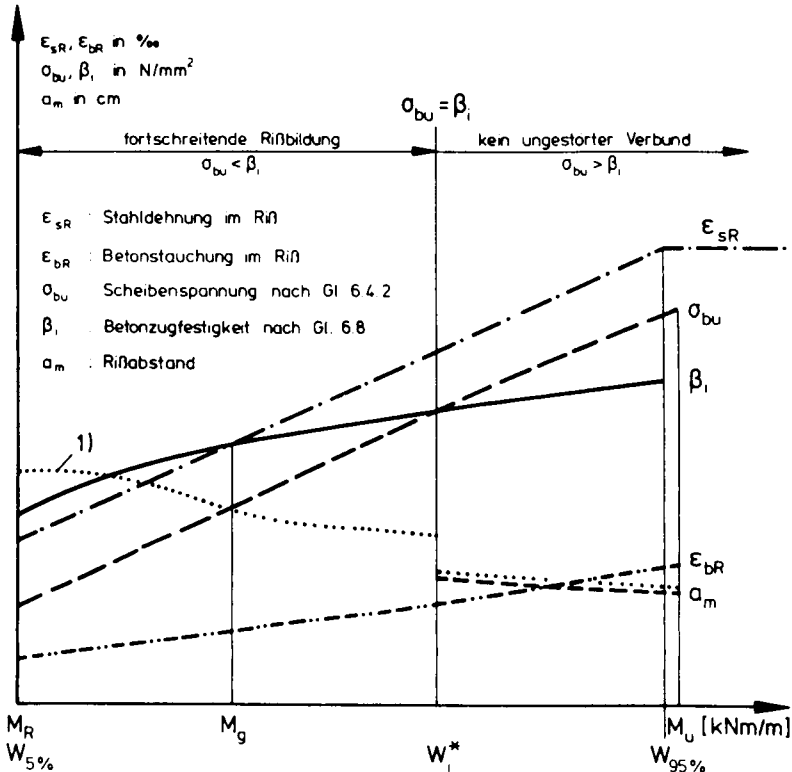


Bild 6.16: Veränderung der Größen, mit denen die Zwischenbereiche ungestörten Verbundes bestimmt werden

In Bild 6.16 sind die Veränderung der Dehnungen im Rißquerschnitt sowie die Zunahme der Scheibenspannung σ_{bu} und der Biegezugfestigkeit β_i qualitativ für einen nur auf Biegung beanspruchten rechteckigen Plattenquerschnitt in Abhängigkeit vom Moment dargestellt. Man erkennt, daß der Übergang fortschreitender Rißbildung zur Phase, bei der keine Bereiche ungestörten Verbundes mehr bestehen, deutlich vor

dem Erreichen der größten ausnutzbaren Biegezugspannung β_{95} stattfinden kann. Dies ist in der Regel zu erwarten, da der Verlauf der Biegezugfestigkeit β_i allein an die Stahlspannung gekoppelt ist, während die an der Scheibe ermittelte Betonzugspannung σ_{bu} von verschiedenen Einflüssen abhängt, z.B. der Scheibengeometrie und dem Anteil der Betondruckkraft. Als Folge entsteht bei w_i^* eine sprunghafte Veränderung des Rißverlaufs, weil für Werte $w_i \leq w_i^*$ nach Gl. (6.20) bis unmittelbar zum Ende des Bereiches fortschreitender Rißbildung noch eine Überlebenswahrscheinlichkeit $P_{\bar{u}}$ besteht, mit der größere Zwischenbereiche c ungestörten Verbundes errechnet werden. Am Übergang zu $w_i \geq w_i^*$ entfallen diese Zwischenbereiche c plötzlich, da hier $\sigma_{bu} > \beta_i$ ist. Als Folge entsteht eine sprunghafte Verringerung des Rißabstandes mit veränderlicher, von verschiedenen Einflüssen abhängiger Zuordnung zur Stahlspannung.

Um bei der Berechnung eine stetige Änderung des Rißabstandes zu erzielen, wie sie bei größeren Bauteillängen zu beobachten ist, wird die Überlebenswahrscheinlichkeit $P_{\bar{u}}$ in dieser Arbeit abweichend zu /31/ gemäß Bild 6.15 auf die von w_5 und w_i^* begrenzte strichlierte Fläche bezogen. Der Wert w_i^* muß dafür aus der Bedingung $\sigma_{bu} = \beta_i^*$ zunächst vorab bestimmt werden. Die Wahrscheinlichkeit zur Berechnung der Zwischenbereiche ergibt sich dann wie folgt:

$$w_i^* = \frac{\beta_i^* - \beta_{Bzm}}{\beta_{Bzm} \cdot v \cdot \sqrt{2}}$$

$$P_{\bar{u}}^* = \frac{(1 - \Phi(w_5)) - \Phi(w_i^*)}{\Phi(w_i^*) - \Phi(w_5)} \quad (6.20)$$

Dann beträgt der Rißabstand

$$a_m = \frac{2 \cdot x_1}{1 - P_{\bar{u}}^*} \quad (6.21)$$

Um Gl. (6.20) innerhalb eines Rechenprogramms auswerten zu können, wurden die Integralwerte für die Dichtefunktion nach Gl. (6.22) /1/ ermittelt:

$$\Phi(w) = 1 - 0,5 \cdot (1 + d_1 \cdot w + d_2 \cdot w^2 + d_3 \cdot w^3 + d_4 \cdot w^4 + d_5 \cdot w^5 + d_6 \cdot w^6)^{-16} + \epsilon_w$$

$$|\epsilon_w| < 1,5 \cdot 10^{-7}$$

$$\begin{array}{ll} d_1 = 0,0498673470 & d_4 = 0,0000380036 \\ d_2 = 0,0211410061 & d_5 = 0,0000488906 \\ d_3 = 0,0032776263 & d_6 = 0,0000053830 \end{array} \quad (6.22)$$

Die stochastischen Betrachtungen zur Bestimmung des Rißabstandes a_m ergeben für Biegezugspannungen, die nur geringfügig über dem 5 % Fraktilwert β_5 liegen, sehr

große Überlebenswahrscheinlichkeiten P_U^* Gl. (6.18), mit wiederum sehr großen für die Ermittlung mittlerer Steifigkeiten unbedeutenden Rißabständen. In dieser Arbeit wurde der mittlere Rißabstand daher auf $a_m = 3d$ begrenzt. Damit wird unter anderem auch berücksichtigt, daß Spannungen aus üblicherweise bei der Treppenberechnung vernachlässigten Beanspruchungen (Eigenspannungen, Schwinden, Temperatureinflüsse, herstellungsbedingte Einflüsse) bei beginnender Rißbildung gegenüber den noch vergleichsweise niedrigen äußeren Lasten eine größere Bedeutung aufweisen als unter hohen Lasten.

6.4.3.4 Rißabstand für unterschiedliche Bewehrungsgrade

In Bild 6.17 sind die mit den vorab erläuterten Ansätzen ermittelten Rißabstände a_m eines nur auf Biegung beanspruchten Querschnittes für Betongüten B15 bis B55 und eine Plattendicke $d = 16$ cm in Abhängigkeit des Bewehrungsgrades μ aufgetragen. Dabei wurde für den jeweiligen Bewehrungsgrad das größte zulässige Biegemoment M_G , das vorab unter Ansatz des Parabel-Rechteckdiagrammes und des Sicherheitsbeiwertes nach DIN 1045 ermittelt worden war, als Schnittgröße aus äußerer Last angesetzt. Neben den in dieser Arbeit verwendeten Rißabständen nach Gl. (6.17) sind auch der Mittelwert aus Gl. (6.16) und (6.17) sowie die Rißabstände nach Gl. (6.23) aus /86/, die als unterer Grenzwert angesehen werden können, aufgetragen.

$$a_m = a_0 + \frac{\beta_{BZm}}{\tau_{sm}} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{d_s}{\mu_s} ; \quad \mu_s = \frac{A_s}{A_{bef}} \quad (6.23)$$

a_0 : verbundfreie Länge zur Berücksichtigung des gestörten Verbundes am Riß, $a_0 \leq 4d_s$

$$\frac{\beta_{BZm}}{\tau_{sm}} = \begin{array}{ll} 0,5 & \text{Verbundbereich 1 gerippte Stähle} \\ 0,7 & \text{Verbundbereich 1 stark profilierte Stähle} \end{array}$$

Es zeigt sich, daß die wirklichkeitsnahe Ermittlung der Rißabstände insbesondere die Erfassung des Bereichs fortschreitender Rißbildung, bei dem noch Abschnitte ungestörten Verbundes bestehen, vor allem für niedrige Bewehrungsgrade bis etwa $\mu = 0,6\text{‰}$ deutlich größere Rißabstände ergibt, als sie nach den bekannten Ansätzen errechnet werden, die ein abgeschlossenes Rißbild unterstellen und von denen Gl. (6.23) /86/ hier beispielhaft angegeben wurde. Für die Steifigkeiten ist als Folge dieser vergrößerten Rißabstände ein weniger steiler Abfall am Übergang zum gerissenen Bereich zu erwarten.

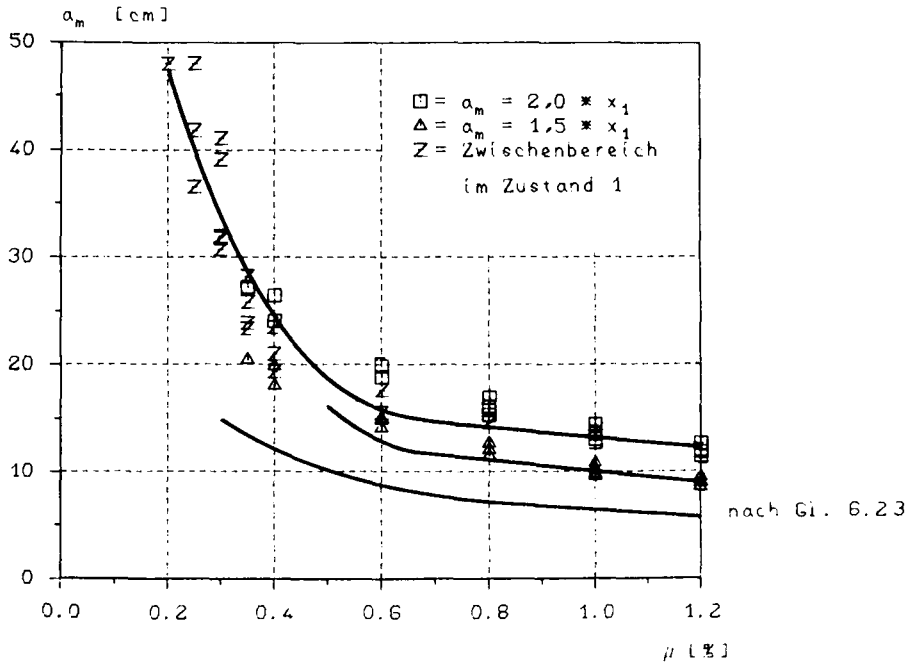


Bild 6.17: Vergleich der rechnerisch bestimmten mittleren Rißabstände

6.4.4 Bestimmung der mittleren Dehnungen und der Dehnsteifigkeit im gerissenen Bereich

Die Kenntnis des mittleren Rißabstandes a_m erlaubt die Bestimmung der mittleren Dehnungen unter Berücksichtigung der Ableitungen und Annahmen in den vorausgegangenen Abschnitten. Mit den Bezeichnungen entsprechend der Bilder 6.13 und 6.14 wurden dazu nachfolgend die als Gl. (6.24) bis (6.29) zusammengestellten Beziehungen aus [31/ verwendet:

mittlere Stahldehnung in der Einleitungsstrecke

$$\epsilon_{s2m}^* = \frac{1}{E_s} \left[\frac{1}{1 + \frac{k_{y1}}{2d_s} \cdot a_m^2} \left[\left(1 + \frac{k_{y1}}{6 \cdot d_s} \cdot a_m^2 \right) \cdot \sigma_{sR} - a_m \frac{r_{y0}}{d_s} \cdot \left[1 - \frac{k_{y1}}{6 \cdot d_s} \cdot a_m^2 \right] - \frac{k_{y0}}{3 \cdot d_s} a_m^2 \right] \right] \quad (6.24)$$

Daraus ergibt sich mit der Stahldehnung ϵ_{s20} nach Zustand 1 für die Zwischenbereiche:

$$\epsilon_{s2m} = (\epsilon_{s2m}^* \cdot x_1 + \epsilon_{s20} \cdot c_1) \cdot \frac{2}{a_m} \quad (6.25)$$

mittlere Betondehnung in der Einleitungsstrecke

$$\epsilon_{b1m}^* = r_m^{(D)} \cdot \epsilon_{bR}^D + c_m^{(T)} \cdot T \cdot \epsilon_{bu,E} \quad (6.26)$$

$r_m^{(D)}$ nach Tafel 6.2

$c_m^{(T)}$ nach Tafel 6.3

Mit der Betondehnung ϵ_{b10} nach Zustand 1 für die Zwischenbereiche erhält man:

$$\epsilon_{b1m} = (\epsilon_{b1m}^* \cdot x_1 + \epsilon_{b10} \cdot c_1) \cdot \frac{2}{a_m} \quad (6.27)$$

Damit kann die mittlere Dehnsteifigkeit $K_D^{(2)}$ für den gerissenen Abschnitt aus den mittleren Dehnungen wie folgt errechnet werden:

$$K_D^{(2)} = f_E^{(2)} \cdot E_{b0} \cdot x_{Bm}^{(2)} + E_s \cdot a_s \quad (6.28)$$

Darin ist $x_{Bm}^{(2)}$ die mittlere Höhe des ungerissenen verbliebenen Querschnittsteiles, die unter Annahme einer aufnehmbaren Betonzugdehnung von $\epsilon_{bZ} = 0,1 \text{ ‰}$ nach Gl. (6.29) ermittelt wurde.

$$x_{Bm}^{(2)} = \frac{-\epsilon_{b1m} + 0,1}{\epsilon_{s2m} - \epsilon_{b1m}} (d - d_1) \quad (6.29)$$

Der E-Modul wird wiederum gemäß Bild 6.5 aus dem zu der Kurve flächengleichen Rechteck bestimmt, die sich bei Ableitung der im Ursprung an DIN 1045 angepaßten SDL ergibt. Als maßgebende Dehnung für die Ermittlung des Faktors $f_E^{(2)}$, der den mittleren E-Modul über der wirksamen Betonfläche beschreibt, wird die Betonstauchung im Riß ϵ_{b1R} (siehe Bild 6.18) zugrundegelegt. Die errechneten $f_E^{(2)}$ -Werte für ausschließlich biegebeanspruchte Plattenquerschnitte sind in Bild 6.18 aufgetragen. Es zeigt auch die Abweichung, die gegenüber einer Bestimmung von $f_E^{(2)}$ entsteht, bei der die geringere mittlere Betonstauchung ϵ_{b1m} angesetzt wird. Mit der hier berücksichtigten Stauchung im Riß ergibt sich danach ein um etwa 5 ‰ bis 10 ‰ geringerer E-Modul. Da gerade der E-Modul erheblichen Schwankungen unterliegt, erscheint ein vorsichtiger Ansatz des E-Moduls gerechtfertigt, insbesondere im Hinblick auf die Schräge der Treppenläufe, die beim Betonieren in ortsfester Schalung das Verdichten erschwert. Die so erzielte Abminderung entspricht etwa den an den Versuchskörpern beobachteten Verhältnissen /37/.

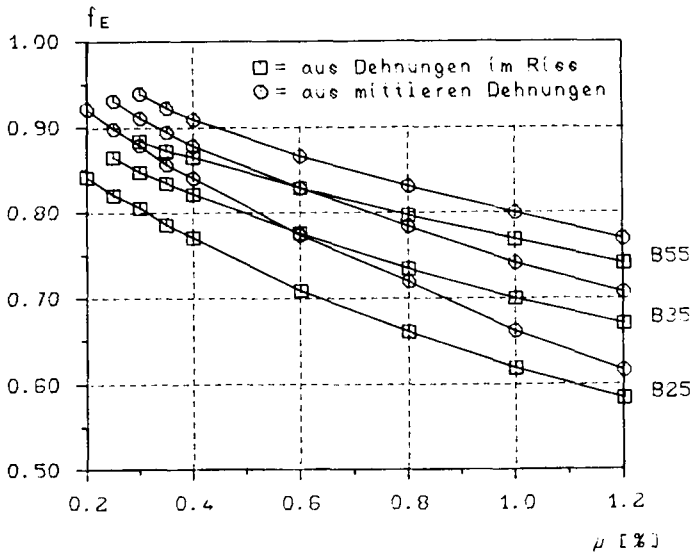


Bild 6.18: $f_E^{(2)}$ - Werte zur dehnungsabhängigen Bestimmung des E-Moduls im gerissenen Bereich

6.5 Dehnsteifigkeit der Treppenläufe

6.5.1 Berechnung der Dehnsteifigkeit

Die vorab erläuterten Rechenansätze und Materialgesetze wurden in einem Rechenprogramm zusammengefaßt, mit dem die Dehnsteifigkeiten für die gesamte Bauteillänge bestimmt wurden und mit dem auch der Einfluß aller wesentlichen Parameter untersucht werden konnte. Einen Programmablaufplan und ein Beispiel für die tabellarische Ausgabe der Ergebnisse enthält Anlage C 1. Die als Eingabewerte benötigten Dehnungszustände für die Erstrißschnittgrößen und die maximalen Schnittgrößen unter Gebrauchslast wurden in einer Querschnittsanalyse mit dem Programm PBMQ /62/ vorab ermittelt. Aus dem Ergebnisdatensatz dieser Vorberechnung konnten auch die erforderlichen Angaben zur Geometrie und zu den Werkstoffen als Eingabewerte unmittelbar eingelesen werden.

6.5.2 Darstellung der Dehnsteifigkeit

Die Dehnsteifigkeit der Treppenläufe wird in die Berechnung von Treppen nach dem Ersatzsystem des Bildes 5.12 als Federsteifigkeit für die entlang der Knicklinien anzu-

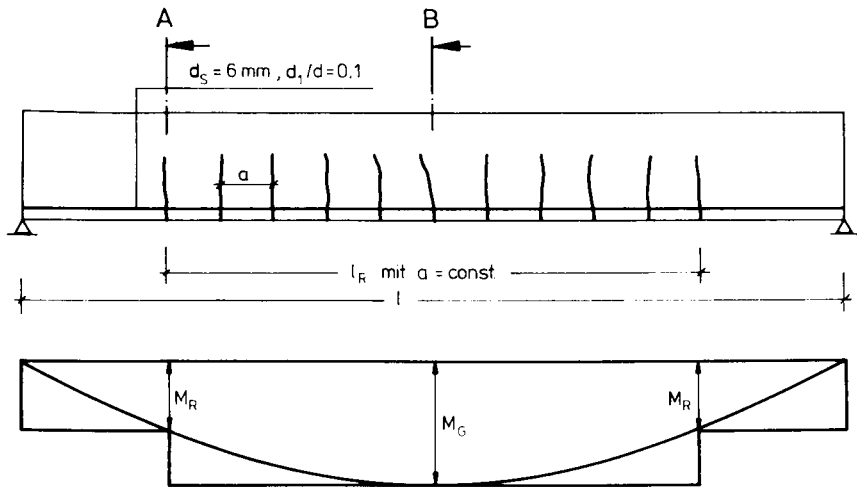
ordnenden Dehnfedern eingeführt, um die Stützung des Podestrandes zutreffend nachzubilden. Da die Schnittgrößenverteilung und somit auch die Bewehrung der Treppenläufe vorab sehr einfach abgeschätzt werden kann, wird der Zugbewehrungsgrad μ der Treppenläufe als Eingangsparameter zur Bestimmung der Dehnsteifigkeit festgelegt. Dabei wird dem jeweiligen Bewehrungsgrad gerade die größte nach DIN 1045 zulässige Schnittgrößenkombination zugeordnet. In aller Regel kann die Dehnsteifigkeit damit bereits vor der statisch unbestimmten Berechnung so zutreffend angegeben werden, daß Korrekturen des Ausgangswertes nach einer genaueren Schnittgrößenbestimmung vermieden werden. Nachdem Vorberechnungen zu den Abschnitten 6.2.2 und 6.2.3 ergeben hatten, daß Verhältnisse $N/M < 2,0$ bei Treppen nicht zu erwarten sind, die Normalkraftbeanspruchung also vergleichsweise gering bleibt, wurden die Dehnsteifigkeiten zunächst für ausschließlich biegebeanspruchte Stäbe bestimmt. Die Normalkraft muß somit wie auch andere zu berücksichtigende Einflüsse über die im folgenden Abschnitt zu ermittelten Einflußfaktoren gesondert erfaßt werden.

In den Bildern 6.20 bis 6.23 sind die für einen Bauteilabschnitt mit 1 m Länge und 1 m Breite errechneten Dehnsteifigkeiten bezogen auf den zu $C_0 = E_{b0} A_b$ ermittelten Wert des reinen Betonquerschnittes dargestellt. Eine zusammenfassende Übersicht der in dieser Arbeit unterstellten Randbedingungen vermittelt Bild 6.19.

Für die Erfassung der Dehnsteifigkeiten innerhalb programmgesteuerter Berechnungen wurde der Verlauf der errechneten Werte jeweils ab dem Bewehrungsgrad, der den Beginn der Rißbildung kennzeichnet, durch Kurven angenähert, die mit einer einfachen Funktion zu beschreiben sind. Gewählt wurden Hyperbelfunktionen des Typs

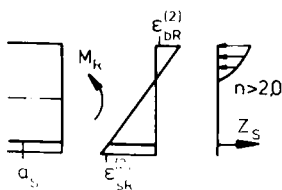
$$y = 1/(a + b x) + dy.$$

Die zugehörigen Koeffizienten wurden in einer Regressionsanalyse bestimmt /2/. Sie sind mit Angabe des Geltungsbereichs der Kurven in Anlage C 2 zusammengestellt.



Schnitt A

ungerissener Bereich



Schnitt B

gerissener Bereich ($M > M_R$)

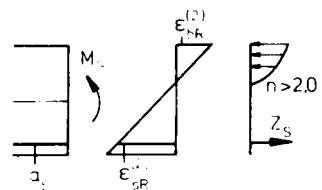


Bild 6.19: Übersicht zu den wichtigsten für die Dehnsteifigkeitsermittlung berücksichtigten Randbedingungen

In Anlage C 3 sind die Dehnsteifigkeitsverläufe ohne Angabe der Rechenwerte zur besseren Übersichtlichkeit nochmals aufgetragen. Die Dehnsteifigkeit K_D einer biegebeanspruchten einachsigen Rechteckplatte mit der Länge l folgt daraus zu:

$$K_D = \frac{C}{C_0} \cdot E_{b0} \cdot A_b \cdot \frac{1}{l} \quad (6.30)$$

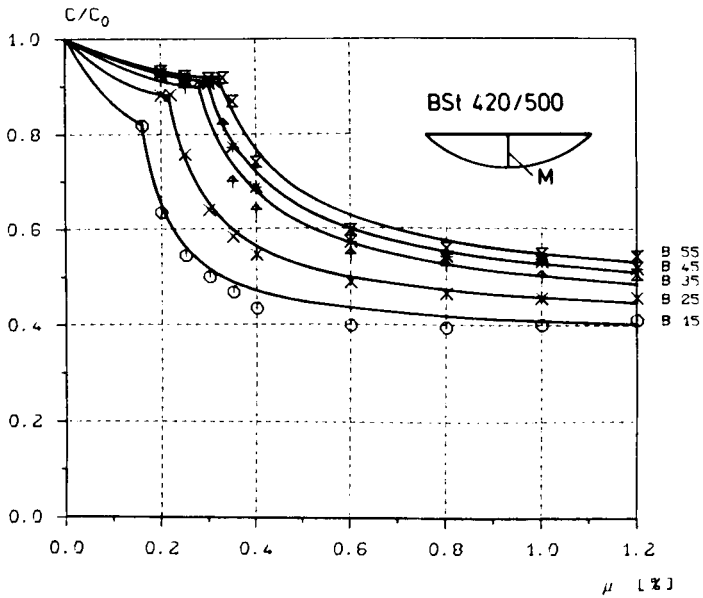


Bild 6.20: Bezogene Dehnsteifigkeiten für 2-seitig gelenkige Lagerung, BSt 420/500

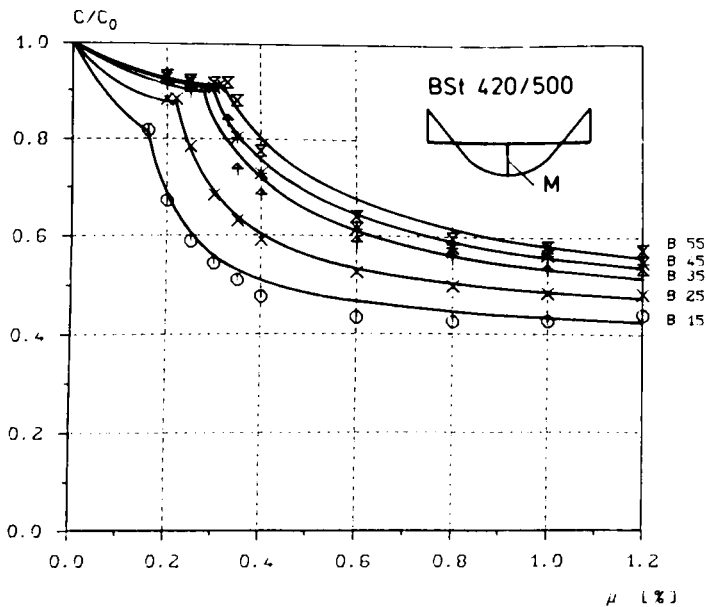


Bild 6.21: Bezogene Dehnsteifigkeiten für 2-seitig eingespannte Lagerung, BSt 420/500

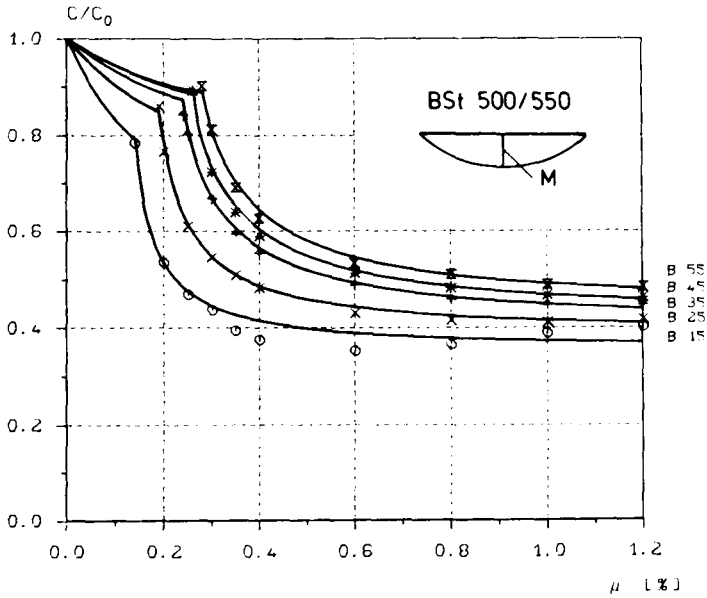


Bild 6.22: Bezogene Dehnsteifigkeiten für 2-seitig gelenkige Lagerung, BS 500/550

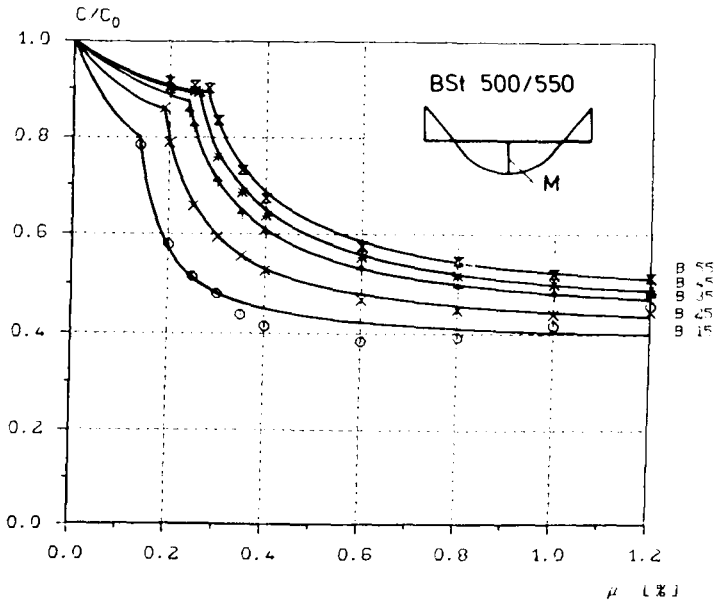


Bild 6.23: Bezogene Dehnsteifigkeiten für 2-seitig eingespannte Lagerung, BS 500/550

7 Einfluß verschiedener Parameter

7.1 Übersicht

Die Steifigkeiten von Stahlbetonbauteilen werden durch multifaktoriale Zusammenhänge bestimmt, die nur mit umfassender Kenntnis der Einflüsse aus den verschiedenen Parametern wirklichkeitsnah erfaßt werden können. Diese Parameter beschreiben Variationen der Geometrie, der Baustoffgüten, der Last und nicht zuletzt des zeitabhängigen Verhaltens. Folgende Einflußgrößen sind mit der in den Bildern 6.20 - 6.23 gewählten Darstellung bereits berücksichtigt:

- Bewehrungsgrad der Zugbewehrung
- Stahlgüte
- Betongüte
- Verlauf der Biegemomente

Nachfolgend sei zunächst auf die Parameter ergänzend hingewiesen, deren Variation im Rahmen dieser Arbeit entbehrlich erschien, weil sie die Steifigkeiten der hier betrachteten Treppenläufe nur wenig beeinflussen oder weil ihre Auswirkung mit den bereits vorliegenden Ergebnissen einfach abgeschätzt werden kann:

- Oberflächenbeschaffenheit der Bewehrung
Für heute gebräuchliche Stähle sind hinsichtlich der Oberflächenbeschaffenheit nur geringe Abweichungen zu erwarten.
- Verbundeigenschaften der Bewehrung
Die zum Verbundverhalten getroffenen Annahmen wurden in Abschnitt 3.4 ausführlich begründet. Sie lassen eine zutreffende Erfassung der Verbundwirkung erwarten.
- Querschnittsform
Die Untersuchungen dieser Arbeit werden auf die in der Baupraxis bei Treppen überwiegende Rechteckform beschränkt.
- Spannungsdehnungslinie des Betons
Die geringe Beanspruchung der Betondruckzone macht eine Untersuchung verschiedener SDL entbehrlich. Eine Abschätzung des Einflusses ist näherungsweise über einen Vergleich mit anderen Betongüten (siehe Abschnitt 3.1.2) möglich.

- Betonzugfestigkeit

Der Ansatz der Biegezugfestigkeit β_{BZ} beeinflusst die ermittelten Dehnsteifigkeiten über die Größe des nach Gl. (6.5) festzulegenden Rißmomentes M_R , das die Länge der als ungerissen anzunehmenden Bauteilabschnitte (Bild 6.4) bestimmt. Zur Beschreibung der Rißentwicklung interessiert darüberhinaus die Verteilung der Betonzugfestigkeit. Die in dieser Arbeit verwendeten Werte sowie die mögliche Variationsbreite wurden daher in Abschnitt 3.1.3 eingehend begründet. Damit können auch Änderungen der absoluten Betonzugfestigkeitsgröße gegenüber den Werten nach Tabelle 3.2 wiederum aus einem Vergleich mit den Ergebnissen anderer Betongüten näherungsweise abgeschätzt werden. Den Einfluß eines geänderten Variationskoeffizienten der Betonzugfestigkeitsverteilung auf die Rißentwicklung veranschaulicht Bild 7.1.

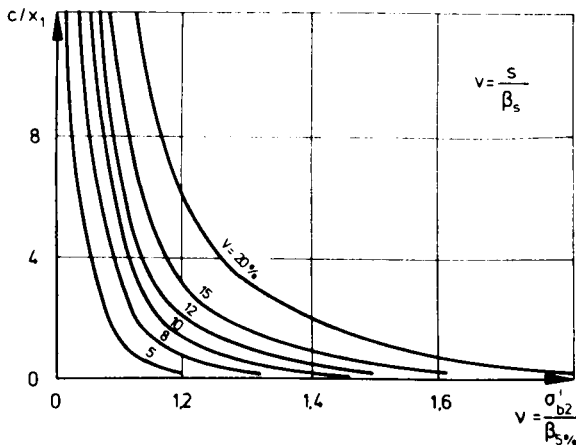


Bild 7.1: Einfluß des Variationskoeffizienten der Betonzugfestigkeit auf die Rißentwicklung nach /95/

Die Wahl der bisher genannten Parameter erfolgte aufgrund begründeter Annahmen oder wurde zur sicheren Seite hin abgeschätzt und in die Dehnsteifigkeitsermittlung eingeführt. Die Notwendigkeit einer Veränderung oder Anpassung der gewählten Ansätze wird daher einzelnen Sonderfällen vorbehalten bleiben. Ausführlichere Untersuchungen erschienen dagegen für solche Parameter unabdingbar, die im Rahmen der Berechnung und Bemessung gezielt verändert werden oder bei denen die Erfassung und Anpassung im Einzelfall wirklichkeitsnähere Ergebnisse erwarten läßt. Nachfolgend werden die wichtigsten Einflüsse dieser veränderlichen Faktoren aufgezeigt, um

ihre Auswirkung abschätzen zu können und die Berücksichtigung abweichender Randbedingungen zu ermöglichen.

Für alle Untersuchungen dieses Abschnittes wurde ebenso wie für die Ableitung der Dehnsteifigkeiten in den Bildern 6.20 - 6.23 eine Querschnittsdicke von $d = 16$ cm unterstellt. Bild 7.2 zeigt, daß die Abweichungen von den für $d = 16$ cm errechneten bezogenen Dehnsteifigkeiten für hier interessierende Plattendicken zwischen $d = 12$ cm und $d = 20$ cm gering sind und 3% nicht überschreiten. Die in Abschnitt 6.5 mitgeteilten bezogenen Größen C/C_0 können daher für alle bei Treppen zu erwartenden Plattendicken angenommen werden.

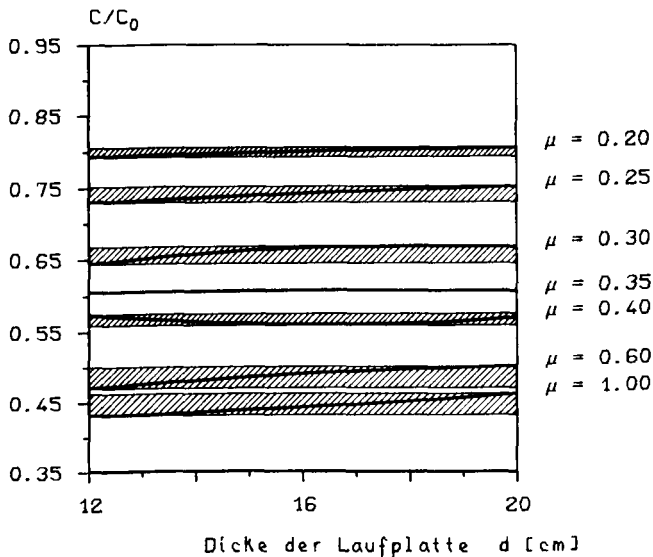


Bild 7.2: Einfluß der Plattendicke d auf die bezogene Dehnsteifigkeit

7.2 Einfluß der Normalkraft, N/M Kombinationen

Das in Abschnitt 6.4 erläuterte Verfahren erlaubt die Berechnung der Dehnsteifigkeit eines mit Biegung und Längskraft beanspruchten Bauteiles, dessen Querschnitte Dehnungsgradienten mit wechselnden Vorzeichen aufweisen. Dies ist bei den für Treppen zu berücksichtigenden N/M Verhältnissen, die mit den geltenden Lastannahmen und üblichen Abmessungsverhältnissen zuverlässig abgeschätzt werden konnten, stets der Fall. Gegenüber der Dehnsteifigkeit ausschließlich biegebeanspruchter Bauteile ergeben sich durch Hinzufügen einer Normalkraft neben geänder-

ten Rißmomenten vor allem auch Dehnungsänderungen im Rißquerschnitt. Im Rahmen dieser Arbeit wurden Vergleichsberechnungen mit N/M -Verhältnissen von -3,0 bis +4,0 durchgeführt. Dabei wurden die betrachteten N/M -Verhältnisse derart festgelegt, daß einer vorgegebenen Normalkraft N das für den jeweiligen Bewehrungsgrad mögliche größte Biegemoment M_G unter Gebrauchslast zugeordnet wurde. Die einem Bewehrungsgrad μ zugehörigen Biegemomente sind demzufolge im Vergleich zu einem nur biegebeanspruchten Querschnitt größer für $N < 0$ (Druck) und kleiner für $N > 0$ (Zug). Bei allen untersuchten N/M -Kombinationen, mit denen die bei Treppen möglichen Verhältnisse erfaßt wurden, änderte sich die Dehnung ϵ_s der hier die Traglast bestimmenden Bewehrung nicht. Auch die Verbundbeanspruchung der Scheibe zwischen den Rissen blieb somit konstant.

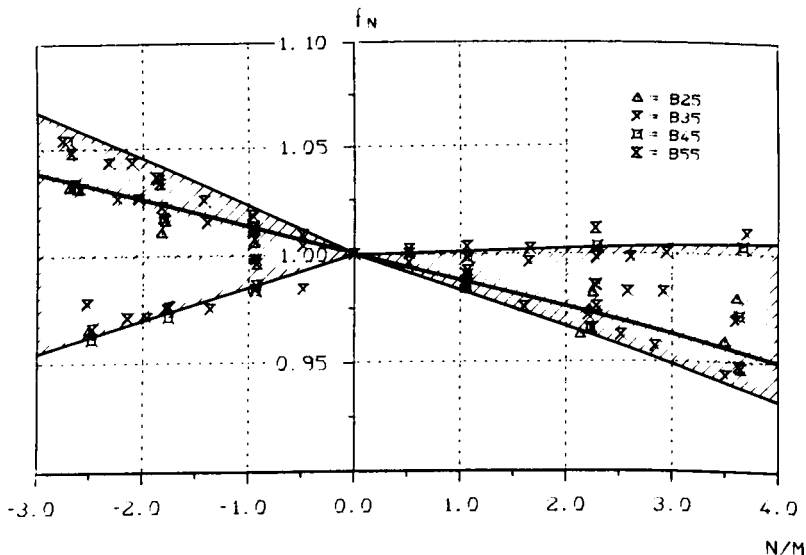


Bild 7.3: Einflußfaktor f_N zur Berücksichtigung einer Normalkraft für Bewehrungsgrade bis $\mu = 1,20 ‰$

Die für Biegung mit Längskraft errechneten Dehnsteifigkeiten wurden danach jeweils bezogen auf die im Abschnitt 6.5 für $N = 0$ bestimmten Dehnsteifigkeiten in Bild 7.3 aufgetragen. Es zeigt sich, daß Druckkräfte die Dehnsteifigkeit in der Regel erhöhen, während Zugkräfte eine Abminderung bewirken. Dies ist vor allem auf die normalkraftbedingte Änderung der Abschnittslänge zurückzuführen, die bei dem betrachteten Bauteil als ungerissen anzunehmen ist. Ein gegenläufiger, allerdings geringerer

Einfluß entsteht aus der Veränderung des E-Moduls für den Beton. Eine gleichzeitig zur Biegebeanspruchung wirkende Längsdruckkraft verringert den E-Modul, während eine Zugkraft kleinere Stauchungen in der Druckzone und somit einen größeren E-Modul ergibt. Der in Bild 7.3 erkennbare Streubereich ergibt sich aus diesen gegenläufigen Einflüssen. Er ist vergleichsweise gering. Die Zusammenfassung der Werte für alle Betongüten und Bewehrungsgrade erscheint daher vertretbar.

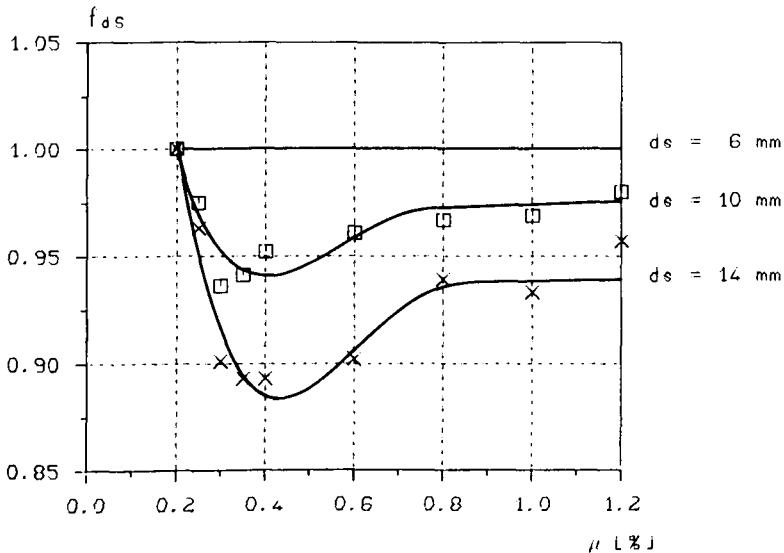


Bild 7.4: Einfluß des Stabdurchmessers d_s auf die Dehnsteifigkeit eines Bauteils mit der Betongüte B35

7.3 Einfluß des Stabdurchmessers der Zugbewehrung

Der Durchmesser d_s der Betonstähle verändert die Steifigkeiten nur in den gerissenen Bauteilabschnitten. Bei ungerissenen Bauteilen bleibt die Wahl des Durchmessers wegen der Annahme idealen Verbundes dagegen ohne Auswirkungen. Der Einfluß des Stabdurchmessers folgt aus der Veränderung der auf die Querschnittsfläche bezogenen Staboberfläche ("spezifische Oberfläche"), die bei Stäben mit kleinem Durchmesser d_s größer wird. Diese Vergrößerung der Oberfläche erhöht die Verbundwirkung, d.h. die Zugkraft kann auf kürzerer Einleitungslänge x_1 vom Stahl auf

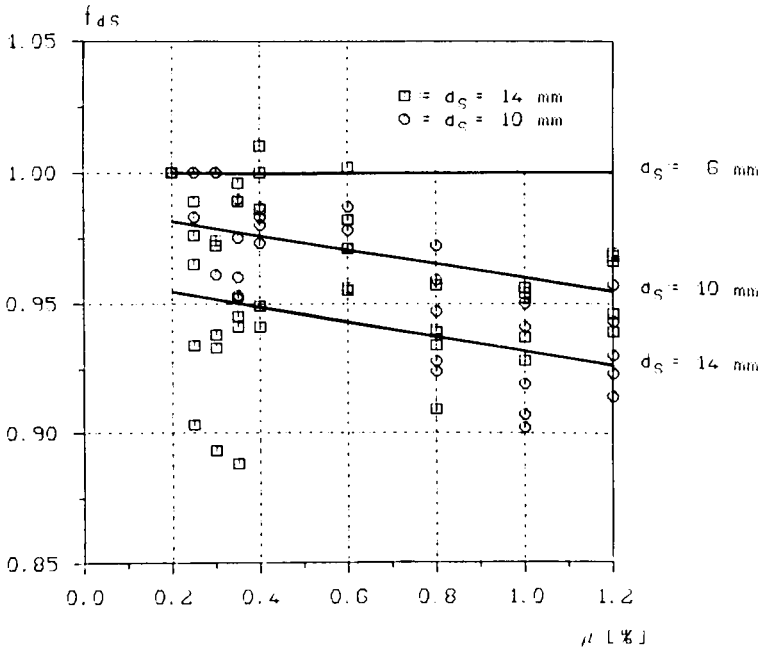


Bild 7.5: Einflußfaktor f_{ds} zur Berücksichtigung unterschiedlicher Stabdurchmesser d_s

den Beton übertragen werden. Die hier gemäß Bild 3.17 angenommene Verbundspannungsverteilung entlang der Einleitungslänge x_1 weist damit bei dünneren Stäben eine größere Haftspannung und einen steileren Anstieg auf. Die nach Gl. (3.24) zu bestimmenden k_V -Werte werden dementsprechend mit steigendem Durchmesser d_s kleiner und führen damit zu vergrößerten Einleitungslängen x_1 . Da die Einleitungslänge x_1 durch verschieblichen Verbund gekennzeichnet ist und so eine geringere Steifigkeit besitzt als die Bereiche mit ungestörtem Verbund, ergeben größere Stabdurchmesser insbesondere im Bereich fortschreitender Rißbildung größere Steifigkeitsabminderungen, weil das Verhältnis der Stababschnitte mit verschieblichem Verbund zu denen mit unverschieblichem Verbund bei fortschreitender Rißbildung größer wird. Dagegen besteht bei abgeschlossener Rißbildung nur noch verschieblicher Verbund. Der Einfluß des Stabdurchmessers wird dann wieder geringer. Dieser Zusammenhang ist in Bild 7.4 am Beispiel eines Bauteils mit der Betongüte B35 dargestellt. Es ist deutlich zu erkennen, daß der Steifigkeitsabfall infolge Vergrößerung des Stabdurchmessers d_s mit zunehmendem Bewehrungsgrad wieder geringer ausfällt.

Da der Bereich fortschreitender Rißbildung für die einzelnen Betongüten von unterschiedlichen Bewehrungsgraden begrenzt wird (siehe Bild 6.16), entstehen Kurvenüberschneidungen, wenn die auf $d_s = 6$ mm bezogene Dehnsteifigkeit für jede Betongüte einzeln angegeben wird. Eine übersichtliche Darstellung dieser Kurven wäre in einem gemeinsamen Diagramm kaum möglich. In Bild 7.5 wurden daher alle Betongüten zur Berechnung einer Ausgleichsgeraden für den jeweiligen Stabdurchmesser d_s zusammengefaßt. Auch der aus dem so entstandenen Diagramm zu entnehmende Abminderungsfaktor f_{ds} ist für die Berücksichtigung größerer Stabdurchmesser im Hinblick auf die getroffenen Vereinfachungen als ausreichend genau anzusehen.

7.4 Einfluß der Bewehrungslage

Die Bewehrungslage wird durch das Verhältnis d_1/d beschrieben, das aus dem Schwerpunktabstand d_1 der Bewehrung vom gezogenen Rand und der Querschnittsdicke d bestimmt wird. In Bild 7.6 sind die für Verhältnisse $d_1/d = 0,15$ und $0,20$ errechneten Dehnsteifigkeiten bezogen auf die Werte für $d_1/d = 0,1$ aufgetragen. Es zeigt sich, daß eine Vergrößerung des Randabstandes d_1 der Bewehrung nur bei niedrigen Bewehrungsgraden zwischen $\mu = 0,2 \text{ ‰}$ und $\mu = 0,4 \text{ ‰}$ deutliche Veränderungen der Dehnsteifigkeit hervorruft. Dies ist auf die Abnahme des Hebelarms der inneren Kräfte bei steigendem d_1 zurückzuführen. Damit verringert sich auch das zum jeweiligen Bewehrungsgrad gehörige aufnehmbare Gebrauchslastmoment M_G . Lediglich wenn dieses Gebrauchslastmoment gerade soviel kleiner wird, daß es unter das Erstrißmoment M_R absinkt, wenn also das gesamte Bauteil infolge dieser Abminderung als ungerissen unterstellt werden kann, ergibt sich ein deutlicher Anstieg der rechnerischen Dehnsteifigkeit, der allerdings unmittelbar auf den Erstrißbereich beschränkt bleibt.

Auch die bei höheren Bewehrungsgraden etwa ab $\mu = 0,6 \text{ ‰}$ festzustellende Abnahme der Dehnsteifigkeit ist bedingt durch die Änderung des Hebelarms der inneren Kräfte. Seine Verkleinerung bewirkt eine höhere Ausnutzung der Betondruckzone mit größeren Betonstauchungen. Daraus folgt ein kleinerer E-Modul und somit eine geringere Dehnsteifigkeit.

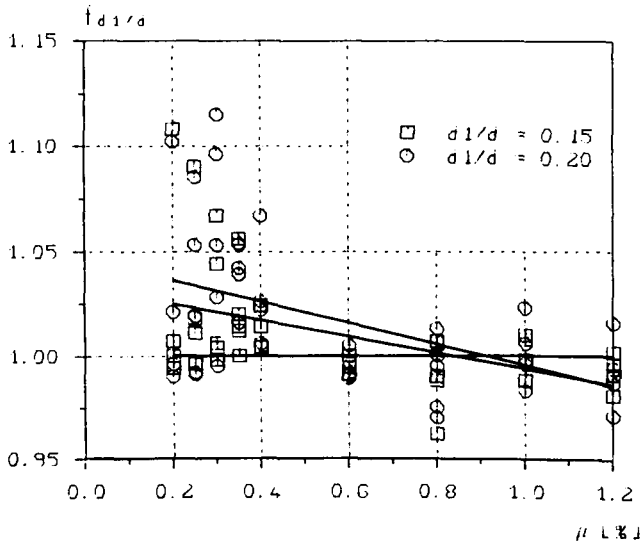


Bild 7.6: Einflußfaktor f_{d1}/d zur Berücksichtigung der Bewehrungslage

7.5 Einfluß einer Druckbewehrung, die bei der Bemessung nicht berücksichtigt wurde

Die planmäßige Anordnung einer Druckbewehrung a_{s1} ist unter üblichen Lasten wegen der damit bei Treppenläufen vorherrschenden geringen Ausnutzung der Betondruckzone nur in seltenen Ausnahmen erforderlich. Dagegen ist Druckbewehrung jedoch häufig als Folge konstruktiver Randbedingungen vorhanden. Dies gilt zum Beispiel für die Bereiche an den Knicklinien, bei monolithischer Verbindung von Lauf und Podest. Die bis in die Podestplatten weitergeführte Feldbewehrung aus den Laufmitten ist hier als Druckbewehrung anzusehen weil die Biegezugbewehrung wegen der Einspannung an der Plattenoberseite liegt.

Diese Druckbewehrung a_{s1} wird in der Regel bei der Bemessung vernachlässigt. Zur Ermittlung der Dehnsteifigkeit ist ihre Erfassung jedoch insofern von Interesse, als sie die Betonstauchungen in der Betondruckzone verringert und damit den wirksamen E-Modul erhöht. Die solcherart entstehende Erhöhung der Dehnsteifigkeit wird wesentlich von der Betongüte und dem Zugbewehrungsgrad, der die Beanspruchungshöhe charakterisiert, bestimmt. Während der Einfluß einer Druckbewehrung bei höheren Betongüten sinkt, steigt er mit wachsendem Bewehrungsgrad. In Bild 7.7 ist diese Veränderung der Dehnsteifigkeit K_D aufgetragen. Da der Einfluß der Betongüte gering-

ger ist als der des Bewehrungsgrades, wurden die Kurven jeweils als Mittelwert aller Betongüten angegeben. Dabei wurde für die Lage der Druckbewehrung a_{s1} auf der sicheren Seite liegend der größte hier betrachtete Randabstand im Verhältnis zur Querschnittsdicke von $d_1/d = 0,2$ unterstellt. Die errechneten Werte konnten auf die Dehnsteifigkeiten ohne Druckbewehrung nach Abschnitt 6.5 bezogen werden, da die so verglichenen Dehnsteifigkeiten wegen Vernachlässigung der Druckbewehrung bei der Bemessung für gleiches Beanspruchungsniveau ermittelt wurden.

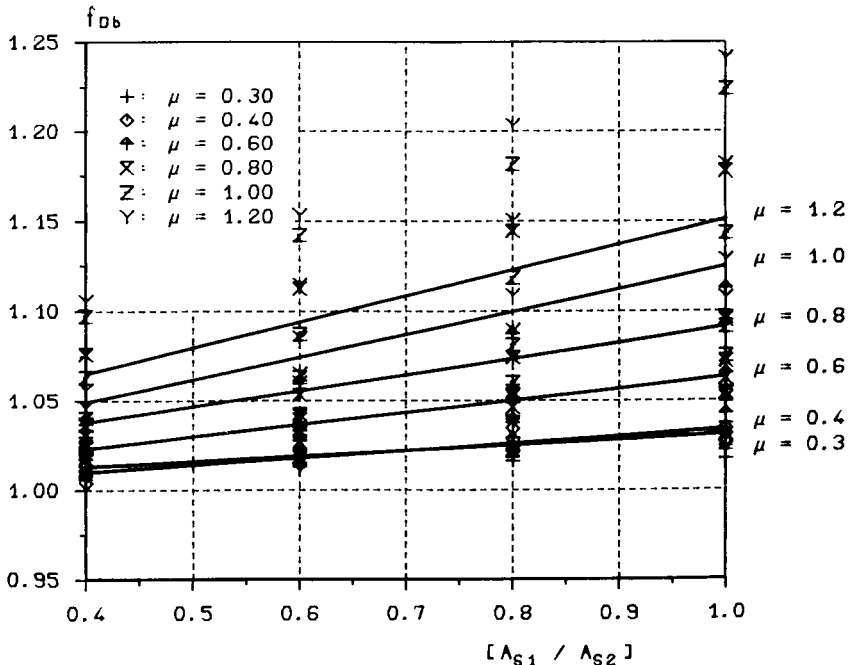


Bild 7.7: Einflußfaktor f_{db} zur Berücksichtigung einer bei der Bemessung nicht berücksichtigten Druckbewehrung

7.6 Zeitabhängige Einflüsse aus Kriechen und Schwinden

Nach Abschnitt 3.2.3 verändert sich die Schnittgrößenverteilung der statisch unbestimmten Treppen nur, wenn die Podeste und Läufe bei unterschiedlichen Herstellungszeitpunkten oder geänderter Rezeptur und Güte des Betons abweichende Kriechverläufe aufweisen. Dies erscheint in Einzelfällen, z.B. für Bauweisen nach Bild 9.5b oder Bild 9.7, möglich. Auch wenn auf die Läufe - etwa durch aufgelegte Stufenkeile - eine höhere Dauerlast einwirkt als auf die Podeste, beeinflusst Kriechen

die Schnittgrößenverteilung von Treppen. Im Rahmen der Dehnsteifigkeitsermittlung nach Abschnitt 6.5 werden die Kriechauswirkungen mit Gl. (3.13) bei der Berechnung der Dehnungszustände über eine Abminderung des E-Moduls berücksichtigt. Wegen des auf Sonderfälle beschränkten Einflusses und der Vielzahl möglicher Randbedingungen wird diese Näherung hier als ausreichend angesehen.

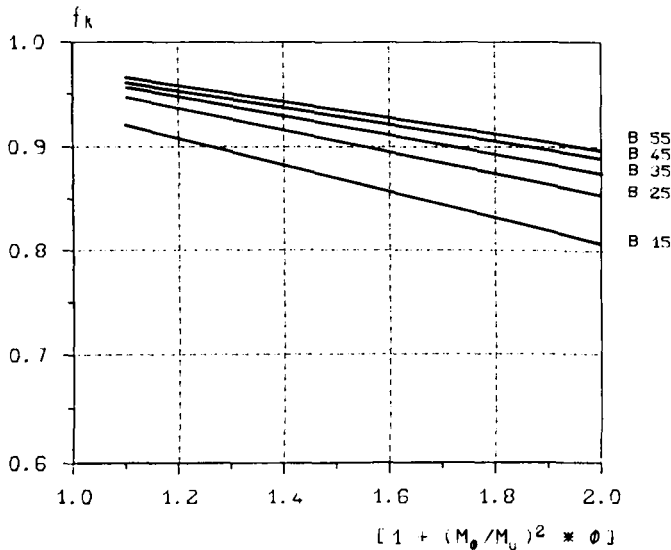


Bild 7.8: Einflußfaktor f_k zur Berücksichtigung des Kriechens für Bewehrungsgrade $\mu = 0,2 ‰$ bis $\mu = 1,20 ‰$

Die Abschätzung des Kriecheinflusses kann nach Bild 7.8 erfolgen. Darin sind die mit der nach Gl. (3.13) gestreckten SDL ($\epsilon_{bS} > 2,0 ‰$) berechneten Dehnsteifigkeiten für alle Betongüten, bezogen auf die mit $\epsilon_{bS} = 2,0 ‰$ errechneten Dehnsteifigkeiten, als Ausgleichsgeraden dargestellt. Zur Ermittlung dieser Ausgleichsgeraden wurden für jede Betongüte Bewehrungsgrade von $\mu = 0,2 ‰$ bis $\mu = 1,20 ‰$ berücksichtigt. Die dabei zu einer Betongüte gehörige Variationsbreite, die aus den unterschiedlichen Beanspruchungen der Bewehrungsgrade folgt, wird darüberhinaus in Bild 7.9 für die Betongüte B35 beispielhaft verdeutlicht.

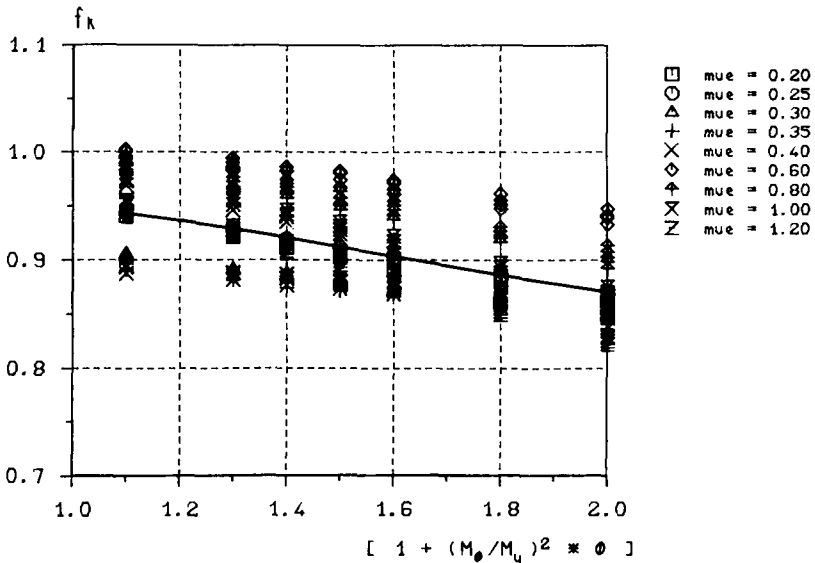


Bild 7.9: Streuung des Einflußfaktors f_k für verschiedene Bewehrungsgrade bei Beton B35

Auch der Schwindeinfluß wird zur Dehnsteifigkeitsbestimmung bereits bei der Dehnungsermittlung für das Erstrißmoment M_R und das größte Gebrauchslastmoment M_G als gleichmäßige Schwindehnung gemäß Bild 3.9 berücksichtigt. Dadurch vergrößert sich im Rißquerschnitt vor allem die Betonstauchung ϵ_D während die Stahldehnung ϵ_s nur geringfügig verändert wird. Der Einfluß auf die Dehnsteifigkeit ist in Bild 7.10 für zwei Schwindehnungen und die Betongüten B15, B35 und B55 aufgetragen. Dabei wurden jeweils nur die Bewehrungsgrade untersucht, bei denen das zugehörige Gebrauchslastmoment größer als das Erstrißmoment ist. So konnte unterstellt werden, daß bereits aus der Lastwirkung Risse vorhanden sind, deren Anzahl durch das Schwinden nicht verändert wird. Bei ungerissenen Bauteilen könnte der Schwindeinfluß dagegen zum Entstehen neuer Risse führen. Solcherart bedingte Steifigkeitsabminderungen können jedoch mit dem hier abgeleiteten Verfahren nicht erfaßt werden.

Bild 7.10 zeigt, daß sich für Beton B15 und bei niedrigen Bewehrungsgraden auch für die anderen Betongüten etwa bis $\mu = 0,4 \text{ ‰}$ größere Steifigkeitsabnahmen einstellen. Diese sind auf die Abnahme des wirksamen Elastizitätsmoduls zurückzuführen und ergeben bei niedrigen Betongüten wegen der höheren Ausnutzung der Betondruckzone größere Abminderungen. Bei geringem Bewehrungsgehalt ist die Abmin-

derung für alle Betongüten ausgeprägter, weil hier der Anteil der vorgegebenen Schwinddehnung an der Gesamtstauchung der Betondruckzone größer ist als bei hohen Bewehrungsgraden.

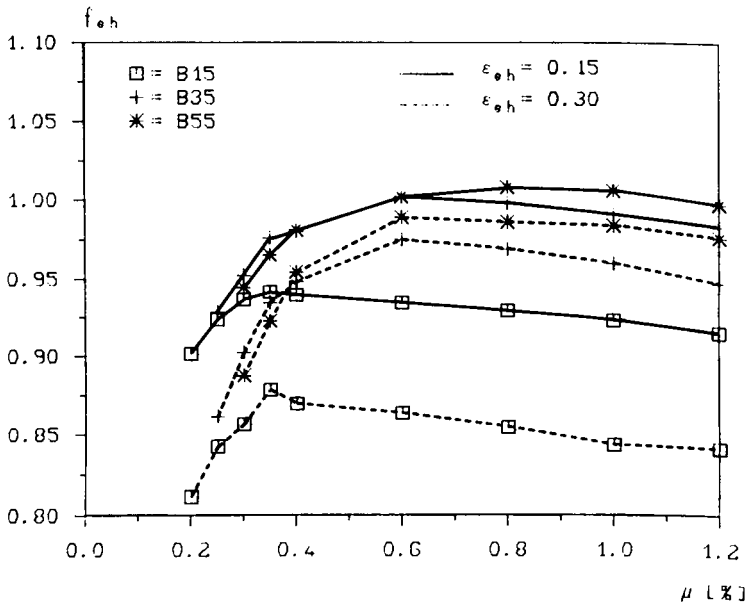


Bild 7.10: Änderung der Dehnsteifigkeit infolge Schwinden

7.7 Zusammenwirken mehrerer Parameter

Bei den vorab durchgeführten Untersuchungen wurde vorausgesetzt, daß der jeweils betrachtete Parameter allein wirksam ist. Tatsächlich werden jedoch innerhalb eines Bauteiles in der Regel mehrere Einflüsse zusammentreffen. Da die Auswirkungen auf die Dehnsteifigkeit keineswegs linearen Gesetzmäßigkeiten unterliegen, sondern wie erwähnt multifaktoral beeinflusst sind, ist der Frage nachzugehen, wie die aus den Bildern 7.3 bis 7.10 zu entnehmenden Einflußgrößen miteinander zu verknüpfen sind. Dazu wurde die in Tabelle 7.1 enthaltene Übersicht zusammengestellt. Sie zeigt, ob der einzelne Einfluß zu einer Erhöhung oder Verminderung der Dehnsteifigkeit K_D gegenüber den in den Bildern 6.20 bis 6.23 aufgetragenen Werten führt. Daneben sind auch die wichtigsten Einflußursachen der untersuchten Parameter angegeben. Sie verändern die Dehnsteifigkeit K_D vorwiegend über die Abnahme der Verbundfestigkeit, die Ausnutzung der Betondruckzone oder die Länge der als ungerissen bzw. gerissen anzunehmenden Bauteilabschnitte.

Als Ergebnis ist festzuhalten, daß die einzelnen in eine Richtung erhöhend oder abmindernd wirkenden Parameter unterschiedliche Einflußursachen aufweisen. Die gemeinsame Wirkung aus der Kombination mehrerer Parameter verändert daher die Auswirkung des einzelnen Einflusses nur wenig und kann somit in guter Näherung als Produkt der Einzelfaktoren dargestellt werden, die die zu berücksichtigenden Parameter beschreiben. Bild 7.11 verdeutlicht dies am Beispiel eines Bauteils mit Druckbewehrung, das verschiedenen Kriecheinflüssen ausgesetzt wurde. Der steifigkeits-erhöhende Einfluß der Druckbewehrung wird durch das Kriechen um ein Maß vermindert, wie es ungefähr auch bei einem Querschnitt ohne Druckbewehrung zu erwarten ist. Es sei jedoch in diesem Zusammenhang darauf hingewiesen, daß diese Beobachtung nicht ohne weiteres auf höhere kriecherzeugende Dauerlasten übertragen werden kann. Der günstige Einfluß einer Druckbewehrung dürfte dann eher zunehmen.

betrachteter Parameter	Hauptursache der Änderung von K_D			Auswirkung des betrachteten Parameters
	Verbund	Stauchung in der Druckzone	Länge des gerissenen Bereiches	
Stabdurchmesser d_s wird größer	x_1 nach Gl. 6.12 wird >			Verringerung der Dehnsteifigkeit K_D
Kriechen und Schwinden		Stauchung ϵ_b wird >, E_b wird <		
Wirkung einer Zugkraft			gerissene Länge l_R > s. Bild 6.4	
Druckbewehrung		ϵ_b wird > E_b wird <		Erhöhung der Dehnsteifigkeit, K_D
Wirkung einer Druckkraft			gerissene Länge l_R < s. Bild 6.4	
Randabstand der Bewehrung	Änderung der zugehörigen Beanspruchungshöhe und des Rißabstandes			K_D bleibt nahezu unverändert

Tabelle 7.1: Übersicht zur Auswirkung und zu den wichtigsten Ursachen der untersuchten Dehnsteifigkeitsparameter

Falls die Genauigkeitsforderungen an die Berechnung und die Randbedingungen eine Berücksichtigung der in diesem Abschnitt behandelten Parameter erfordern, kann die Bestimmung der Dehnsteifigkeit nach Gl. (7.1) erfolgen:

$$K_D = f_N \cdot f_{ds} \cdot f_{Db} \cdot f_K \cdot f_{sh} \cdot C/C_0 \cdot E_b \cdot d \cdot 1/s_L \quad (7.1)$$

hierin sind:

- C/C_0 bezogene Dehnsteifigkeit nach Bild 6.20 bis 6.23
- E_b Elastizitätsmodul des Betons
- d Querschnittsdicke des Treppenlaufs
- s_L Länge des Treppenlaufs

Im einzelnen berücksichtigen die Faktoren f folgende Einflüsse:

- f_N Normalkraft, N/M-Kombination, Bild 7.3
- f_{ds} von $d_s = 6$ mm abweichende Stabdurchmesser, Bild 7.4
- f_{Db} bei der Bemessung nicht berücksichtigte Druckbewehrung, Bild 7.7
- f_K Kriechen, Bild 7.8
- f_{sh} Schwinden, Bild 7.10

Um nicht in jedem Einzelfall alle Faktoren ermitteln zu müssen, kann nachfolgend zur Vereinfachung von Gl. (7.1) für die abmindernd wirkenden Einflüsse aus einer Zugkraft, aus einem gegenüber $d_s = 6$ mm vergrößerten Stabdurchmesser sowie aus Kriechen und Schwinden ein globaler Abminderungsbeiwert von $f = 0,8$ für übliche Verhältnisse ($\mu < 1,2 \text{ ‰}$, ϕ 3,0 - 3,5, $d < 20$ cm, $d_s = 10 - 14$ mm) angegeben werden. Gl. (7.1) vereinfacht sich damit auf der sicheren Seite liegend wie folgt:

$$K_D = 0,8 \cdot C/C_0 \cdot E_b \cdot d \cdot 1/s_L \quad (7.2)$$

Für die Übertragung der nach Gl. (7.1) oder (7.2) berechneten Dehnsteifigkeit K_D auf die Dehnfedern des Ersatzsystems gemäß Bild 5.17 muß noch der Einfluß der Treppenlaufneigung im Hinblick auf die senkrecht angeordneten Ersatzfedern berücksichtigt werden. Darüberhinaus ist auch zu beachten, daß sich die stützenden Spannungsfelder nur in Sonderfällen über eine rechteckige Grundfläche erstrecken. Bild 5.16 verdeutlicht, daß sie bei Einbindung des Laufes in zwei Podeste als dreieckförmig angenommen werden können. Zur Berücksichtigung der Laufneigung und der Form des Spannungsfeldes wird vorgeschlagen, die Ersatzfedersteifigkeit aus der Dehnsteifigkeit nach Gl. (7.1) oder (7.2) wie folgt zu ermitteln:

$$C_{\text{Ersatz}} = K_D \cdot \sin^2 \alpha \cdot 0,5 \quad (7.3)$$

Dabei gilt der Faktor 0,5 für dreieckförmige Spannungsfelder gemäß Bild 5.16. Für den unteren Lauf der Systeme nach Bild 5.2, der am Fußpunkt auf ganzer Länge liniengelagert ist, wäre entsprechend der Wert 1,0 einzusetzen.

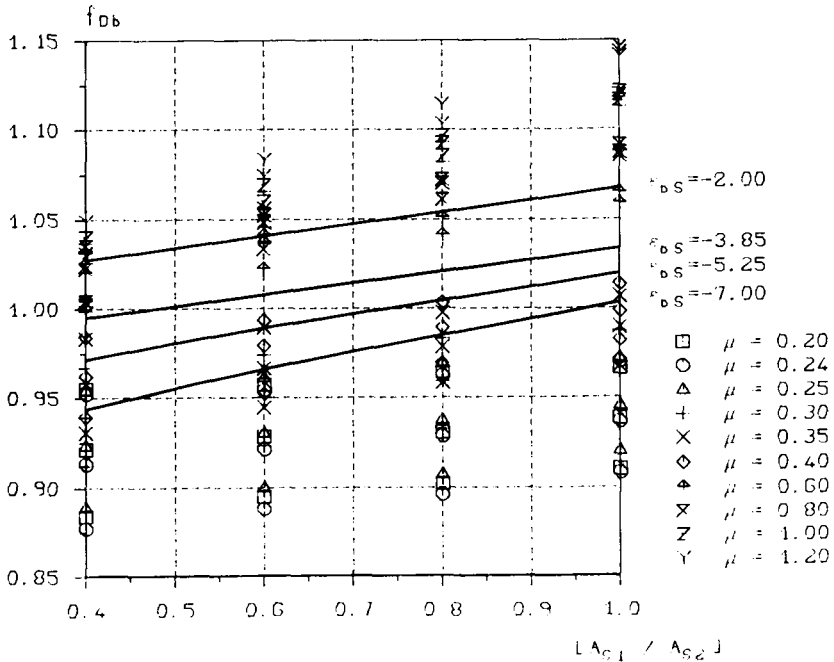


Bild 7.11: Änderung der Dehnsteifigkeit eines Bauteils der Betongüte B 35 mit Druckbewehrung infolge Kriechen

7.8 Einfluß von Podestverformungen und nachgiebigen Auflagerlinien

Wird den Dehnfedern des Ersatzsystems in Bild 5.17 die nach Gl. (7.3) errechnete Federsteifigkeit zugewiesen, so ist damit lediglich der Verformungsanteil der Läufe für die Nachgiebigkeit an den Knicklinien berücksichtigt. Die Formänderung des Podestes in der Mittelebene wird vernachlässigt. Nachfolgend werden mögliche Einschränkungen für die Anwendung dieser vorwiegend aus den rechnerischen Scheibenspannungsverläufen in Abschnitt 5.4.1 abgeleiteten Vereinfachung aufgezeigt. Bereits einfache Vergleichsrechnungen an Biegestäben mit entsprechender Steifigkeit belegen, daß die Nachgiebigkeit in der Ebene horizontal gehaltener Podeste, in die jeweils ein nach unten und ein nach oben abgewinkelter Lauf einbindet, immer in ver-

nachlässigbarer Größenordnung bleibt. Auf die Darstellung dieser Vergleichsrechnungen kann hier verzichtet werden, weil die rechnerischen Hauptspannungsverläufe entsprechende Hinweise liefern. Bild 5.16 verdeutlicht dazu, daß die geringe Formänderung des Podestes parallel zur Mittelebene vor allem auf die entgegengesetzte Richtung der Scheibenbeanspruchung des Podestes im Bereich des Hängewerks (oberer Lauf) und des Sprengwerks (unterer Lauf) zurückzuführen ist.

Dagegen kann eine Berücksichtigung der Podestverformung in solchen Fällen notwendig werden, bei denen die Scheibenbeanspruchung nur in eine Richtung weist, wie z.B. am oberen Podest in Bild 5.16. Auch bei Systemen, die nicht an allen Auflagerlinien horizontal unverschieblich gehalten sind und bei denen Horizontalkomponenten an entfernten Auflagerlinien aufgenommen werden, wie z.B. bei System c) in Bild 5.2 mit horizontal verschieblichem Zwischenpodest, kann eine Erfassung weiterer Nachgiebigkeitsanteile in Einzelfällen von Bedeutung sein.

Die Erhöhung der Nachgiebigkeit ergibt sich in den aufgezeigten Fällen jeweils aus der Biegesteifigkeit der beanspruchten Scheibe. Angaben zur Größenordnung der Steifigkeit können aus bekannten Tafelwerken für einfeldrige Biegestäbe mit verschiedenen Lagerungsbedingungen und Belastungen näherungsweise festgelegt werden. Das dabei zu berücksichtigende maßgebende Trägheitsmoment wird vor allem durch die Breite l_P des Podestes bzw. b des Laufes bestimmt. Beide Größen weisen bei Treppen in der Regel vergleichsweise große Werte auf /108/.

$$I_P = \frac{d_P \cdot l_P^3}{12} \quad (7.4)$$

Für die Berechnung des Trägheitsmomentes nach Gl. (7.4) ist als günstiger Umstand hervorzuheben, daß die Rißbildung aus der Plattentragwirkung keinen Einfluß auf den nichtlinearen Faktor l_P^3 bzw. b^3 des maßgebenden Trägheitsmomentes der Scheibe ausübt. Ihre Auswirkung kann über die Abminderung der linear eingehenden Plattendicke d_P bzw. d_L beschrieben werden. Da auch die Dehnsteifigkeitsänderung der Läufe bei Rißbildungen infolge Plattenbeanspruchung einer Verringerung der Plattendicke d_L gleichkommt, kann die rißbedingte Steifigkeitsabnahme der betrachteten Scheibe in guter Näherung mit den Diagrammen der Bilder 6.20 - 6.23 abgeschätzt werden. Zu beachten ist, daß die Bestimmung des maßgebenden Verschiebungsvektors bei Berücksichtigung mehrerer Nachgiebigkeitsanteile die kinematische Verträglichkeit gewährleisten muß. Mit den in /16/ für das elastische n-Bein zusammengestellten Beziehungen kann der resultierende Verschiebungsvektor aus Gl (7.5) berechnet werden.

$$c_{11} \cdot x + c_{12} \cdot y + c_{13} \cdot z = F_x$$

$$c_{12} \cdot x + c_{22} \cdot y + c_{23} \cdot z = F_y$$

$$c_{13} \cdot x + c_{23} \cdot y + c_{33} \cdot z = F_z \quad (7.5)$$

Darin sind die Federzahlen:

$$c_{11} = \sum c_i \cdot u^2, \quad c_{22} = \sum c_i \cdot v^2, \quad c_{33} = \sum c_i \cdot w^2$$

$$c_{12} = \sum c_i \cdot u \cdot v, \quad c_{13} = \sum c_i \cdot u \cdot w, \quad c_{23} = \sum c_i \cdot v \cdot w.$$

Einfacher ist die Berücksichtigung nachgiebiger Auflagerlinien bei Verwendung von Elastomerlagern. Die Gesamtfedersteifigkeit $C_{\text{ges.}}$, die dann die Anteile des Laufes nach Gl. (7.3) und der Auflager enthält, kann in diesem Fall mit der Annahme einer Reihenschaltung der Nachgiebigkeitsanteile aus Gl. (7.6) ermittelt werden. Hinweise zur Größenordnung der für die Elastomerlager zu berücksichtigenden Federsteifigkeit C_A können z.B. aus in /38/ mitgeteilten Angaben zur Größenordnung der Stauchung abgeleitet werden.

$$\frac{1}{C_{\text{ges.}}} = \frac{1}{C_{\text{Ers.}}} + \frac{1}{C_A}. \quad (7.6)$$

8 Eigenes Näherungsverfahren zur Berücksichtigung der Faltwerkwirkung bei Treppen

8.1 Plattenbeanspruchung und vertikale Auflagerkräfte

8.1.1 Bestimmung der Biegemomente

Die in den Abschnitten 6 und 7 zusammengestellten Angaben zur Dehnsteifigkeit biegebeanspruchter, einachsiger Platten mit Rechteckquerschnitt sind geeignet, die Stützung der Podeste durch die Treppenläufe nachzubilden. Die Dehnsteifigkeit gemäß Gl. (7.3) wird bei der Schnittgrößenermittlung am statischen Ersatzsystem nach Bild 5.17 daher den an den Knicklinien angeordneten Dehnfedern als Federsteifigkeit C zugewiesen. Bei dieser Systemvorstellung, die die Treppe für die Untersuchung der Plattenbeanspruchung zu einem ebenen System vereinfacht, wird die Stützung entlang der Knicklinien somit über die Dehnfedern berücksichtigt. Einer Schnittgrößenermittlung mit analytischer Lösung sind allerdings selbst derartige Plattensysteme, die starre und elastische Auflagerlinien sowie unterschiedliche statische Systeme der Einzelplatten aufweisen, kaum zugänglich. Auch die Empfehlung bei Treppenberechnungen aufwendigere Lösungen wie etwa das Differenzenverfahren oder die FE-Methode einzusetzen, erscheint im Hinblick auf die in der Baupraxis verbreiteten Rechen- und Bemessungsverfahren wenig sinnvoll, weil dann der vergrößerte Rechenaufwand eine vermehrte Ausnutzung der Faltwerkwirkung wiederum einschränken würde.

In diesem Abschnitt sollen daher Tabellenwerte und Berechnungsansätze so weit aufbereitet werden, daß die Berechnung des aus dem Tragmodell nach Bild 5.16 abgeleiteten Ersatzsystems in einer einfachen Handrechnung erfolgen kann. Als Rechenverfahren wird hierfür das Kraftgrößenverfahren zugrunde gelegt. Die Einführung der abgeleiteten Dehnsteifigkeiten in aufwendigere Verfahren (FE-Methode, Differenzenverfahren), die geänderten Randbedingungen besser angepaßt werden können, wird dadurch nicht eingeschränkt. Sie bleibt jedoch Einzelfällen, z.B. der Berechnung von Treppensystemen mit komplizierterer Geometrie vorbehalten.

Für das Kraftgrößenverfahren wird zweckmäßigerweise ein statisch unbestimmtes Hauptsystem entsprechend Bild 8.1 gewählt. An diesem Hauptsystem müssen die Gleichgewichtszustände aus den äußeren Lasten und aus den Einheitslasten (hier $m_R = 1$) an den zunächst freigegebenen Bindungen bestimmt werden, um dann auch die Verträglichkeitsbedingungen erfüllen zu können. Dies bereitet für die Treppenläufe keine Schwierigkeiten. Sie können als zweiseitig gelenkig gelagerte Platten mit der Stützweite l_L berechnet werden, da in der Regel an gegenüberliegenden Knicklinien annähernd gleiche Stützbedingungen bestehen.

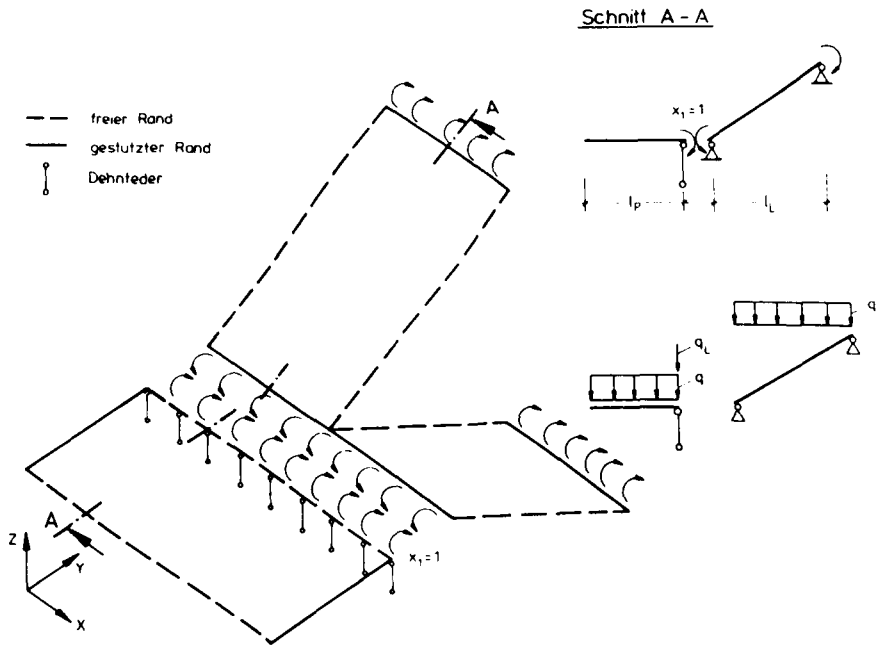
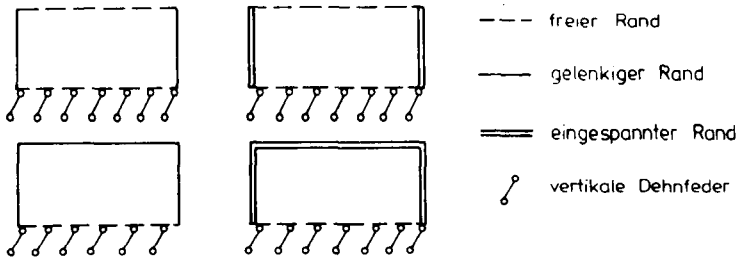


Bild 8.1: Hauptsystem zur Berechnung von Treppen nach dem Kraftgrößenverfahren

Schwieriger ist, wegen der Dehnfedern entlang des an der Knicklinie verlaufenden Randes, dagegen die Bestimmung der Last- und Einheitsspannungszustände für die statisch unbestimmte Podestplatte. Zur schnellen und sicheren Berechnung von Plattensystemen hat sich der Einsatz von Tabellenwerken als zuverlässig und leistungsfähig erwiesen. Für die Podestplatte mit Randfedern waren bisher jedoch noch keine Schnittgrößentabellen vorhanden. Sie wurden daher im Rahmen dieser Arbeit erstellt, um die Anwendung des Hauptsystems aus Bild 8.1 und damit auch die Berechnung des gesamten Treppensystems zu erleichtern. Die Tabellenwerte wurden mit dem Rechenprogramm SAP IV /3/ nach der FE-Methode berechnet (siehe Anlage C 4). In Anlehnung an bestehende Tabellen für Rechteckplatten (z.B. /11/) wurden auch die hier bestimmten Schnittgrößenbeiwerte für die Querdehnzahl $\mu = 0$ angegeben. Das Verhältnis der Plattensteifigkeit D zur Federsteifigkeit C wurde zwischen $D/C = 0,02$ bis $D/C = 0,4$ variiert. Für die in Bild 8.2 dargestellten Auflagerbedingungen der Rechteckplatten und die Lastfälle Flächenlast, Randlinienlast und Randlinien-

Systeme



Lastfälle

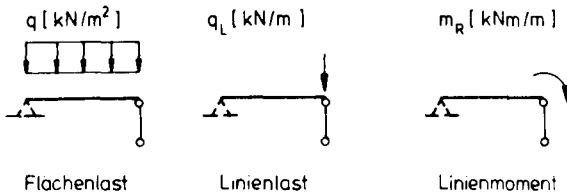


Bild 8.2: Übersicht der Auflagerbedingungen und Lastfälle zu den untersuchten Rechteckplatten (siehe Tabellen C 5 bis C 7 in Anhang C)

moment sind die Beiwerte in den Tabellen C 5 bis C 7 im Anhang C zusammengestellt. Um Fehler zu erkennen und die Genauigkeit zu überprüfen, wurde bei allen berechneten Platten eine Gleichgewichtskontrolle vorgenommen. Zur Fehlerminimierung wurde darüberhinaus auch die Übertragung und Umrechnung der Ergebnisse aus den "SAP-Rechnungen" in die Tabellen programmgesteuert durchgeführt.

Den Einfluß der Federsteifigkeit auf die Schnittgrößen unter gleichmäßiger Flächenlast verdeutlichen die Bilder 8.3 bis 8.5. Sie zeigen, daß die Variationsbreite der untersuchten Steifigkeitsverhältnisse ausreichend groß gewählt wurde. Interessant ist dabei die Veränderung der Biegemomente in Bild 8.3 und 8.4. Sie bestätigt, daß die Stützung durch die Dehnfedern etwa ab einem Verhältnis von $C/EI = 30$ ($= D/C 0,033$) nahezu einer starren Auflagerung gleichkommt. Am Beispiel der zweiseitig gelagerten Platte verdeutlichen die Bilder 8.6 und 8.7 den Einfluß des Seitenverhältnisses der Podestplatten. Der ebenfalls angedeutete Momentenverlauf für die Federsteifigkeit $C = 0$ belegt jeweils die stützende Wirkung der am Rand angeordneten Federn.

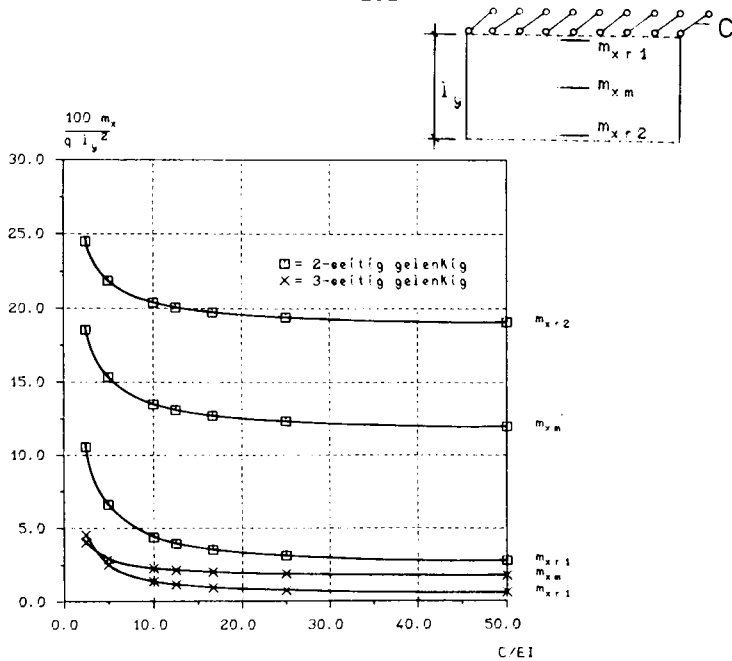


Bild 8.3: Biegemomente m_x in Abhängigkeit der Federsteifigkeit

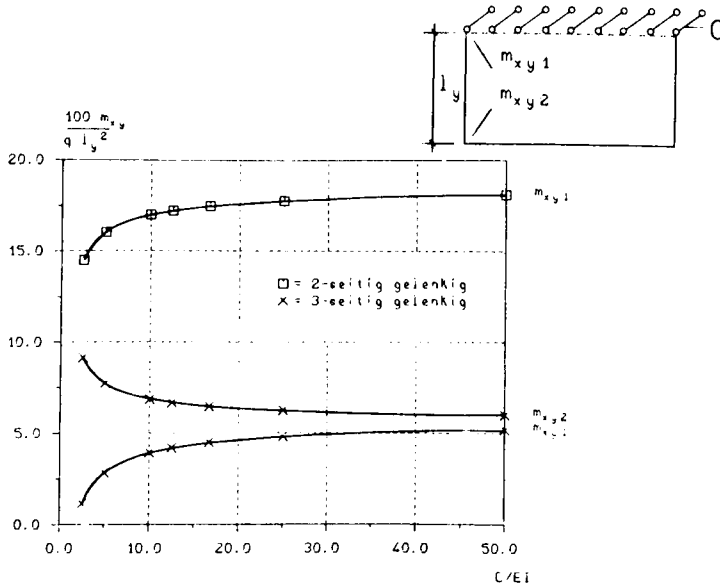


Bild 8.4: Drillmomente m_{xy} in Abhängigkeit der Federsteifigkeit

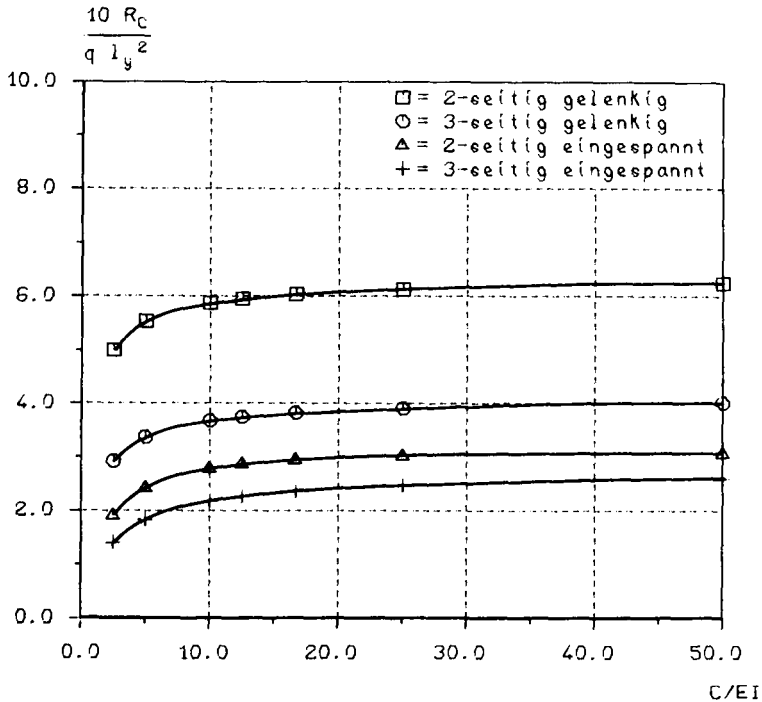


Bild 8.5: Resultierende Federkräfte R über die Laufbreite b in Abhängigkeit der Federsteifigkeit

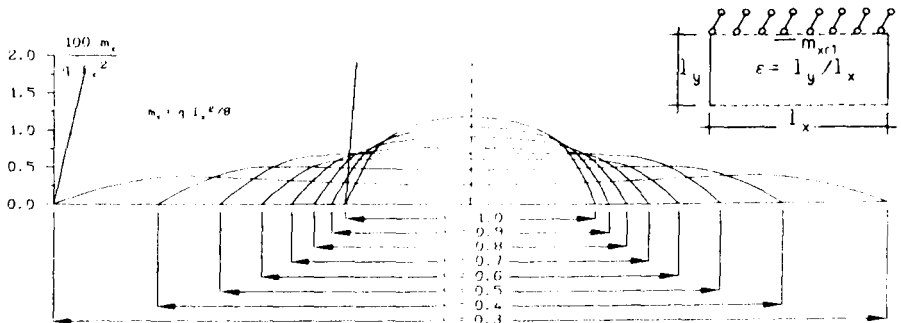


Bild 8.6: Einfluß des Seitenverhältnisses l_y/l_x auf das Biegemoment m_{xr1} bei einem Verhältnis $D/C = 0.02$

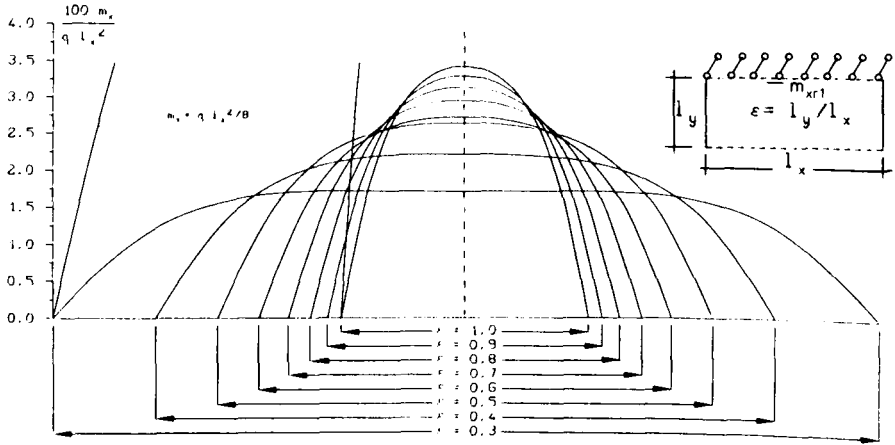


Bild 8.7: Einfluß des Seitenverhältnisses l_y/l_x auf das Biegemoment m_{xr1} bei einem Verhältnis $D/C = 0,40$

Mit den Beiwerten aus den Tabellen C 5 bis C 7 des Anhangs C ist der Gleichgewichtszustand für das Hauptsystem nach Bild 8.1 bekannt. Darüberhinaus können auch die Arbeitswerte unter Vernachlässigung der Formänderungen aus den Normalkräften und Querkraften wie folgt errechnet werden.

$$\delta'_{ik} = \int \frac{M_i \cdot M_k}{E \cdot I} ds \quad (8.1)$$

$$\delta'_{k0} = \int \frac{M_k \cdot M_0}{E \cdot I} ds + \sum V \cdot w_k + \sum M \cdot \theta \quad (8.2)$$

Für das Hauptsystem nach Bild 8.1 gilt:

$$EI_L \cdot \delta_{11} = -\frac{l_L}{2} + \varrho \cdot \frac{l_P}{\vartheta_{r1} (mR)} \quad (8.3)$$

mit $\vartheta_{r1} = k\vartheta_{r1} \cdot EI$ und $\varrho = I_L/I_P = (d_L/d_P)^3$

$$EI_L \cdot \delta_{10} = \frac{q_L \cdot l_L^3}{24} - \beta \cdot \left[q_P \cdot \frac{l_P^3}{\Theta_{r1}(q)} + p_L \cdot \frac{l_P^2}{\Theta_{r1}(p_L)} \right] \quad (8.4)$$

Das Einspannmoment entlang der Knicklinie ergibt sich daraus mit $p_L = (q_L \cdot l_L)/2$ zu:

$$m_k = x_1 = \frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} = - \frac{\frac{1}{24} - \beta \left[q' \cdot \frac{1}{\Theta_{r1}(q)} l'^3 + \frac{0,5}{\Theta_{r1}(q_L)} l'^2 \right]}{- \frac{1}{2} + \frac{\beta}{\Theta_{r1}(mR)} l'} \cdot q_L \cdot l_L^2 \quad (8.5)$$

mit $q' = q_P/q_L$ und $l' = l_P/l_L$ sowie Θ_{r1} aus Tafel C5 bis C7

Die Verteilung und der Verlauf der Plattenbiegemomente sind damit bekannt. Eine zusammenfassende Darstellung des Algorithmus zum hier vorgeschlagenen Rechenverfahren enthält Anlage C 8. Hinweise zur Wirklichkeitsnähe der errechneten Biegemomentenverteilung und zu den Änderungen hinsichtlich der Bewehrungsführung enthält Abschnitt 9. Abschließend sei hier noch eine Anmerkung zum Einfluß des Verhältnisses der Federsteifigkeit zur Biegesteifigkeit angefügt. Da bei der Dehnsteifigkeitsermittlung die Rißbildung berücksichtigt wurde, für die Biegesteifigkeit jedoch die Werte nach Zustand 1 unterstellt werden, wird die Stützung bei der Bestimmung des Steifigkeitsverhältnisses eher zu nachgiebig als zu starr eingeschätzt. Lediglich für die Drillmomente m_{xy} in Ecken mit zwei gelenkig gelagerten Rändern kann dadurch eine Abweichung zur unsicheren Seite entstehen (siehe Bild 8.4). Bei Treppensystemen mit diesen Lagerungsbedingungen, die vergleichsweise selten vorkommen, da Podestplatten häufig in andere Bauteile eingespannt sind, kann für die Bestimmung der Drillmomente in den Eckbereichen eine starre Lagerung unterstellt werden.

8.1.2 Bestimmung der vertikalen Auflagerkräfte

Die Verteilung der Auflagerkräfte weicht bei Treppensystemen, die die Faltwerkwirkung ausnutzen, von den Verteilungen solcher Systeme ab, mit denen nur die Plattentragwirkung berücksichtigt wird. Im Rahmen des vorgeschlagenen Verfahrens zur Schnittgrößenermittlung erlauben die Beiwerte in den Tabellen C 5 bis C 7 auch die Bestimmung der resultierenden Auflagerkräfte je Auflagerlinie. Dabei wird der Einfluß der Nachgiebigkeit entlang der Knicklinien zutreffend erfaßt. In zahlreichen Fällen, insbesondere bei Auflagerung der Podeste auf Stahlbetonbauteilen oder Mauerwerk mit hoher Festigkeit, wird bereits eine Abschätzung der vertikalen Stützkräfte ausreichen. In erster Näherung können dann die einer Auflagerlinie zuzuordnenden Werte

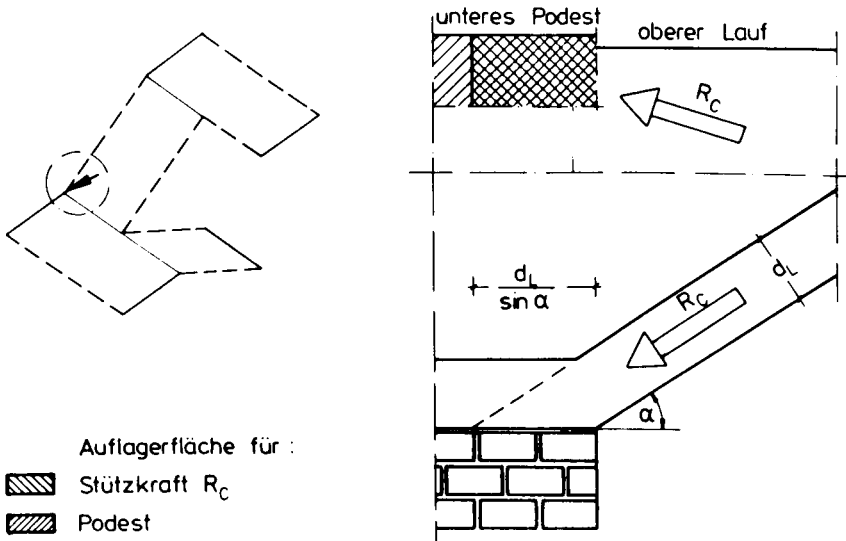


Bild 8.8: Auflagerpressung an der Knicklinie infolge der Stützkraft im Treppenlauf

aus den Lastanteilen ermittelt werden, die sich bei einer Zerlegung der Grundrißfläche entsprechend DIN 1045 ergeben. Hinweise zur Auswirkung der nachgiebigen Stützung an den Knicklinien können wiederum mit den Tabellen C 5 bis C 8 des Anhangs C abgeleitet werden.

Besondere Aufmerksamkeit muß bei Treppen mit Falterwirkung jedoch vor allem den Bereichen gelten, in denen die aus der Scheibenbeanspruchung entstehenden Stützkkräfte abgeleitet werden, weil sich diese wie die Spannungsfelder in den Bildern 5.4 und 5.5 belegen zu den Auflagerlinien konzentrieren. Am Beispiel des Überschneidungsbereiches bei Knicklinie Bo und Auflagerlinie B" verdeutlicht Bild 8.8 die in diesen Bereichen für die Verteilung der Auflagerpressung zu berücksichtigende Grundfläche. Hier sei in diesem Zusammenhang auf die in der Konstruktionspraxis bewährten Möglichkeiten hingewiesen, bei Überschreitung der zulässigen Pressung örtlich Mauerwerk höherer Güte (Auflagerpolster) vorzusehen oder durch Einbau zusätzlicher Bewehrung die Verteilungsfläche zu vergrößern. Der Einbau zusätzlicher Bewehrung wird zur sicheren Ableitung der Stützkkräfte aus der Scheibentragwirkung auch an solchen Auflagern erforderlich, bei denen die Außenkante des Laufes und die Auflagerlinie des Podestes nicht in einer gemeinsamen Flucht verlaufen, sondern gegeneinander versetzt sind. Bild 8.9 enthält Angaben zur Abschätzung des dann zu berücksichtigenden Hebeldarmes.

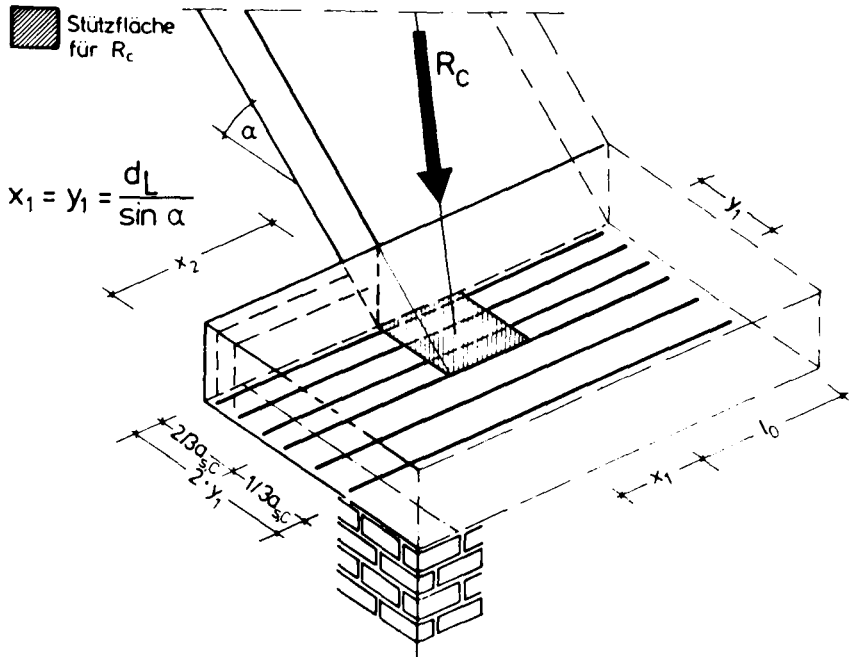


Bild 8.9: Bewehrung zur Ableitung der Stützkraft aus dem Lauf bei einem Versatz des Auflagers an der Knicklinie

Schnitt A-A

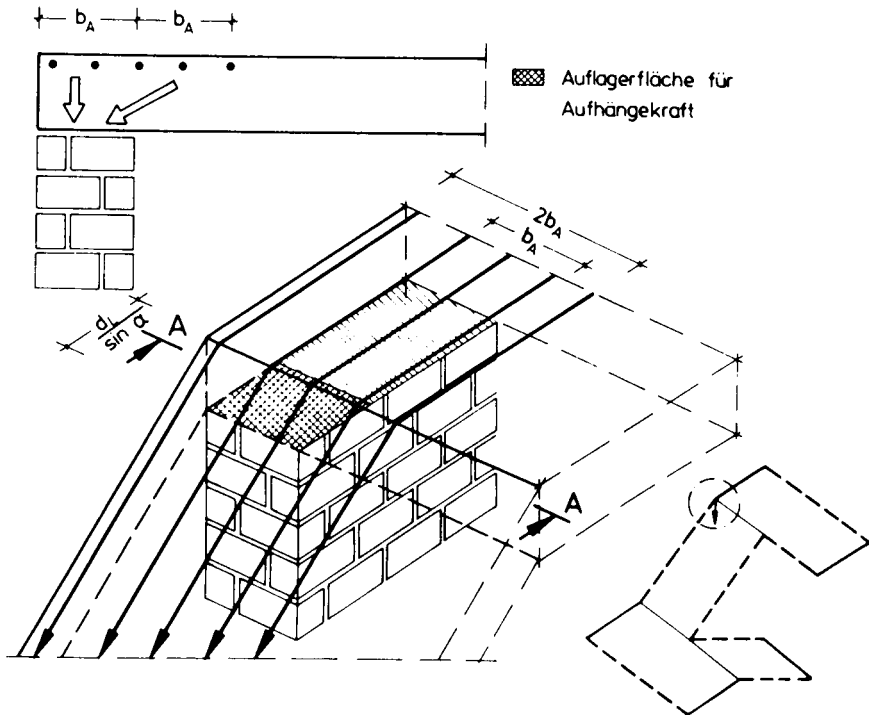


Bild 8.10: Anordnung der Aufhängebewehrung an der oberen Auflagerlinie

8.2 Ermittlung der Scheibenbeanspruchung

8.2.1 Scheibenbeanspruchung der Läufe

Mit den zur Berechnung der Plattenbeanspruchung aufgestellten Schnittgrößentabellen kann auch die Scheibentragwirkung des Treppensystems erfaßt werden. Die Beanspruchung der Läufe parallel zur Mittelebene ergibt sich dabei unmittelbar aus den für die Federn ermittelten Auflagerkräften, deren Resultierende R_C über die Laufbreite b ebenfalls mit den Beiwerten der Tabellen C 5 bis C 8 bestimmt werden kann. Für die Bemessung der Läufe ist vor allem die Kenntnis der Zugkraft erforderlich, die aus der Aufhängung einer unterhalb des Laufes angeordneten Podestplatte entsteht (siehe z.B. $R_{C,Bo}$ in Bild 8.11). Sie kann näherungsweise nach Gl. (8.6) errechnet und mit der in Bild 8.11 angedeuteten dreieckförmigen Verteilung berücksichtigt werden. Die Be-

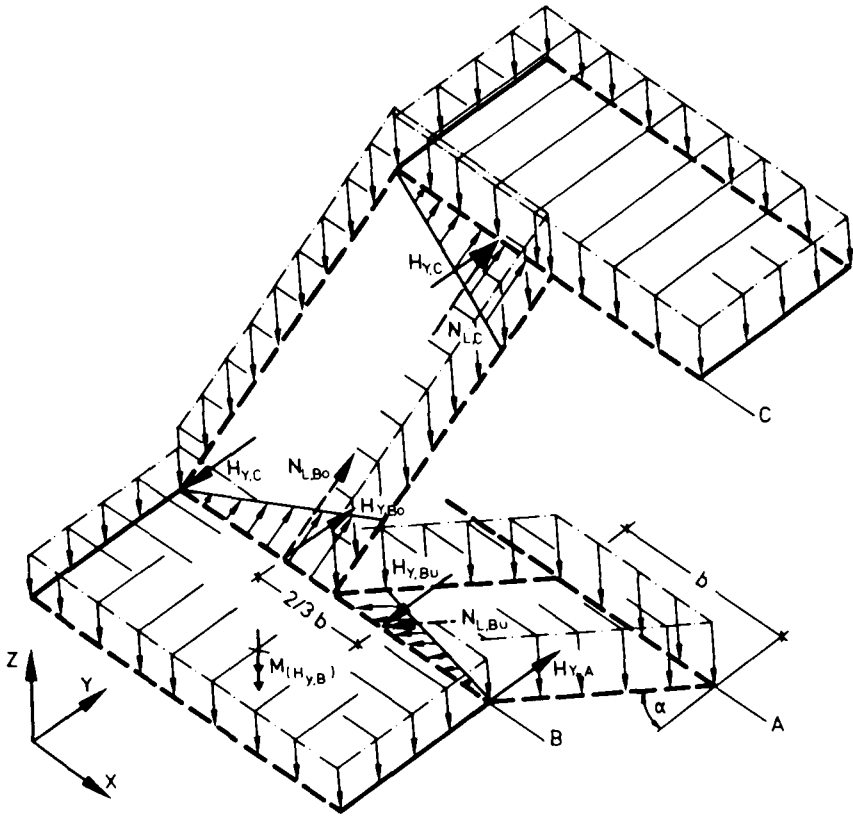


Bild 8.11: Horizontalkräfte H_y an den Knicklinien infolge gleichmäßig verteilter Flächenlast

wehrung zur Aufnahme dieser Zugkraft kann entsprechend der dreieckförmigen Verteilung des Zugspannungsfeldes abgestuft werden. Am Aufhängepunkt an der oberen Auflagerlinie ist die Zugkraft bei der Bemessung gemäß Bild 8.10 auf einer Breite $2b_A$ zu berücksichtigen, die der doppelten Auflagertiefe entspricht. So wird gewährleistet, daß die Aufhängekraft über eine Druckstrebe zum Auflager abgeleitet werden kann.

8.2.2 Scheibenbeanspruchung der Podeste

Von Bedeutung für die Beurteilung des Tragverhaltens der betrachteten Treppensysteme sind die Horizontalkräfte in den Podestebenen, weil sie außer der Scheibenbeanspruchung in den Podesten auch den Anschluß zu den als unverschieblich angesehenen Bauteilen maßgeblich bestimmen. Um die horizontale Abstützung des Trep-

pendensystems sicherzustellen, muß ihre Größe sowie die Weiterleitung in angrenzende Bauteile nachgewiesen werden. Horizontalkräfte entstehen in den Podestebenen sowohl aus der Belastung des Podestes als auch aus der der Läufe. Bild 8.11 veranschaulicht die Horizontalkräfte in y-Richtung infolge gleichmäßiger Flächenlast auf dem gesamten Treppensystem. Sie ergeben sich wiederum aus den resultierenden Auflagerkräften für die Dehnsfedern an der Knicklinie, die vorab im Rahmen der Plattenberechnung über die Laufbreite b bestimmt werden können und lauten wie folgt:

$$N_L = R_C / \sin \alpha ; \quad H_{Y,K} = N_L \cdot \cos \alpha \quad (8.6)$$

Darin sind :

N_L : resultierende Normalkraft an der Knicklinie in Lafebene, parallel zur Lauf-
richtung

R_C : vertikale Auflagerkraft an der Knicklinie aus der Berechnung der Plattenbe-
anspruchung nach Abschnitt 8.1

$H_{Y,K}$: Horizontalkraft an der Knicklinie in y-Richtung

Da die Horizontalkräfte H_Y an den Läufen einer Knicklinie in entgegengesetzte Rich-
tungen weisen, entsteht daraus ein Moment um die z-Achse, das bei Annahme drei-
eckförmiger Verteilung der Scheibenkräfte an den Knicklinien mit einem Hebelarm von
 $2/3 \cdot b$ zu bestimmen ist:

$$M_{(HY)} = H_{Y,K} \cdot 2/3 \cdot b \quad (8.7)$$

An der in der Baupraxis überwiegenden und als charakteristisch anzusehenden Auf-
lagerung entsprechend Auflagerlinie B" in Bild 8.8 entsteht aus diesem Moment eine
Horizontalkraft $H_{Y,B''}$, die in die positive y-Richtung weist. Sie wirkt damit der Kraft
entgegen, die sich aus der Abstützung des oberen Podestes infolge $N_{L,C}$ ebenfalls
an der Auflagerlinie B" jedoch in negativer y-Richtung einstellt.

Der maßgebende Lastfall für die Bestimmung der Horizontalkraft H_Y ergibt sich an der
Auflagerlinie des Podestes somit, wenn nur die ober- oder unterhalb der betrachteten
Auflagerlinie angeordneten Podeste belastet sind. Die Horizontalkräfte entstehen da-
bei aus der Abstützung oder Aufhängung der Podeste über die Läufe. Die größte an
einer Podestauflegerlinie aufzunehmende Horizontalkraft H_Y errechnet sich dann nach
Gl. (8.6). Für die Auflagerlinie B" in Bild 8.11 folgt der größte Wert aus der Belastung
des oberen Podestes zu:

$$H_{Y,B''} = N_{L,C} \cdot \cos \alpha \quad (8.8)$$

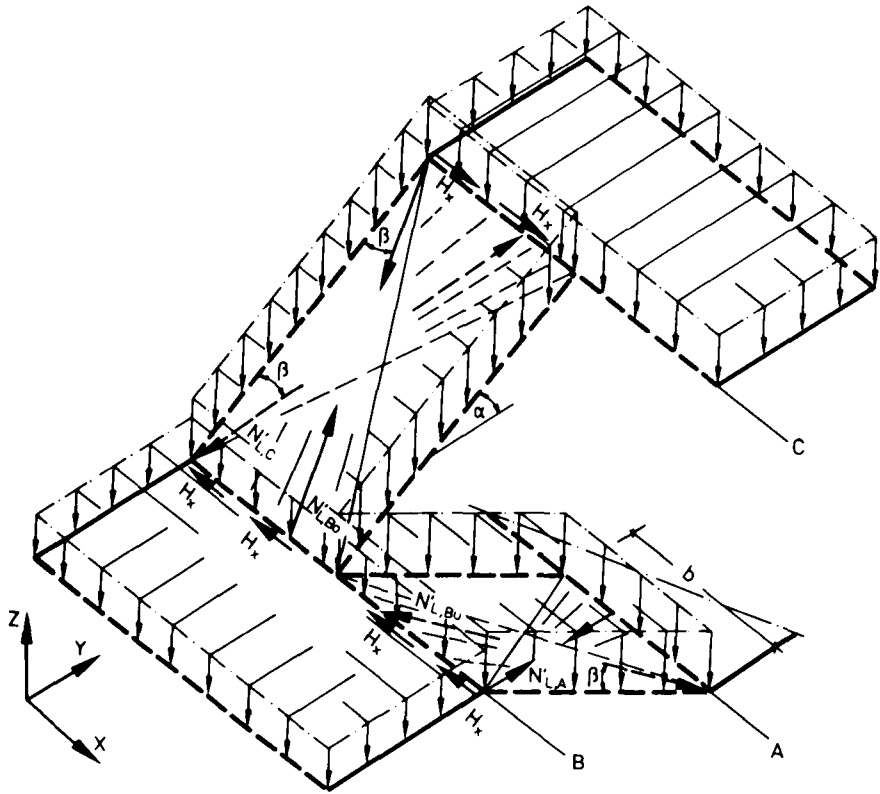


Bild 8.12: Horizontalkräfte H_x an den Knicklinien infolge gleichmäßig verteilter Flächenlast.

Die Druckspannungsfelder infolge der Podestbelastung verlaufen in den Läufen nicht parallel zur y-Richtung, sondern weichen, wie Bild 8.12 zeigt, um den Winkel β Gl. (8.9) ab, da sich die Abstützung bzw. Aufhängung zu den Auflagerlinien konzentriert. Daraus entstehen auch Horizontalkraftkomponenten H_x , die sich gemäß Bild 8.12 entlang einer Knicklinie addieren und wie folgt bestimmt werden:

$$\beta = \arctan 2 \cdot b / 3s_L \quad (8.9)$$

$$N'_{L,K} = N_{L,K} / \cos \beta \quad (8.10)$$

$$H_{x,K} = \Sigma N'_{L,K} \cdot \sin \beta \quad (8.11)$$

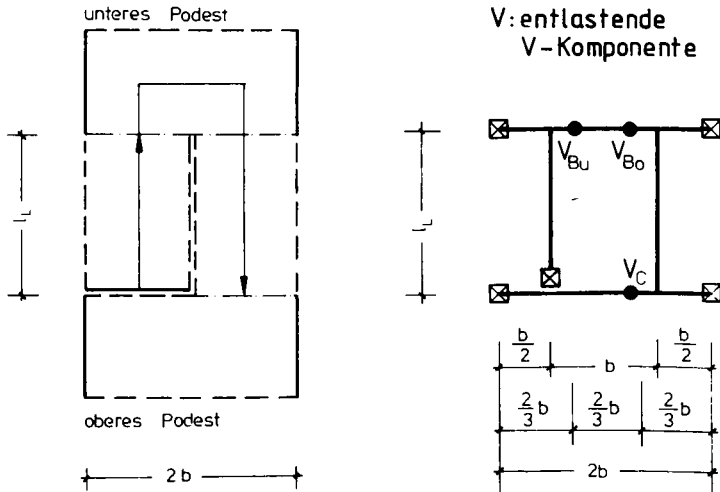


Bild 8.13: Treppensystem mit 2-seitig, gelenkiger Podestauflagerung und Idealisierung als Trägerrost

8.3. Ermittlung der Torsionsbeanspruchung

Innerhalb eines Treppensystems führt die abgewinkelte Anordnung der Läufe gegenüber den Podesten auch zu einer Torsionsbeanspruchung der Treppenläufe. Sie entsteht aus den vertikalen Komponenten der Stützkräfte. Zur Herstellung des Gleichgewichtes am Gesamtsystem sind diese an den Knicklinien in die Läufe eingeleiteten Torsionsmomente jedoch allenfalls in Sonderfällen notwendig, wenn etwa einzelne Podeste nur entlang einer Linie oder punktförmig gestützt sind. Die Torsionsbeanspruchung kann somit bei mindestens zweiseitiger Auflagerung der Podeste als Verträglichkeitstorsion eingestuft werden. Für die Behandlung der erwähnten Sonderfälle und um in Einzelfällen eine Abschätzung der Torsionsbeanspruchung zu ermöglichen, sei die Bestimmung der Torsionsmomente hier beispielhaft für das System nach Bild 8.13 aufgezeigt, bei dem die Podeste mit einer gleichmäßigen Flächenlast belastet sind.

Dieses System kann zur Ermittlung der Torsionsbeanspruchung zu einem Trägerrost vereinfacht werden, der ebenfalls in Bild 8.13 dargestellt ist. Um die stützende Wirkung aus der Scheibenbeanspruchung der Läufe auch bei diesem vereinfachten Er-

satzsystem zu erfassen, wird dabei die nach Abschnitt 8.1 ermittelte resultierende Auflagerkraft der Federn an der Knicklinie als Einzellast oder als dreieckförmig verteilte Flächenlast bei der Trägerrostberechnung berücksichtigt. Möglich ist natürlich auch, die Stäbe des Trägerrostes, die die Podeste idealisieren, als gebettete Stäbe zu lagern und dabei als Bettungsmodul die nach Gl. (7.1) ermittelte Federsteifigkeit einzuführen. Die Berechnung dieser Systeme kann dann mit bekannten Verfahren durchgeführt werden und muß daher nicht weiter erläutert werden.

9 Überprüfung und Bewertung des Näherungsverfahrens

9.1 Vergleich der Grenzlasten

Die bereits in Abschnitt 4 im Hinblick auf die Ableitung des Tragmodells erläuterten Versuchsergebnisse können auch für die Überprüfung des Näherungsverfahrens zur Schnittgrößenermittlung herangezogen werden. Dafür seien hier zunächst die Grenzlasten gegenübergestellt. Ihr Vergleich ist für die Beurteilung der nach einem Rechenmodell zu bestimmenden Tragfähigkeit und die Abschätzung des zu erwartenden Sicherheitsniveaus besonders aussagekräftig.

Die Zusammenstellung der Grenzlasten enthält Tabelle 9.1. Außer den Bruchlasten, die an den Versuchskörpern ermittelt wurden und den am ebenen Plattensystem mit Dehnfedern nach dem Näherungsverfahren entsprechend Abschnitt 8 errechneten Werten, ist auch die Grenzlast angegeben, die sich für die Schnittgrößenverteilung aus einer linear elastischen Berechnung des Gesamtsystems nach der FE- Methode ergibt. Alle Berechnungen wurden wegen der weitverzweigten Lastverteilung bei den Versuchskörpern (siehe Bild 4.3) unter der Annahme gleichmäßig verteilter Flächenlast durchgeführt. Den rechnerischen Grenzmomenten der maßgebenden Querschnitte wurden die tatsächlichen Materialkennwerte des Versuchskörpers zugrunde gelegt. Daneben wurden die Biegemomente für die derzeit verbreitete Modellvorstellung gemäß Bild 2.3, nach der die Laufbelastung an den Podestkanten als Linienlast abgetragen wird, angegeben. Sie wurden aus Tabellenwerten für die zweiseitig gelenkig gelagerte Platte mit Randlinienlast und -moment aus /92/ bestimmt.

Die zur FE-Berechnung des Gesamtsystems gewählte Elementaufteilung entsprach Bild 5.1. Die Abmessungen und die Anordnung der horizontalen Festhaltungen waren dem Versuchskörper Treppe 3 nachgebildet. Da der Bruch des untersuchten Systemausschnittes am oberen Podest eintritt, in das nur ein Lauf einbindet, mußte die Berechnung nach dem Näherungsverfahren an einem Hauptsystem durchgeführt werden, bei dem das Podest nur halbseitig durch Dehnfedern gestützt ist. Demzufolge wurden auch die Linienlasten und Randmomente nur entsprechend der Laufbreite verteilt. Die bei einer Berechnung mit dem Kraftgrößenverfahren zu bestimmenden Gleichgewichtszustände und Formänderungen des Hauptsystems konnten daher nicht mit den Tabellen des Anhangs C berechnet werden, sondern wurden vorab entsprechend Abschnitt 5 mit gesonderten Rechnungen erfaßt, auf deren Wiedergabe hier verzichtet wird.

Die Übersicht in Tabelle 9.1 zeigt sehr deutlich, daß die Tragfähigkeit des Treppensystems viel zu gering (etwa um das 3,5-fache) eingeschätzt wird, wenn man die aus der Scheibentragwirkung entstehende Stützung vernachlässigt. Auch die Verteilung

der Biegemomente weicht bei der Berechnung nach dieser Modellvorstellung, die nur die Plattentragwirkung erfaßt, von den Ergebnissen genauer Verfahren und den aus den Versuchen abzuleitenden Aussagen erheblich ab, da entlang der Knicklinien zu geringe Stützmomente ermittelt werden. Unterstellt man, wie bei der FE-Rechnung in Abschnitt 5, für das gesamte System linear elastisches Materialverhalten, so ergibt sich eine zu hohe Grenzlasterlast, weil die Stützung zu starr angenommen wird. Das Ergebnis stimmt jedoch bereits sehr viel besser mit den Versuchswerten überein. Auch die Momentenverteilung, die in Abschnitt 5.4.2 dargestellt wurde, gleicht weitgehend den aus den Versuchen abzuleitenden Verläufen. An den Knicklinien ergeben sich allerdings bei dieser Rechnung zu hohe Stützmomente. Die beste Übereinstimmung mit den Versuchswerten erhält man bei Anwendung des in der vorliegenden Arbeit abgeleiteten Näherungsverfahrens. Dies ist vorwiegend auf die Berücksichtigung des Einflusses der nachgiebigen Stützung an den Knicklinien zurückzuführen. Der Vergleich der Grenzlasterlasten bestätigt damit auch, daß die abgeleiteten Dehnsteifigkeiten das Trag- und- Verformungsverhalten der Treppenläufe zutreffend erfassen.

Versuchskörper b. z. w. Rechenverfahren	Grenzlasterlast F_u [kN]	Versagensstelle, Bemerkungen
VK Treppe 1	124,5	Betonbruch im oberen Lauf nahe dem Treppenauge des unteren Podestes
VK Treppe 2	142,5	Versagen einer Horizontalverankerung, dabei $\epsilon_s > 4 \text{ mm/m}$ an MST 176 und 188
VK Treppe 3	142,5	Bruch am Treppenauge des unteren Podestes im oberen Lauf, MST 188: $\epsilon_s = 3,15$, MST 189: $\epsilon_s = 3,47 \text{ mm/m}$
Modellvorstellung nach Bild 2.3	39,8	Stützung durch die Läufe nicht berücksichtigt, Bruch am Treppenaug des unteren Podestes
Näherungsverfahren nach Abschnitt 8	157,5	Stützung über Dehnfedern erfaßt, Bruch am freien Rand oberes Podest $\rightarrow \approx$ Element 117 in Bild 5.1
FE-Berechnung des Gesamtsystems	176,3	Annahme linear elastischen Materialverhaltens, Bruch im Element 117, freier Rand oberes Podest

Tabelle 9.1: Grenzlasterlasten der Versuchskörper und rechnerische Werte nach verschiedenen Verfahren.

Zu der Abweichung von etwa 10 %, die auch bei Anwendung des Näherungsverfahrens gegenüber den Versuchswerten noch besteht, sei hier angemerkt, daß die Versuchskörper ungünstigere Auflagerbedingungen aufwiesen, weil die horizontalen Festhaltungen meßtechnisch bedingt nur aus einzelnen Stäben bestanden, deren Verankerung bei Annäherung an die Grenzlasterlast keineswegs mehr als völlig starr ange-

sehen werden konnte. Bei Treppe 2 war das Versagen einer Horizontalverankerung sogar maßgebend für die im Versuch aufzubringende Last. Im Hinblick auf diesen Zusammenhang kann eine Beeinträchtigung des Sicherheitsniveaus als Folge der geringfügig höheren Grenzlast aus dem Näherungsverfahren daher insofern ausgeschlossen werden, als in der Baupraxis starrere Festhaltungen, etwa durch Einbindung in Deckenscheiben, vorliegen.

9.2 Stützmomente an den Knicklinien

Die Ausbildung negativer Stützmomente mit senkrecht zu den Knicklinien gerichteten Zugspannungen an der Plattenoberseite ist für die *Faltwerk*wirkung bei Treppen als charakteristisch anzusehen. Die aus den Dehnungen der Versuchskörper ermittelten Plattenbiegemomente an den Knicklinien aus Abschnitt 4.5.3 werden daher ebenfalls mit den rechnerischen Ergebnissen nach dem Näherungsverfahren des Abschnitts 8 verglichen. Diese Gegenüberstellung enthalten die Bilder 9.1 und 9.2. Bei einer Bewertung der dargestellten Kurvenverläufe sind wiederum zu den aus Versuchsdaten ermittelten Schnittgrößen die in Abschnitt 4.5.3 hinsichtlich des Einfusses von Rissen erläuterten Einschränkungen zu beachten, nach denen infolge der Risse erhebliche Dehnungsabweichungen möglich sind. Für die Wertung der Versuchsergebnisse aus den Meßstellen der Podeste ist darüberhinaus zu berücksichtigen, daß die Dehnungen nahe der Auflagerlinien auch durch die Verankerung der horizontalen Festhaltungen beeinflußt wurden. Trotz dieser Einschränkungen bestätigen die Bilder 9.1 und 9.2 eine gute Übereinstimmung. Insbesondere die durch einen weitgehend kontinuierlichen Verlauf gekennzeichneten Kurven, die keine ausgeprägten Richtungsänderungen aufweisen und bei denen somit zumindest signifikante Beeinträchtigungen aus der Rißbildung weitgehend ausgeschlossen werden können, zeigen nur vergleichsweise geringe Abweichungen gegenüber den Rechenwerten.

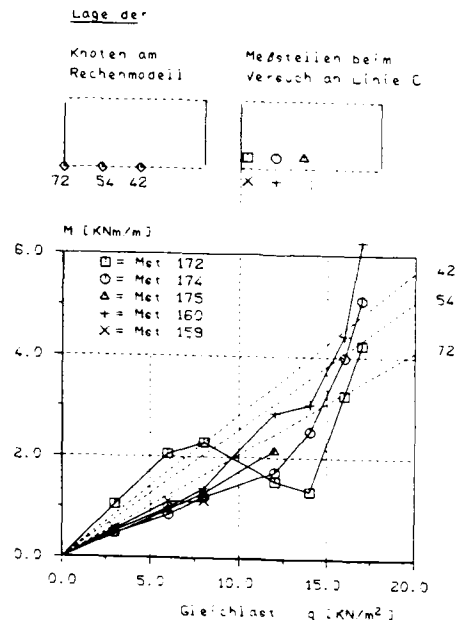
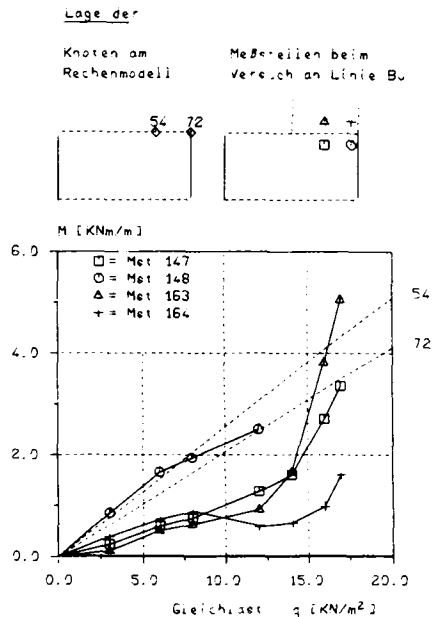
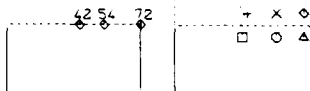


Bild 9.1: Vergleich der Stützmomente des VK Treppe 2 mit gemäß Abschnitt 8 bestimmten rechnerischen Werten für Gleichlast auf allen Bauteilen

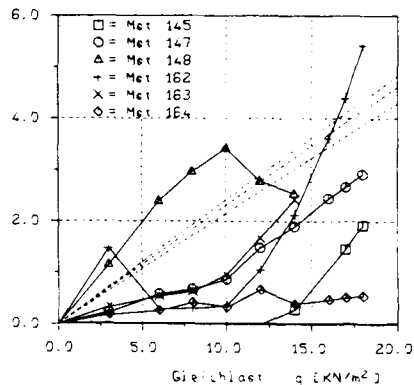
Lage der

Knoten am
Rechenmodell

Meßstellen beim
Versuch an Linie B



M [KNm/m]



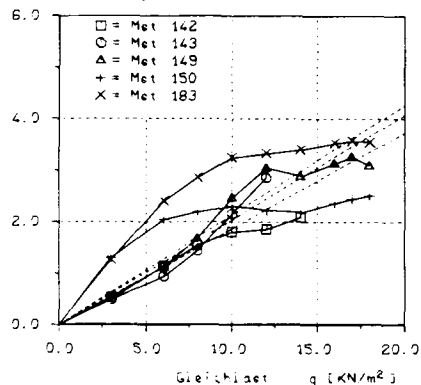
Lage der

Knoten am
Rechenmodell

Meßstellen beim
Versuch an Linie B



M [KNm/m]



Lage der

Knoten am
Rechenmodell

Meßstellen beim
Versuch an Linie C



M [KNm/m]

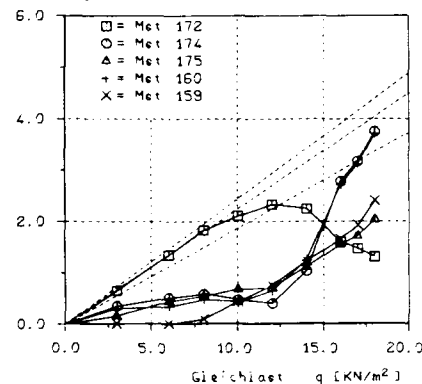


Bild 9.2: Vergleich der Stützmomente des VK Treppe 3 mit gemäß Abschnitt 8 bestimmten rechnerischen Werten für Gleichlast auf allen Bauteilen

9.3 Vergleich der Auflagerkräfte

Gegenüber ebenen Plattensystemen im Hochbau, bei denen die Auflagerkräfte ausschließlich zur Lastermittlung für die stützenden Bauteile berechnet werden, ist ihre Bestimmung bei der Berechnung von Treppensystemen auch notwendig, um die Scheibenbeanspruchung zutreffend erfassen zu können. Insbesondere die Resultierende der an den Knicklinien angeordneten Dehnfedern ist dafür von Interesse. Für zwei charakteristische Beispiele verdeutlichen die Bilder 9.3 und 9.4 die mit dem in dieser Arbeit abgeleiteten Rechenverfahren zu erzielende Übereinstimmung.

In Bild 9.3 sind die Werte für das einfache System aufgetragen, das aus einem zwei-seitig gelenkig gelagerten Podest und einem am Fußpunkt liniengelagerten Lauf besteht, weil hier eine gute Überschaubarkeit besteht und an diesem System im zweiten Belastungszyklus sehr hohe Lasten aufgebracht werden konnten /37/. Die rechnerischen Werte werden daher mit den Ergebnissen dieses Belastungszyklus bei Treppe 2 verglichen, bei dem nur der untere Teil des Versuchskörpers belastet wurde. Bild 9.3 zeigt für die rechnerischen Resultierenden der vertikalen Auflagerkräfte aller drei Auflagerlinien eines solchen Systems über den gesamten Beanspruchungsbereich bis zum Bruch nur geringe Abweichungen zu den Versuchswerten.

In Bild 9.4 sind die Auflagerkräfte infolge gleichmäßiger Flächenlast für das untere Podest des Systems mit zwei Läufen und Podesten dargestellt, wie es dem Versuchskörper Treppe 3 entspricht. Die Summe der Auflagerkräfte aus den Resultierenden beider Auflagerlinien stimmt wiederum gut mit den im Versuch an Treppe 3 gemessenen Werten überein. Deutlichere Abweichungen ergeben sich allerdings bei einer getrennten Betrachtung beider Auflagerlinien des unteren Podestes zwischen den Ergebnissen aus den Berechnungen und dem betrachteten Versuch. Die im Versuch ermittelte Verteilung der Auflagerkräfte ist gegenüber der Rechnung, die größere Werte für die Auflagerlinie B" ergibt, zur Auflagerlinie B' verschoben. Dies kann mit dem bereits im Abschnitt 4.5.5 enthaltenen Hinweis auf die bei den Versuchen vergrößerte Nachgiebigkeit der Auflagerlinien erklärt werden. Wegen der vergleichsweise dehnweichen Auflagerbolzen (siehe Anlage A 2), die zur Bestimmung der vertikalen Auflagerkräfte angeordnet worden waren, erfolgte die Abstützung des oberen Podestes auch am Treppenauge und nicht ausschließlich an der Auflagerlinie B", wie es die Hauptspannungsverläufe in Anlage B 2 für eine starre Auflagerung erwarten lassen und wie sie bei der Berechnung der Auflagerkräfte insofern berücksichtigt wurde, als die Kraft aus den an der Knicklinie C am oberen Podest angeordneten Dehnfedern entsprechend Bild 8.8 in voller Höhe den Auflagerkräften der Linie B" zugewiesen wurden.

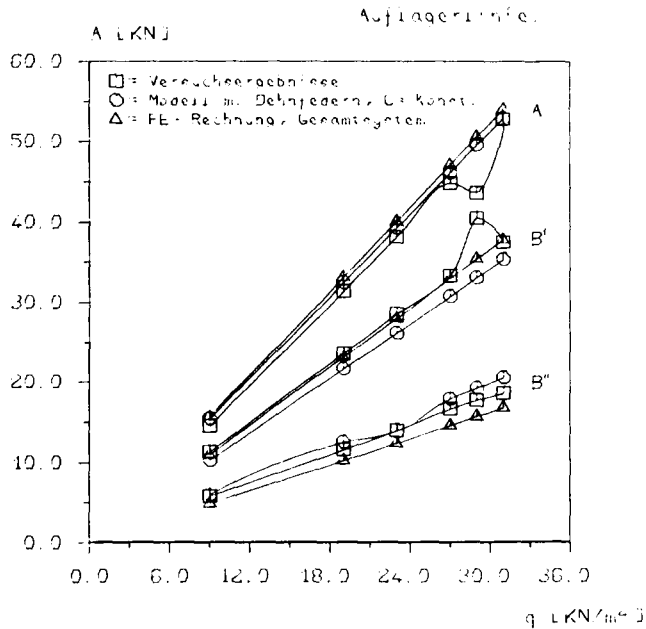


Bild 9.3: Vergleich der Auflagerkräfte aus Rechnung und Versuch für ein System aus einem Podest und einem Lauf

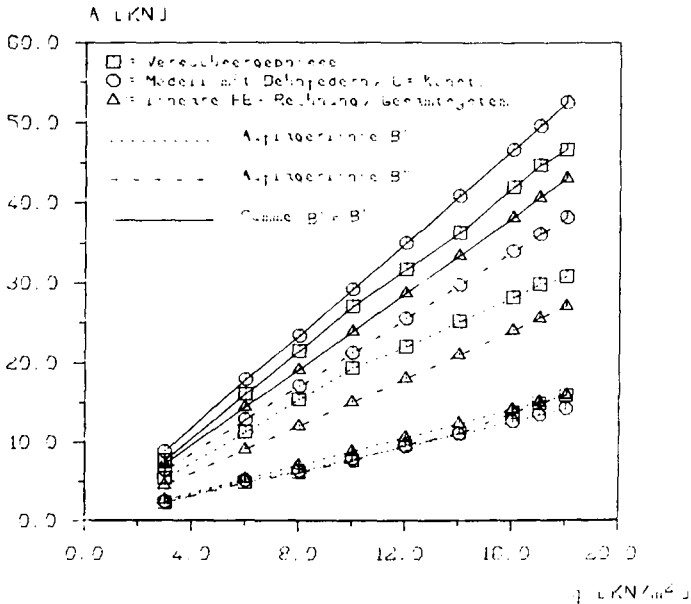


Bild 9.4: Vergleich der Auflagerkräfte aus Rechnung und Versuch am unteren Podest

9.4 Einfluß der Faltwerkwirkung auf die Konstruktionspraxis bei Stahlbetontreppen

9.4.1 Änderungen der Konstruktion und der Bauverfahren

Neben den architektonischen Anforderungen wird die Konstruktion von Treppen auch durch das Bauverfahren sowie die Auflagerung und die Verbindung zu den angrenzenden Bauteilen bestimmt. Während jedoch die architektonischen Belange, etwa die Wahl der Steigungsverhältnisse und Stufenmaße oder die Anordnung der Antritts- und Austrittskanten kaum beeinflusst werden, ist die Ausnutzung der Faltwerkwirkung bei der Konzeption der übrigen Konstruktionsmerkmale zu berücksichtigen. Das dabei nachteilige Auswirkungen auf den Bauablauf vermieden werden können, wird insbesondere dadurch gewährleistet, daß die Ausnutzung der Faltwerkwirkung nicht zu Einschränkungen bei der Auswahl der Bauverfahren führt. Sowohl die Ausführung der Treppen in Ortbetonbauweise als auch der Einsatz von Fertigteilen bleiben weiterhin möglich. Diese Feststellung ist insofern bedeutungsvoll, weil gerade der Einsatz von Fertigteiltreppen auf zahlreichen Baustellen aus baubetrieblichen Anforderungen gewünscht wird. Die Herstellung kleinerer Fertigteile unmittelbar auf der Baustelle begünstigt in der Regel eine wesentlich gleichmäßigere Auslastung der Arbeitskräfte. Im Hinblick auf die Faltwerkwirkung ist allerdings einschränkend anzumerken, daß eine Auflagerung nach unten abgewinkelter Läufe über ein abgesetztes Auflager entsprechend der verbreiteten Lösung aus Bild 9.5 a) nicht möglich ist, da bei diesem Auflagerpunkt keine Stützkräfte übertragen werden können. Dennoch verbleiben verschiedene Möglichkeiten für wirtschaftliche Fertigteilösungen.

Soll eine getrennte Herstellung der Läufe und Podeste als Fertigteile beibehalten werden, so kann die Entstehung und Übertragung der Stützkräfte durch zusätzlich angeordnete Einbauteile aus Stahl erfolgen, die darüberhinaus zur genauen Justierung beim Versetzen der Bauteile von Vorteil sind. Eine einfachere Lösung ist vermutlich die Herstellung einer monolithischen Verbindung durch nachträgliches Vergießen eines entlang der Knicklinie verlaufenden Streifens. Die Übertragung der Stützkräfte wird dabei durch Anschlußbewehrung sichergestellt, die aus den Fertigteilen in diese Vergußzone hineinragt. Dazu sei noch ergänzend angemerkt, daß die in Bild 9.5 gezeigte und vorwiegend bei in Gleitbauweise erstellten Treppenhäusern gebräuchliche Auflagerung der Fertigpodestplatten über Klauenaufleger beibehalten werden kann, wenn ihre Lagerung in Nischen auch zur Aufnahme von Horizontalbeanspruchungen geeignet ist.

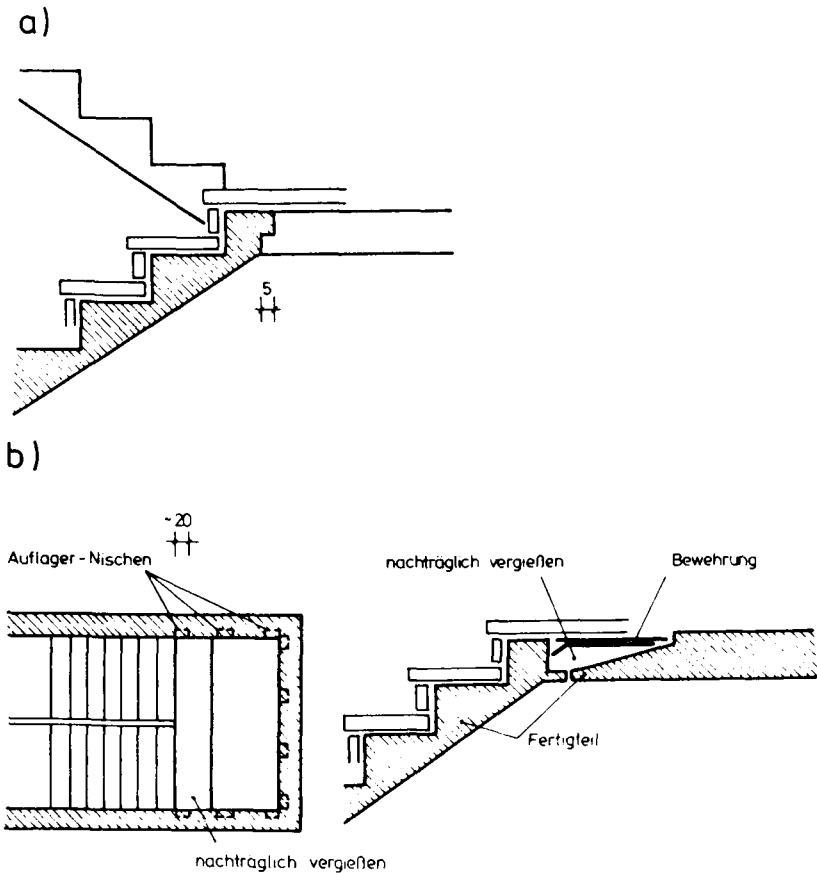


Bild 9.5: Lösungen zur Ausbildung des Auflagerpunktes zwischen Podest und abgewinkelterm Lauf:

- a) nicht geeignet für Faltwerkwirkung
- b) geeignet zur Übertragung von Stützkräften

Gegenüber der Lösung in Bild 9.5 b) sind u.U. Vereinfachungen zu erwarten, wenn monolithische Bauteile aus jeweils einem Podest und einem nach unten abgewinkeltem Lauf gemäß Bild 9.6 versetzt montiert werden. Dieser Vorschlag aus /34/ entspricht dem Versuchskörper Treppe 2 (Abschnitt 4.2). Er erlaubt die Nutzung der Faltwerkwirkung ohne zusätzliche Einbauteile und vermeidet nachträgliche Betonierarbeiten.

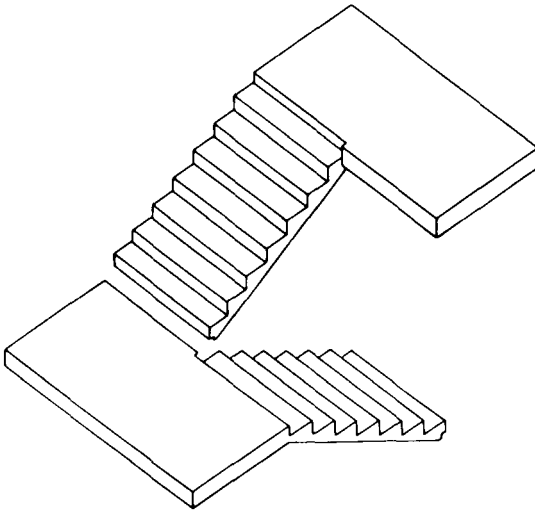


Bild 9.6:

Treppe aus wechselseitig montierten Fertigteilen mit einem Lauf und einem Podest

Eine weit verbreitete Variante bei der Herstellung von Treppen zeigt Bild 9.7. Dabei werden nur die Läufe als Fertigteile hergestellt und vor dem Betonieren in die Podestschalung eingelegt. Die Ausnutzung der Falterwirkung schränkt die Anwendung dieser Konstruktion nicht ein. Zu beachten ist lediglich, daß die Anschlußbewehrung und die Bewehrung des Fertigteiles auf die Tragwirkung im Endzustand abgestimmt werden.

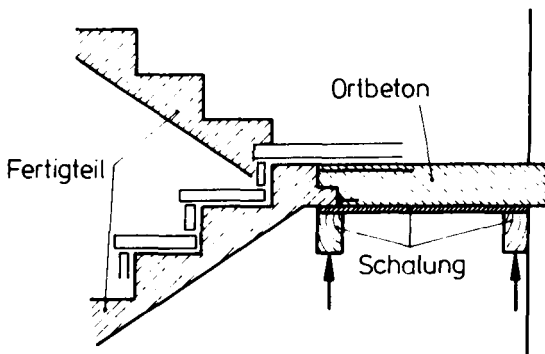


Bild 9.7:

Verlegen der Fertigteiläufe in die Podestschalung

9.4.2 Änderungen der Bewehrung und der Querschnittsabmessungen

Die Änderungen des Biegetragverhaltens, die sich bei den untersuchten Treppen mit der Ausnutzung der Faltwerkwirkung einstellen, führen zu einer nachhaltigen Verringerung des Bewehrungsgehaltes. In Abschnitt 9.2 wurde gezeigt, daß die rechnerische Schnittgrößenverteilung gut mit Versuchsergebnissen übereinstimmt. Die Biegebemessung kann daher ohne Hinzufügen additiver Sicherheitselemente durchgeführt werden und erfaßt unmittelbar die aus der Stützung entlang der Knicklinie entstehende Verringerung des Bewehrungsgehaltes. Ergänzend dazu sei noch auf die typischen Vereinfachungen der Bewehrungsführung hingewiesen. Das wichtigste Merkmal besteht zweifellos im Fortfall der "versteckten Unterzüge" und der Bewehrungskonzentration parallel zu den Knicklinien, sowie in der nun ausschließlich für eine negative Momentenbeanspruchung (Zug oben) auszulegenden Bewehrung der Rahmenecke senkrecht zu den Knicklinien. Die bei Treppen sicher zu gewährleistende Stützung erlaubt eine Führung der unteren Biegebewehrung entsprechend Bild 9.8. Die Länge der Stabenden im Anschluß an den Schnittpunkt wird dabei ausschließlich durch die Forderung nach einer einwandfreien Endverankerung bestimmt.

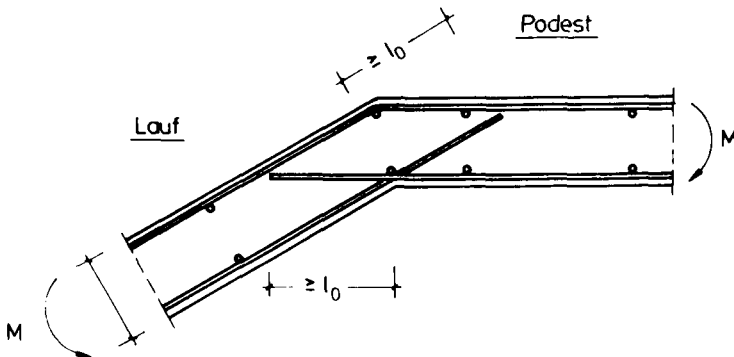


Bild 9.8: Vereinfachte Bewehrungsführung an der Knicklinie

Zusätzlich zum Biegetragverhalten ist bei Treppen mit Faltwerkwirkung die Aufnahme der Scheibenbeanspruchung nachzuweisen. Daraus entsteht keine aufwendigere Bewehrungsführung. Zu erwarten sind allenfalls örtlich höhere Bewehrungsgrade, insbesondere bei Konstruktionen mit horizontal verschieblicher Lagerung einzelner Bauteile (siehe Abschnitt 8). Insgesamt ist im Hinblick auf die Bewehrung damit festzustellen, daß die Verringerung des Bewehrungsgehaltes und Vereinfachungen der Bewehrungsführung zu einer wirtschaftlicheren Konstruktionspraxis bei Treppen mit Faltwerkwirkung beitragen.

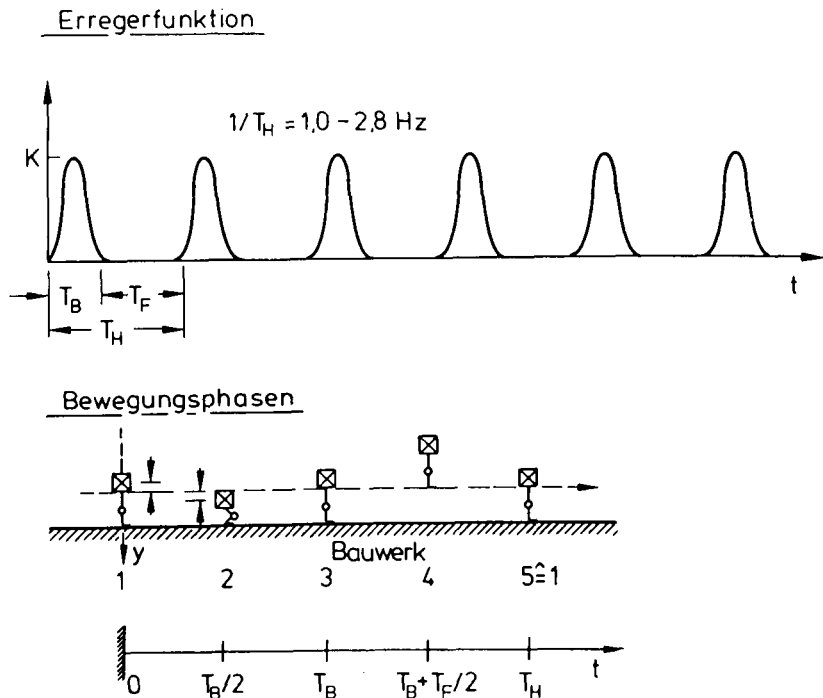


Bild 9.9: Erregerfunktion aus der Krafteinwirkung eines hüpfenden Menschen und zugehörige Bewegungsphasen /42/

Außer dem Einfluß auf die Bewehrung, ermöglicht die infolge der Faltwerkwirkung verringerte Biegebeanspruchung auch eine Ausführung schlanker Bauteilquerschnitte. Inwieweit sich daraus Vorteile, z.B. für die Gestaltung oder eine Erhöhung der Wirtschaftlichkeit ergeben, ist nicht allgemeingültig festzulegen und muß daher in jedem Einzelfall geprüft werden. Bedeutsamer ist in diesem Zusammenhang die Beurteilung möglicher nachteiliger Auswirkungen. Beobachtungen an Treppen zeigen nämlich, daß Menschen diese unter bestimmten Voraussetzungen zu Schwingungen anregen und damit die Gebrauchsfähigkeit beeinträchtigen können. Nachteile sind demnach vor allem als Folge einer erhöhten Empfindlichkeit gegenüber Bauwerksschwingungen vorstellbar. Nachfolgend werden hierzu einige Ableitungen für eine vereinfachte Abschätzung des veränderten Schwingungsverhaltens zusammengestellt. Wichtigste Voraussetzung dafür ist die Kenntnis der schwingungsauslösenden Erregerfunktion. Als Ergebnis theoretischer Untersuchungen und Messungen an Bauwerken wurden

hierzu in /42/ Angaben für die Bewegungsarten Gehen, Laufen und Hüpfen zusammengestellt. Dabei zeigte sich, daß der Mensch Bauwerke nur in dem sehr eng begrenzten Frequenzbereich zwischen 1,0 Hz und 3,6 Hz anregen kann. Die ungünstigste Erregerfunktion ergibt sich beim Hüpfen oder schnellen Laufen aus periodischen Impulsen entsprechend Bild 9.9. Das Frequenzband kann für diese Bewegung noch weiter eingeengt werden. Es liegt etwa zwischen 1,0 Hz und 2,8 Hz.

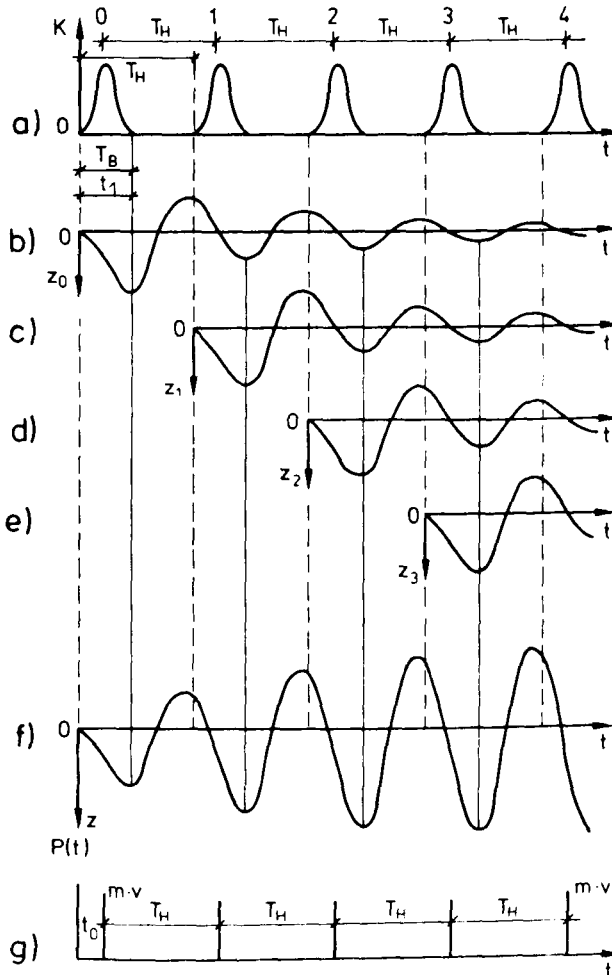


Bild 9.10: Überlagerung der Schwingungsamplituden im Fall einer Impulsresonanz

Aus dem Kraft - Zeit Verlauf in Bild 9.9 kann der Impuls mit Gl. (9.1) bestimmt werden.

$$\int K \cdot dt = \int m \cdot \frac{dv}{dt} \cdot dt \longrightarrow \int m \cdot dv = m \cdot v \quad (9.1)$$

mit K: Kraft

m: Masse des Menschen

v: Geschwindigkeit des Menschen

Bild 9.10 verdeutlicht die Entstehung einer Impulsresonanz. Die gewählte Darstellung veranschaulicht, daß sich die Schwingungsamplituden nur dann überlagern, wenn $t_1 \geq T_B$ ist und wenn das Verhältnis der Schwingungsdauer zur ansteigenden Phase T_H/T_B ganzzahlige Werte annimmt. Beide Bedingungen sind im möglichen Frequenzbereich für $T_B = T_F$ bzw. $T_H = 2 T_B$ erfüllt.

Faßt man den Impuls entsprechend Bild 9.10 g) zu einem komprimierten Ereignis zusammen, so kann aus dem Impulserhaltungssatz Gl. (9.2) zur Bestimmung der Geschwindigkeit des schwingenden Bauteils abgeleitet werden. Daraus ist mit Gl. (9.3) die Auslenkung infolge eines einmaligen Impulses zu ermitteln.

Impulserhaltungssatz:

$$m \cdot v = M \cdot u$$

mit M: Masse der Treppe

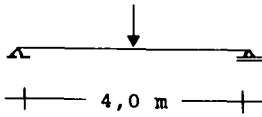
u: Geschwindigkeit der Treppe

$$u(t) = \frac{\int_0^t K \cdot dt}{M} \quad (9.2)$$

$$s(t) = \frac{\int_0^t \int_0^t K \cdot dt^2}{M} \quad (9.3)$$

Mit Gl. (9.1) - (9.3) sowie den Bildern 9.9 und 9.10 sind nunmehr die wichtigsten Zusammenhänge für eine Schwingungsbeurteilung dargestellt. Als Ergebnis der Betrachtungen zum Schwingungsverhalten kann daraus zunächst die Empfehlung abgeleitet werden, die Bauteile so zu dimensionieren, daß ihre Eigenfrequenz f von dem Erregerband 1,0 Hz bis 2,8 Hz deutlich abweicht. Die folgende erläuternde Beispielrechnung vermittelt einen Eindruck über die Größenordnung der zu erwartenden Bauteilfrequenzen.

Beispiel 9.1 zur Bestimmung der Eigenfrequenz f eines Treppenlaufes:



$$b = 1,00 \text{ m}$$

$$d = 0,10 \text{ m}$$

$$E = 3,4 \cdot 10^6 \text{ N/cm}^2$$

$$I = \frac{100 \cdot 10^3}{12} = 8333 \text{ cm}^4$$

Die Steifigkeit K_B und die Masse M des Treppenlaufes betragen:

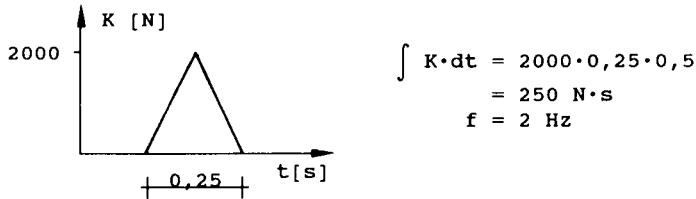
$$K_B = \frac{48 \cdot 3,4 \cdot 10^6 \cdot 8333}{400^3} = 21249 \text{ N/cm}; \quad m \approx \frac{28}{981} = 0,0285 \text{ N} \cdot \text{s}^2/\text{cm}$$

$$\Omega = \frac{K_B}{m} = \frac{21,249}{0,0285} = 27,3 \text{ s}^{-1}$$

$$T = \frac{2 \cdot \pi}{\Omega} = 0,23 \text{ s}; \quad \longrightarrow \quad f = \frac{1}{T} = \underline{\underline{4,34 \text{ Hz} > 2,8 \text{ Hz}}}$$

Das Beispiel 9.1 ergab für die Steifigkeit im Zustand 1 eine Eigenfrequenz von $f = 4,34 \text{ Hz}$. Um den Bereich der möglichen Erregerfrequenzen zu erreichen, müßte die Steifigkeit K_B auf 41,5 % absinken. Nach Bild 5.10 muß ein derartiger Steifigkeitsabfall, z.B. infolge Rißbildung, immerhin als möglich unterstellt werden. Daraus folgt, daß die Erregerfrequenz eines hüpfenden Menschen unter ungünstigen Randbedingungen der Eigenfrequenz f eines Bauteils entsprechen kann. Daher soll nachfolgend wiederum anhand einer Beispielrechnung, die Größenordnung der zu erwartenden Auslenkungen überprüft werden. Zur Vereinfachung wird ein dreieckiger Kraftverlauf angenommen und die Größe der Kraftwirkung wird ungünstig für eine kleinere Menschengruppe in Ansatz gebracht.

Beispiel 9.2 zur Ermittlung der Auslenkung infolge des Impulses mehrerer hüpfender Menschen:



Mit Gl. (9.2) ist nun die Bauteilgeschwindigkeit zu bestimmen:

$$M = 28000 \text{ N} = 2854 \text{ kg}$$

$$u = \frac{250}{28000} = 0,009 \text{ m/s (Bauteilgeschwindigkeit)}$$

Damit beträgt die Auslenkung:

$$s = 0,009 \cdot 0,25 = 0,00223 \text{ m} = \underline{\underline{2,23 \text{ mm}}}$$

Zur Bestimmung der Amplitudenvergrößerung nach Bild 9.10 f) ist noch die Angabe der Dämpfung erforderlich. Sie folgt nach /62/ der Funktion:

$$A(t) = A \cdot e^{-\Omega \cdot D \cdot t} \quad [\text{mm}] \quad (9.4)$$

Darin sind A: Schwingungsamplitude

D: Dämpfungsmaß, hier zu 0,05 angenommen

Aus den Werten des Beispiels 9.2 wurden mit Gl. (9.4) die in Tabelle 9.2 enthaltenen Auslenkungen errechnet. Sie erlauben die zusammenfassende Feststellung, daß auch bei einer Verringerung der Bauteildicke d keine signifikante Erhöhung der Schwingungsanfälligkeit von Treppen entsteht, da die Auslenkungen noch nach mehreren Impulsen weit unter als zulässig erachteten Werten (z.B. 1/300) verbleiben.

i-ter Impuls	t [s]	$A \cdot e^{-\Omega D t}$ [mm]	ΣA [mm]
A0			2,23
1	0,625	0,95	3,18
2	1,125	0,54	3,72
3	1,625	0,24	3,96
4	2,125	0,12	4,09
5	2,625	0,06	4,15
6	3,125	0,03	4,18
7	3,625	0,02	4,20
8	4,125	0,01	4,20

Tabelle 9.2: Amplitudenvergrößerung bei einer Resonanzschwingung mit $f = 2 \text{ Hz}$

9.5 Erweiterte Nutzung der Falterkwerkirkung

Das bei Treppen infolge der Falterkwerkirkung erheblich verbesserte Tragverhalten führt konsequenterweise zu der Frage, inwieweit die in dieser Arbeit zusammengestellten Ableitungen und Modellvorstellungen auf solche Bauwerke oder Bauteile übertragen werden können, deren Tragelemente bisher ungenutzte Falterkwerkirkungen aufweisen und bei denen deshalb, ähnlich wie bei Treppen, nennenswerte Tragreserven verschenkt werden. Allgemein ist dazu anzumerken, daß die in den Abschnitten 6 und 7 enthaltenen Dehnsteifigkeiten immer dann zur Modellbildung herangezogen werden können, wenn Spannungsfelder bei der Erfassung von Tragwirkungen zu berücksichtigen sind, die in Flächentragwerken parallel zu den gleichzeitig senkrecht beanspruchten Mittelebenen verlaufen. Derartige Beanspruchungszustände sind für zahlreiche Flächentragwerke vorstellbar. Anders als bei Treppen weist jedoch die Geometrie ebenso wie die Zuordnung der Bauteile in der Regel eine größere Variationsbreite auf, so daß allgemeine feste Modellvorgaben zu diesen Anwendungsfällen wenig sinnvoll erscheinen. Vielmehr ist das Modell im Einzelfall den jeweiligen Randbedingungen und Erfordernissen anzupassen. Zur weiteren Erläuterung werden hierzu im folgenden Beispiele aufgezeigt, bei denen die gemeinsame Platten- und Scheibentragwirkung Vorteile für das Tragverhalten ergibt.

Außer den an Brücken bekannten Falterkwerkirkungen sind ähnlich günstige Tragwirkungen bei Auslaufkonstruktionen von Siloanlagen sowie bei Dach- und Tribünenanlagen /80/ vorstellbar. Vor allem Hochbaukonstruktionen, denen auch die bisher behandelten Treppen zuzuordnen sind, erlauben zahlreiche Anwendungsvarianten /4,75/. Eine wichtige Nutzungsmöglichkeit besteht bei der Aussteifung offener Querschnitte, z.B. bei Stahlbetonkernen in Hochhäusern. Bild 9.11 zeigt aus Stahlbetonwänden gebildete Treppenhäuser, deren Nachgiebigkeit durch die Berücksichtigung der Dehnsteifigkeit aus den an der offenen Seite angeordneten Treppenläufen insbesondere gegenüber Torsionsbeanspruchungen erheblich verringert wird.

Auch zur Aussteifung von Rahmen oder zur Versteifung von Kastenquerschnitten (Großtafelbau, Hochbauten mit Tunnelschalung) sind die schräg verlaufenden Treppenläufe oftmals gut geeignet. Solche Treppenlaufanordnungen, die Bild 9.12 a) beispielhaft erläutert, ergeben vor allem für Bauwerke in Erdbebengebieten deutliche Verbesserungen des Tragverhaltens. Auch in Deckenplatten von Hochbauten, die horizontale Lastwirkungen zu aussteifenden Bauteilen abtragen oder solche Bauteile untereinander verbinden (siehe Bild 9.12 b), ist eine gemeinsame Platten- und Scheibentragwirkung festzustellen.

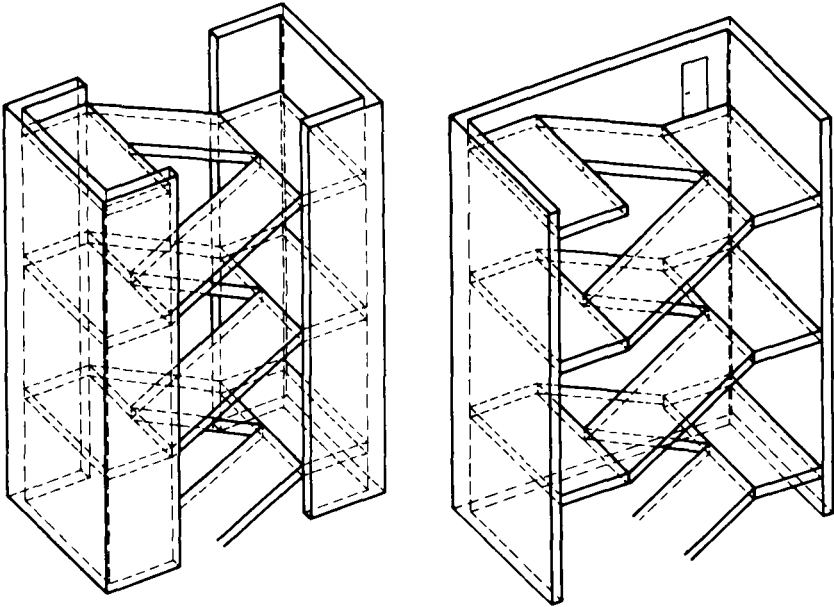


Bild 9.11: Treppenhauskerne aus offenen Querschnitten

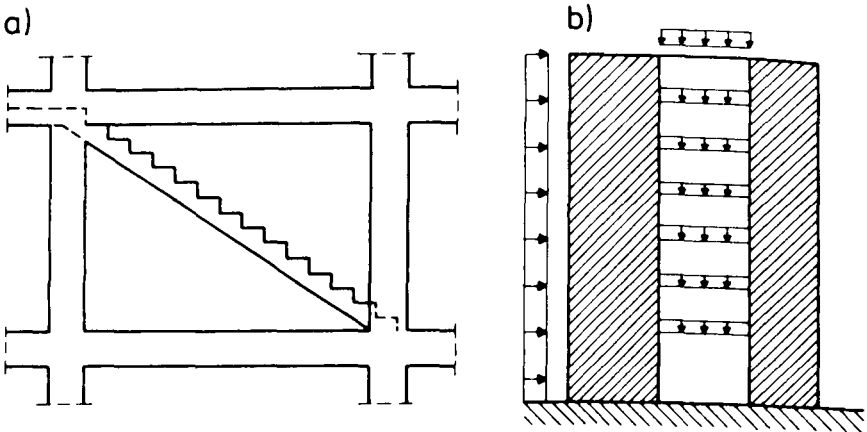


Bild 9.12: Faltwerkwirkung bei

- a) der Aussteifung von Bauteilen durch Treppenläufe
- b) Decken zwischen aussteifenden Kernen

Gerade die zuletzt aufgezeigten *Faltwerkwirkungen* aus dem Bereich des Hochbaus sind seit längerer Zeit durchaus bekannt und werden bei entsprechenden Aufgabenstellungen bereits ausgenutzt. In Ermangelung zutreffender Angaben für die wirk-samen Steifigkeiten muß dabei oftmals auf mehr oder weniger grobe Näherungen zu-rückgegriffen werden. So wird z.B. die Steifigkeit gegenüber Scheibenbeanspruchun-gen in aller Regel bisher als dehnstarr angenommen. Da die Dehnsteifigkeit K_D von Stahlbetonbauteilen sehr viel größer ist als die Biegesteifigkeit K_B , werden mit derart vereinfachten Annahmen u.U. nicht nur auf der sicheren Seite liegende, sondern auch ausreichend zutreffende Ergebnisse erzielt. Eine genauere Erfassung der Dehnstei-figkeit wird deshalb zunächst nur für solche Konstruktionen von Interesse sein, bei denen das Gesamttragwerk aus Konstruktionsgliedern mit sehr unterschiedlichen Steifigkeiten gebildet wird /4/. Darüberhinaus kann die Berücksichtigung wirklich-keitsnaher Dehnsteifigkeiten jedoch auch bei Systemen bedeutungsvoll sein, die Bie-gesteifigkeiten gleicher Größenordnung aufweisen, z.B. wenn dynamische Beanspru-chungen infolge stoßartiger Impulse aus Wind oder Erdbeben zu erfassen sind.

Auch wenn für die aufgezeigten Anwendungsmöglichkeiten hier keine allgemeingülti-gen Tragmodelle abgeleitet werden können, so kann bereits die Bereitstellung wirk-lichkeitsnaher Steifigkeiten, wie sie in Abschnitt 6 und 7 enthalten sind, als bedeu-tende Hilfe für die Ausnutzung der *Faltwerkwirkung* bei diesen Tragwerken angese-hen werden. Zur erweiterten Nutzung der Steifigkeitsverläufe in den Bildern 6.20 - 6.23 werden dabei neben Angaben zur Veränderung der Dehnsteifigkeit häufig noch er-gänzende Aussagen zur Größenordnung der Biegesteifigkeit benötigt. Sie werden nachfolgend für den gerissenen Bauteilabschnitt zusammengestellt, der Veränderun-gen maßgeblich bestimmt. Aus den mittleren Dehnungen nach Gl. (6.24) und Gl. (6.27) läßt sich dafür mit Gl. (9.5) unmittelbar die mittlere Krümmung im gerissenen Bereich berechnen. Daraus folgt mit Gl. (9.6) die mittlere Biegesteifigkeit $K_{Bm}^{(2)}$. Sie ist in Bild 9.13 für alle Betongüten und Bewehrungsgrade aufgetragen, deren zu-lässige Gebrauchsmomente das Erstrißmoment überschreiten. Daneben ist auch die aus der Krümmung im Riß ermittelte Biegesteifigkeit $K_{B,R}$ aufgetragen.

$$\varepsilon_m^{(2)} = \frac{|\varepsilon_{b1m}| + \varepsilon_{b2m}}{d - d_1} \quad (9.5)$$

$$K_{Bm}^{(2)} = \frac{M_G}{\varepsilon_m^{(2)}} \quad (9.6)$$

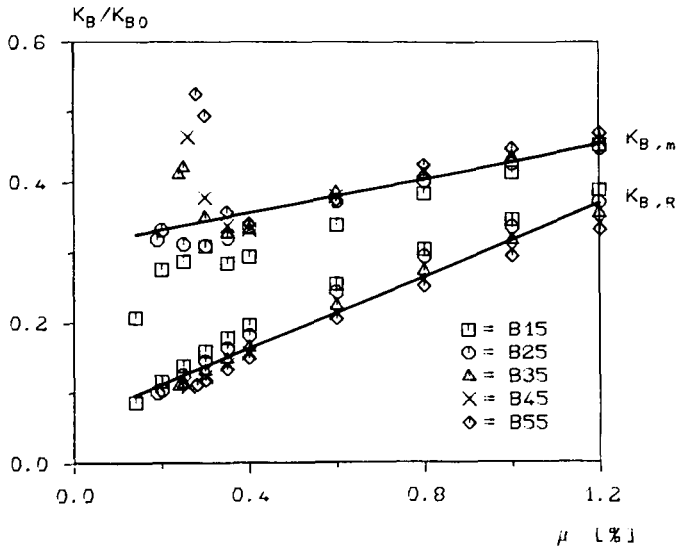


Bild 9.13: Biegesteifigkeit eines gerissenen Bauteilabschnittes für das größte nach /103/ zulässige Gebrauchsmoment

Eine Anwendung der abgeleiteten Steifigkeiten wird bei geänderten oder erweiterten Aufgabenstellungen auch durch die Bilder 9.14 und 9.15 wesentlich begünstigt. Sie verdeutlichen die beanspruchungsabhängigen Steifigkeitsänderungen und ermöglichen damit Aussagen zur Größenordnung der Biege- und Dehnsteifigkeit unter Belastungen, die vom üblicherweise unterstellten Gebrauchslastniveau abweichen. Dabei ist für Bewehrungsgrade von $\mu = 0,4 \text{ ‰}$ bis $\mu = 1,2 \text{ ‰}$ nur eine vergleichsweise geringe Streubreite zu beobachten, die eine Berücksichtigung der lastabhängigen Steifigkeitsänderungen mit den gewählten Darstellungen erleichtert und für zahlreiche Anwendungsfälle als ausreichend genau erscheinen läßt. Angemerkt sei dazu noch, daß die Werte für $M/M_G = 1,0$ den Bildern 6.20 - 6.23 bzw. 9.13 entsprechen.

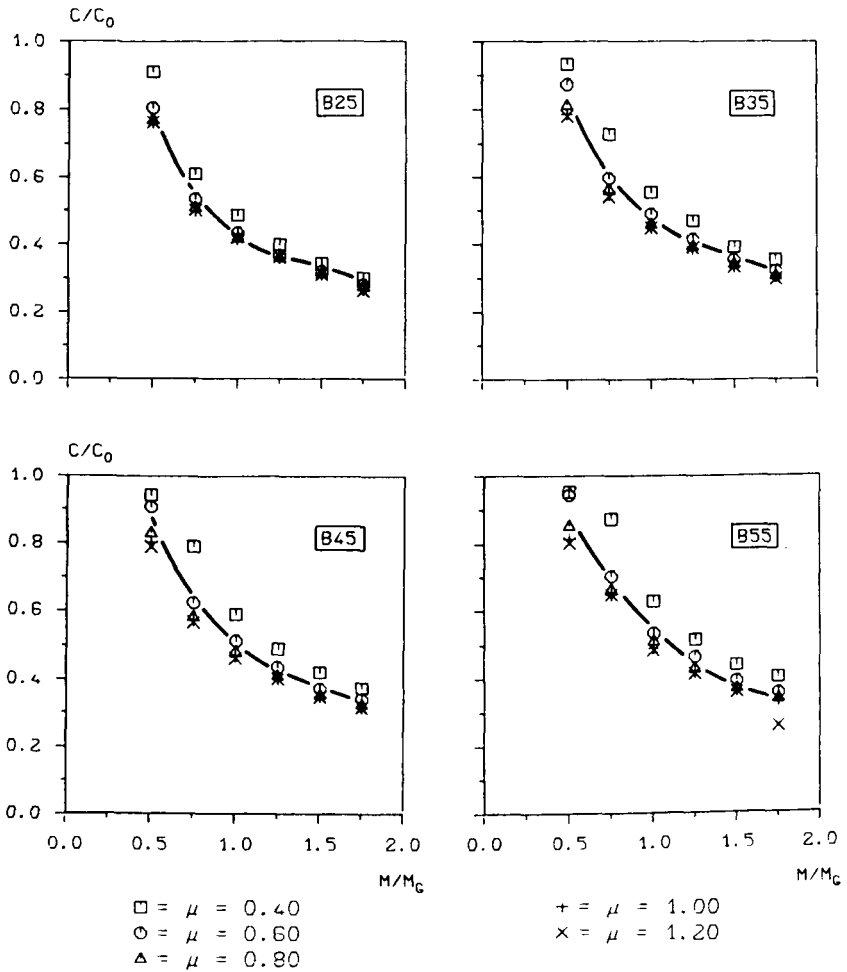


Bild 9.14: Beanspruchungsabhängige Änderung der bezogenen Dehnsteifigkeit C/C_0 für Bewehrungsgrade $\mu = 0,4 \text{ ‰}$ bis $\mu = 1,2 \text{ ‰}$ und Betongü-
ten B25 bis B55.

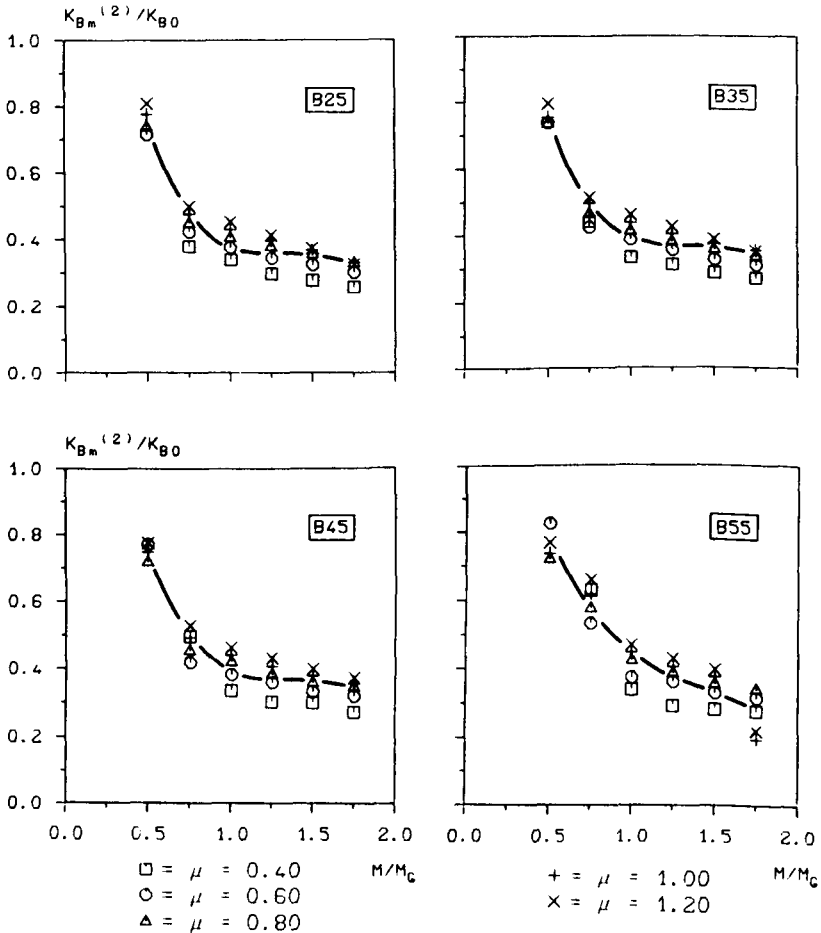


Bild 9.15: Beanspruchungsabhängige Änderung der bezogenen mittleren Biegesteifigkeit $K_{Bm}^{(2)}$ eines gerissenen Bauteilabschnittes für Bewehrungsgrade $= 0,4 \text{ ‰}$ bis $1,20 \text{ ‰}$ und Betongüten B 25 bis B 55

Die in der vorliegenden Arbeit entwickelten Angaben zur Größenordnung der wirksamen Steifigkeiten zeichnen sich vor allem durch die umfassende Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons auf Zug aus. Um die Größenordnung dieser Mitwirkung zu veranschaulichen, sind in Bild 9.16 die mittleren Stahdehnungen $\epsilon_{s2,m}$ den Stahldehnungen $\epsilon_{s2,R}$ im Riß gegenübergestellt. Der ebenfalls dargestellte Spannungsverlauf nach Rao /67/, der für reine Biegung entwickelt wurde und nach Gl. (9.7) berechnet wird, zeigt eine deutlich verminderte Mitwirkung des Betons auf Zug. Diese

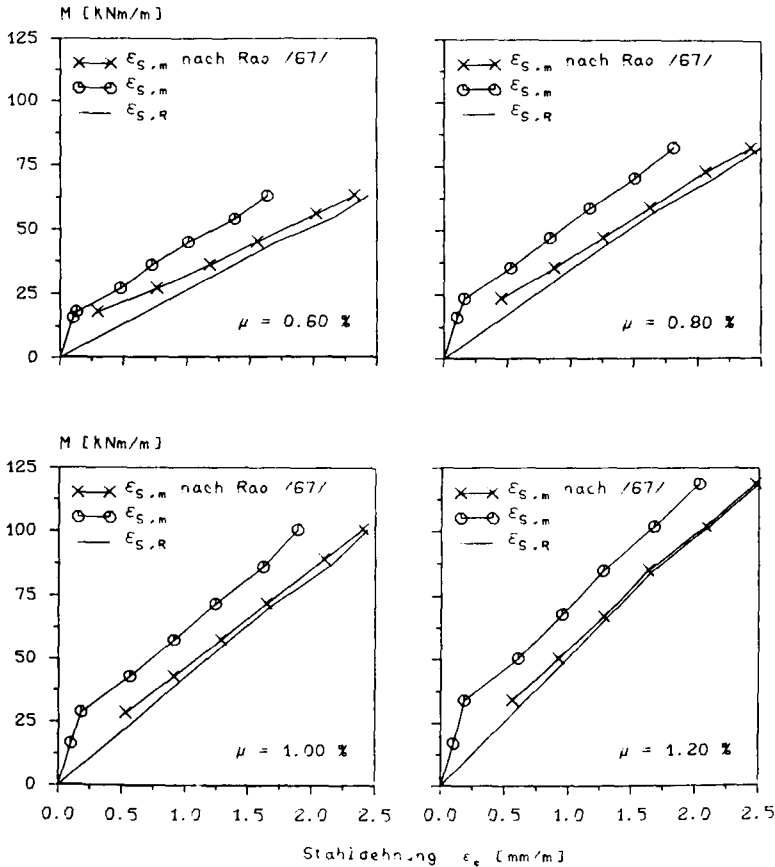


Bild 9.16: Beanspruchungsabhängiger Verlauf der Stahldehnungen

Beobachtung stimmt auch mit Vergleichen in /91/ überein. Dort zeigte sich, daß Gl. (9.7) die Ergebnisse anderer Forscher hinsichtlich der Mitwirkung des Betons auf Zug besser annähert, wenn der Faktor 0,18 auf 0,5 erhöht wird.

$$\epsilon_{s2,m} \approx \epsilon_{s,R} - 0,18 \cdot \left[\frac{\beta_{BZ}}{\mu} \right]^2 \cdot \frac{1}{E_s \cdot \sigma_{s,R}} \quad (9.7)$$

Ergänzend zu Bild 9.16 sind in Bild 9.17 noch einige Momenten-Krümmungs Verläufe aufgetragen. Auffallend ist, daß wie bei den Dehnungsverläufen in Bild 9.16 mit steigender Beanspruchung keine Verminderung der Mitwirkung des Betons auf Zug erkennbar wird, wie sie z.B. nach der schematischen Darstellung des Bildes 6.1 zu erwarten wäre. Der Grund für diese geringfügig erhöhte Einschätzung des Steifigkeits-

verlaufes liegt in der Annahme des Abschnittes 6.4.3.2 begründet, nach der für Bauteile mit Rißabständen ohne Bereiche ungestörten Verbundes der untere Verformungsgrenzwert entsprechend Gl. (6.17) mit einem mittleren Rißabstand von $a_m = 2 \cdot x_1$ zugrunde gelegt wurde.

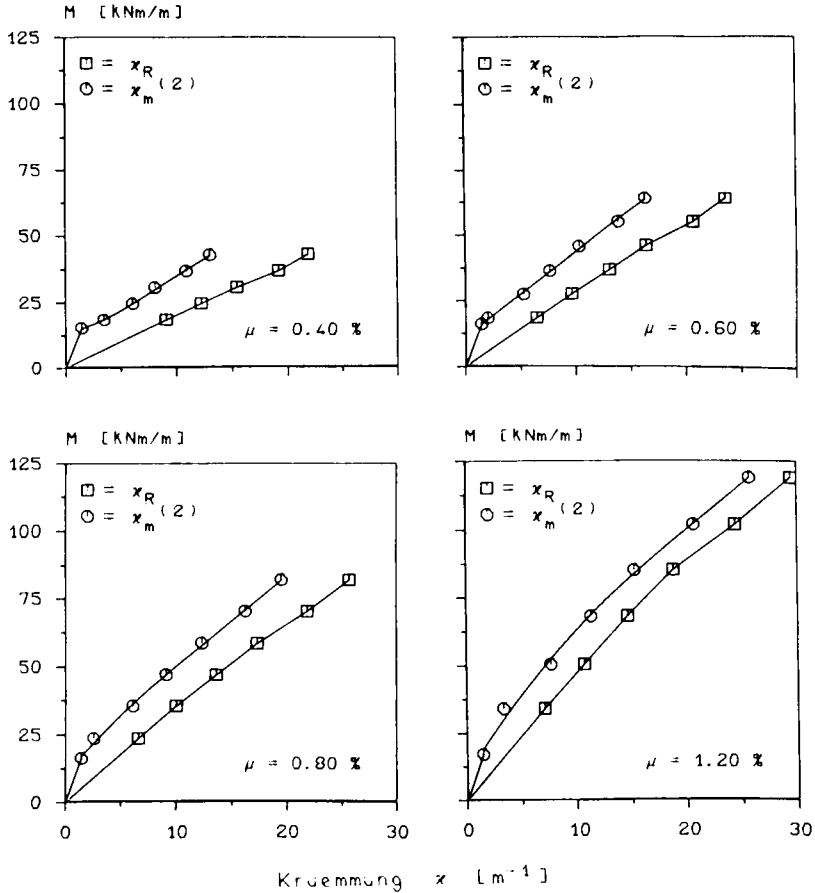


Bild 9.17: Momenten-Krümmungsbeziehungen für einen Beton B 35, Normalkraft $N = 0$

10 Zusammenfassung

Die Faltwerkwirkung bei Treppen ist seit langem bekannt. Obwohl bereits frühzeitig Tragmodelle zu ihrer Erfassung angegeben wurden, werden diese Ansätze in der Baupraxis kaum angewandt, vermutlich weil gesicherte Angaben zur Nachgiebigkeit an den Knicklinien fehlen. Schnittgrößenermittlungen nach den derzeit gebräuchlichen Systemvorstellungen unterstellen daher nur eine Lastabtragung über die Plattentragwirkung senkrecht zu den Mittelflächen. Die aus der abgewinkelten Anordnung der Läufe und Podeste entstehende Scheibentragwirkung wird vernachlässigt. Da Stahlbetonbauteile erheblich größere Dehnsteifigkeiten als Biegesteifigkeiten aufweisen, muß der Einfluß der Stützung auf das Formänderungsverhalten mit Näherungen abgeschätzt werden, die häufig weit auf der sicheren Seite liegen. In der vorliegenden Arbeit wurde deshalb ein Tragmodell entwickelt und daran ein Rechenverfahren mit der Zielsetzung abgeleitet, eine zuverlässige Erfassung der Faltwerkwirkung zu ermöglichen. Daneben soll die Angabe einfacher Konstruktions- und Bemessungsregeln eine verbreitete Anwendung sicherstellen. Im Anschluß an eine Zusammenstellung des Kenntnisstandes zu den Tragwirkungen von Treppen werden zunächst die erforderlichen Werkstoffeigenschaften erläutert, die für die Wertung der Versuchsergebnisse und für das abzuleitende Tragmodell benötigt werden. Dabei interessieren neben den Festigkeitseigenschaften auch das zeitabhängige Verhalten und die Verbundwirkungen zwischen Beton und Bewehrung.

Die Ableitung eines Tragmodells erfolgt im Rahmen von experimentellen und rechnerischen Untersuchungen. Ergänzend zu drei Traglastversuchen in naturnahem Maßstab bis zum Bruch, werden Treppensysteme mit der FE-Methode nachgerechnet. Dabei zeigt sich die erwartete Stützung entlang der Knicklinien. Sie kann jedoch keineswegs als starr angesehen werden, sondern besitzt gegenüber den Auflagerlinien der Podeste eine größere Nachgiebigkeit. Mit der FE-Rechnung konnte dazu nachgewiesen werden, daß die Stützung vor allem von Druck- und Zugspannungsfeldern bestimmt wird, die sich in den Läufen parallel zu den Mittelebenen ausbilden. Mit der Kenntnis der Scheibenspannungen wird ein Tragmodell abgeleitet, bei dem die Stützung über entlang der Knicklinien angeordnete Dehnfedern berücksichtigt wird, die die Steifigkeit der Laufbereiche nachbilden, in denen die stützenden Spannungsfelder verlaufen.

Die zutreffende Beschreibung des Verformungsverhaltens dieser auf Biegung und Längskraft beanspruchten Bauteilabschnitte ist für die Wirklichkeitsnähe des Modells von großer Bedeutung. Sie erfolgte daher hier mit einem teils deterministischen, teils probabilistischen Verfahren, bei dem ein Abschnitt zwischen zwei Rissen als Scheibe betrachtet wird, die aus den Biegedruck- und Verbundkräften belastet wird. Aus dem

Spannungszustand dieser idealisierten Scheibe kann mit Annahmen zur Größe und Verteilung der Biegezugfestigkeit auf den Grad der Rißentwicklung geschlossen werden. Dabei war die zuverlässige Erfassung der Rißentwicklung und ihre Berücksichtigung bei der Berechnung mittlerer Dehnungen für die zu beurteilenden Treppen von Interesse, weil bei den überwiegend schwach bewehrten Konstruktionen, die insbesondere unter Berücksichtigung der Faltwerkwirkung zu erwarten sind, noch größere Bereiche mit ungestörtem Verbund zwischen den Rissen vorliegen, die eine höhere Steifigkeit als die Rißzonen und die angrenzenden Einleitungsstrecken aufweisen. Darüberhinaus erlaubte das gewählte Verfahren eine gezielte Variation und Betrachtung auch solcher Parameter, deren Einfluß in den Versuchen nicht umfassend untersucht werden konnte. Als Ergebnis werden Diagramme angegeben, in denen die Dehnsteifigkeit in Abhängigkeit des Bewehrungsgrades der Läufe aufgetragen ist. Er kann bei üblichen Lagerungen meist schon vorab hinreichend zuverlässig abgeschätzt werden und ist deshalb als Eingangswert für Steifigkeitsermittlungen gut geeignet.

Nach der Entwicklung des Tragmodells und der Bereitstellung wirklichkeitsnaher Dehnsteifigkeiten wird ein Rechenverfahren angegeben. Es kann z.B. nach dem Kraftgrößenverfahren auch in einer einfachen Handrechnung durchgeführt werden. Für die Berechnung der Last- und Einheitsspannungszustände an einem als besonders vorteilhaft erachteten, statisch unbestimmten Hauptsystem wurden entsprechende Beiwerte in Tabellen bereitgestellt. Der Vorteil des vorgeschlagenen Rechenverfahrens liegt darin, daß mit den resultierenden Federkräften auch die Scheibenbeanspruchung und die Horizontalkomponenten aus den Stützkraften abgeschätzt werden können.

Die abgeleiteten Rechenansätze werden anhand der Ergebnisse aus den eigenen Versuchen überprüft und hinsichtlich ihrer Auswirkungen auf die Konstruktions- und Bemessungspraxis beurteilt. Dabei zeigte sich eine gute Übereinstimmung der Rechnung mit dem beobachteten Tragverhalten. Für die Konstruktion ergeben sich neben Bewehrungseinsparungen, vorwiegend in den Podesten, auch Vereinfachungen der Bewehrungsführung durch Fortfall der Bewehrungskonzentration parallel zu den Knicklinien und durch die Ausbildung der Rahmenecke für ausschließlich negative Momente senkrecht dazu. Im Hinblick auf die an den Auflagern abzuleitenden Horizontalkomponenten aus den Stützkraften ist festzustellen, daß sie nicht zu nachteiligen Einschränkungen bei der Anwendung moderner Bauverfahren führen. Insbesondere die für Treppen häufig angestrebte Herstellung als Fertigteil kann bei Beachtung der Horizontalbeanspruchungen beibehalten werden.

Insgesamt konnte in der vorliegenden Arbeit aufgezeigt werden, daß die Ausnutzung der Faltwerkwirkung bei Treppen zu einem deutlich günstigeren Tragverhalten ge-

genüber Systemen führt, die nur die Plattentragwirkung erfassen und mögliche Scheibentragwirkungen ungenutzt lassen. Aus diesem Grund wurde ergänzend untersucht, inwieweit derartige, bisher ungenutzte Tragreserven auch bei anderen Flächentragwerken berücksichtigt werden. Die für Treppen aufbereiteten Angaben zu den wirksamen Steifigkeiten der auf Biegung mit Längskraft beanspruchten Bauteile wurden dazu mit Aussagen zur Größe der Biegesteifigkeit und zum Einfluß verschiedener von der Gebrauchslast abweichender Beanspruchungen ergänzt. Darüber hinaus werden weitere Faltwerkwirkungen aufgezeigt. Insbesondere für ihre zutreffende Erfassung bei der Aussteifung von Bauwerken gegenüber dynamischen Lastwirkungen sind jedoch noch weiterführende Forschungsarbeiten notwendig, um diese Anwendungen mit ähnlich einfachen Modellen und Steifigkeitsannahmen wirklichkeitsnah beschreiben zu können, wie die geraden, gegenläufigen Plattentreppen mit Läufen und Podesten.

LITERATURVERZEICHNIS

- /1/ Abramowitz, M.; Stegun, I.: Handbook of Mathematical Functions, Dover Publications Inc., New York 1965
- /2/ Alt, H.: Angewandte Mathematik, Finanzmathematik, Statistik, Informatik für UPN-Rechner, Vieweg, Braunschweig, Wiesbaden 1979
- /3/ Bathe, K.-J.; Wilson, E.; Peterson, F. E.: SAP IV - Beschreibung und Benutzerhandbuch, Mitteilung Nr. 73-3 aus dem Inst. f. konstruktiven Ingenieurbau, Ruhr - Universität Bochum, Sept. 1973
- /4/ Beck, H.: Ein Beitrag zur Berücksichtigung der Dehnungsverformungen bei Rahmen mit schlanken und gedungenen Konstruktionsgliedern, Die Bau-technik 36, 1959, S. 178-184
- /5/ Bonzel, J.: Zur Gestaltsabhängigkeit der Betondruckfestigkeit, Beton- und Stahlbetonbau 54, 1959, S. 223-228
- /6/ Born, J.: Berechnung einer einläufigen Treppe als Falwerk, Bauwelt 51, Heft 22, 1960, S. 631
- /7/ Born, J.: Falwerke (Ihre Theorie und Berechnung), Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart, 1954
- /8/ Born, J.: Falwerke, Betonkalender 1965, Bd. 2, S. 385-455, Verlag W. Ernst & Sohn, Berlin, 1965
- /9/ Craemer, H.: Allgemeine Theorie der Falwerke, Beton und Eisen 25, Heft 15, 1930, S. 276-281
- /10/ Czerny, F.: Tafeln für vierseitig und dreiseitig gelagerte Rechteckplatten, Betonkalender 1984, Bd. 2, S. 349-446, Verlag W. Ernst & Sohn, Berlin 1984
- /11/ Dilger, W.; Walther, R.; Leonhardt, F.: Versuche zur Momentenumlagerung an durchlaufenden Platten, Beton- und Stahlbetonbau 63, 5, 1968, S. 110-114
- /12/ Dörr, K.; Mehlhorn, G.; Stauder, W.; Uhlisch, D.: Berechnung von Stahlbetonscheiben im Zustand 2 bei Annahme eines wirklichkeitsnahen Werkstoffverhaltens, Heft 238 der Schriftenreihe des DAFStb., 1974, Berlin
- /13/ Duddeck, H.: Die Ingenieuraufgabe, die Realität in ein Berechnungsmodell zu übersetzen, Die Bautechnik, Heft 7, S. 225-234
- /14/ Ehlers, G.: Die Spannungsermittlung in Fächentragwerken, Beton und Eisen 25, 1930, Heft 15, S. 281-286, Heft 16, S. 291-296
- /15/ Eibl, J.; Ivanyi, G.: Studie zum Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbeton, Heft 260 der Schriftenreihe des DAFStb., 1976, Berlin
- /16/ Falk, S.: Technische Mechanik, Dritter Band, Mechanik des starren Körpers, Springer - Verlag, Berlin - Heidelberg - New York, 1969
- /17/ Freihart, G.: Die Berechnung der trägerlosen, geraden Podesttreppe, Beton- und Stahlbetonbau 50, 12, 1955, S. 318-319
- /18/ Fuchs, N.: Konstruktion von zweiläufigen Stahlbetonpodesttreppen mit gemeinsamen Bruchkanten, Deutsches Architektenblatt, Ausg. Baden-Württemberg 10, 9, 1977, S. 857-858
- /19/ Fuchssteiner, W.: Treppen, Betonkalender 1965, Bd. 2, S. 51-84, Verlag W. Ernst & Sohn, Berlin, 1965
- /20/ Funke, L.: Die elastische Einspannung gerader Treppenläufe in trägerlosen Podestplatten, Der Bauingenieur 32, 3, 1957, S. 90-92
- /21/ Goto, Y.: Cracks Formed in Concrete Around Deformed Tension Bars, ACI-Journal, April 1971, S. 244-251

- /22/ Grasser, E.: Darstellung und kritische Analyse der Grundlagen für eine wirklichkeitsnahe Bemessung von Stahlbetonquerschnitten bei einachsigen Spannungszuständen, Dissertation, Fakultät für das Bauwesen der TH München, 1968
- /23/ Grasser, G.; Thielen, G.: Hilfsmittel zur Berechnung der Schnittgrößen und Formänderungen von Stahlbetontragwerken nach DIN 1045, Heft 240 der Schriftenreihe des DAfStb., 1976, Berlin
- /24/ Günther, M.: Faltwerkwirkung massiver Podesttreppen, Treppe und Geländer 2, Heft 3, 1984, S. 113
- /25/ Guerrin, A.; Lavour, R. C.: Traite de Beton arme, Tome IV, 4. Aufl., Dunod, Paris 1971
- /26/ Heilmann; H. G.: Zug- und Druckfestigkeit des Betons, beton, 1969, Heft 2, S. 68-70
- /27/ Heilmann, H. G.: Zugspannung und Dehnung in unbewehrten Betonquerschnitten bei exzentrischer Belastung, Heft 269 der Schriftenreihe des DAfStb., 1976, Berlin
- /28/ Jahn, M.: Zum Ansatz der Betonzugfestigkeit bei den Nachweisen zur Trag- und Gebrauchsfähigkeit von unbewehrten und bewehrten Betonbauteilen, Heft 341 der Schriftenreihe des DAfStb., 1983, Berlin
- /29/ Johannsen, K. W.: Brudlinieteorier, Polyteknisk Forening, 1958
- /30/ Koch, R.: Verformungsverhalten von Stahlbetonstäben unter Biegung und Längszug im Zustand II auch bei Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen, Dissertation, Universität Stuttgart, 1976
- /31/ Kobarg, J.: Verankerung axialbeanspruchter Bewehrungsstäbe im Beton unter Querbeanspruchung, Teil 1 u. 2, Universität Karlsruhe, Institut für Massivbau und Baustofftechnologie, Karlsruhe 1984
- /32/ König, G.; Liphardt, S.: Hochhäuser aus Stahlbeton, Betonkalender 1985, Bd. 2, S.675-819, Verlag W. Ernst & Sohn, Berlin, 1985
- /33/ Koncz, T.: Handbuch der Fertigteil - Bauweise, Bd. 3, 2. Auflage, Bauverlag Wiesbaden GmbH, Wiesbaden, Berlin, 1967
- /34/ Kordina, K.; Fröning, H.: Überprüfung des Tragverhaltens von deckengleichen Unterzügen, Abschlußbericht zum Forschungsvorhaben B15-800173-46 im Auftrag des Bundesministers für Raumordnung, Bauwesen und Städtebau, durchgeführt am Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der TU Braunschweig, 1980
- /35/ Kordina, K.; Ivanyi, G.: Einfluß eines Dehnungsgradienten auf die Zugfestigkeit des Betons in Abhängigkeit von der Zusammensetzung, Schlußbericht zum Forschungsvorhaben des Instituts für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der TU Braunschweig, 1983
- /36/ Kordina, K.; Osteroth, H.-H.: Baukostendämpfung bei Geschoßtreppen, Abschlußbericht zum Forschungsvorhaben B15-800185-3 im Auftrag des Bundesministers für Raumordnung, Bauwesen und Städtebau, durchgeführt am Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der TU Braunschweig, 1987

Konstruktions- und Bemessungsregeln für Geschoßtreppen, Forschungsbericht des Instituts für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der TU Braunschweig, in Vorbereitung

- /37/ Kordina, K.; Wiedemann, G.: Untersuchungen über die Bewehrungsführung in geknickten Treppenlaufplatten, Abschlußbericht zum Forschungsvorhaben im Auftrag des Ministeriums für Landes- und Stadtentwicklung des Landes Nordrhein- Westfalen, Düsseldorf (Az:VB 1/72.02-61/75), durchgeführt am Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der TU Braunschweig, 1976
- /38/ Kordina, K.; Osteroth, H.-H.: Zur Auflagerung von Stahlbetonbauteilen mittels unbewehrter und bewehrter Elastmerlager, Der Bauingenieur 59, 1984, S. 461- 466
- /39/ Korenev, B.G.; Rabinovic, I.M.: Baudynamik Handbuch, VEB Verlag für Bauwesen, Berlin 1980
- /40/ Koseoglu, S.: Treppen, Betonkalender 1980, Bd. 2, S. 901-1034, Verlag W. Ernst & Sohn, Berlin, 1980
- /41/ Kraemer, U.; Thielen, G.; Grasser, E.: Berechnung der Durchbiegung von biegebeanspruchten Stahlbetonbauteilen unter Gebrauchslasten, Beton- und Stahlbetonbau 70, Heft 4, 1975, S. 87-95
- /42/ Kramer, H.; Kebe, H.-W.: Durch Menschen erzwungene Bauwerksschwingungen, Der Bauingenieur 54, 1979, S.195-199
- /43/ Krips, M.: Rißbreitenbeschränkung im Stahlbeton und Spannbeton, Dissertation, TH Darmstadt, 1984
- /44/ Kupfer, H.: Das Verhalten des Betons unter mehrachsiger Kurzzeitbelastung unter Berücksichtigung der zweiachsigen Beanspruchung, Heft 229 der Schriftenreihe des DAfStb., 1973, Berlin
- /45/ Lem, D. Y.: Treppen aus Eisenbeton, Beton und Eisen 12, 1930, S. 392-396
- /46/ Leonhardt, F.: Vorlesungen über Massivbau, Vierter Teil, Nachweis der Gebrauchsfähigkeit, Springer - Verlag, Berlin 1977
- /47/ Liebenberg, A. C.: The Design of Slab Type Reinforced Concrete Stairways, The Structural Engineer, May 1960, S. 156-164
- /48/ Malcov, K.; Karavaev, A.: Abhängigkeit der Festigkeit des Betons auf Zug bei Biegung und ausmittiger Belastung von den Querschnittsabmessungen, Wissenschaftliche Zeitschrift der TU Dresden, Heft 6, 1968, S. 1545-1547
- /49/ Marti, P.: Basic Tools of Reinforced Concrete Beam Design, ACI Journal, January - February 1985, S. 46-56
- /50/ Martin, H.: Zusammenhang zwischen Oberflächenbeschaffenheit, Verbund und Sprengwirkung von Bewehrungsstählen unter Kurzzeitbeanspruchung, Heft 228 der Schriftenreihe des DAfStb., 1973, Berlin
- /51/ Mayer, H.: Die Berechnung der Durchbiegung von Stahlbetonbauteilen, Heft 194 der Schriftenreihe des DAfStb., 1967, Berlin
- /52/ Melchers, E.: Validity of Yieldline Theory for Polyhedral Shells, Journal of the Engineering Mechanics Division, VOL. 105 NO.EM1., Feb. 1979, S. 107-126
- /53/ Meyer - Bohe, W.: Elemente des Bauens, Treppen, 2. Aufl.; Verlagsanstalt Alexander Koch GmbH, Leinfelden - Echterdingen, 1983
- /54/ Mielke, F.: Geschichte der deutschen Treppen, München, 1966
- /55/ Müller, F. P.; Eisenbiegler, W.: Ermittlung der Verbundspannungen an gedrückten einbetonierten Betonstählen, in Heft 319 der Schriftenreihe des DAfStb., 1981, Berlin
- /56/ Niedersächsische Bauordnung (NBauO) vom 23. Juli (Nieders. GVBL. S. 259, Nr. 28/1973

- /57/ N.N.: Test of a Staircase, Concrete and Constructional Engineering, January 1959, S. 25-27
- /58/ N.N.: Typenvariable Alpha-Treppenschalung, Betonwerk und Fertigteiltechnik 52, 4, 1986, S. 271-272
- /59/ Noakowski, P.: Die Bewehrung von Stahlbetonbauteilen bei Zwangbeanspruchung infolge Temperatur, Heft 296 der Schriftenreihe des DAfStb., 1978, Berlin
- /60/ Popovics, S.: A Numerical Approach to the Complete Stress-Strain-Curve of Concrete, Cement and Concrete Research, Vol.3, S.583-599, 1973
- /61/ Peacock, I.D.: Die Herstellung von Treppenlauf, Podest und Wand aus bestehenden Fertigteilen in Sonderformen, Betonstein - Zeitung, 12, 1969, S. 745-746
- /62/ Pocanschi, A.: Einführung in die Baudynamik und in erdbebensicheres Bauen, Habilitationsschrift, Universität Stuttgart, 1986
- /63/ Quast, U.: Zur Mitwirkung des Betons in der Zugzone, Beton- und Stahlbetonbau 76, 10, 1981, S. 247-250
- /64/ Quast, U.: Programmgesteuertes Berechnen im Massivbau, Vorlesungsumdruck des Instituts für Baustoffe Massivbau und Brandschutz der TU Braunschweig
- /65/ Rabich, R.: Beitrag zur Berechnung statisch unbestimmter Tragwerke aus Stahlbeton unter Berücksichtigung der Rißbildung, Aus Theorie und Praxis des Stahlbetonbaus, Verlag W. Ernst & Sohn, Berlin, München, 1969 (Franz-Festschrift)
- /66/ Rabich, R.: Die Formänderungen des Stahlbetonbalkens bei Biegung, Längskraft und Rissen, Bauplanung- Bautechnik, 26, 4, 1972, S. 176-182
- /67/ Rao, P. S.: Umlagerung der Schnittkräfte in Stahlbetonkonstruktionen. Grundlagen der Berechnung bei statisch unbestimmten Tragwerken unter Berücksichtigung der plastischen Verformungen, Heft 177 der Schriftenreihe des DAfStb., 1966, Berlin
- /68/ Raphael, J. M.: Tensile Strength of Concrete, ACI Journal, March- April 1984
- /69/ Rasch, Ch.: Spannungs-Dehnungslinien des Betons und Spannungsverteilung in der Biegedruckzone bei konstanter Dehngeschwindigkeit, Heft 154 der Schriftenreihe des DAfStb., 1962, Berlin
- /70/ Rehm, G.: Über die Grundlagen des Verbundes zwischen Stahl und Beton, Heft 138 der Schriftenreihe des DAfStb., 1961, Berlin
- /71/ Rehm, G.; Martin, H.: Zur Frage der Rißbegrenzung im Stahlbetonbau, Beton und Stahlbetonbau 63, 8, 1968, S. 175-182
- /72/ Rehm, G.; Rußwurm, D.; Wagner, O.: Die wichtigsten Neuregelungen der DIN 488, 1984, Betonwerk & Fertigteil-Technik, Heft 7/1985, S. 427-438
- /73/ Robinson, J. R.; Demorieux, J.M.: Essais de Traction-Compression sur Modeles d'Ame de Poutre en Beton, Institut du Recherches Appliquees du Beton Armee (IRABA), Teil I, Juni 1968; Teil II, Mai 1972
- /74/ Rosmann, R.: Plattentreppen, Deutsche Bauzeitschrift, 30, 9, 1982, S. 1259-1274
- /75/ Rosmann, R.: Beitrag zur Ermittlung der Interaktionskräfte zwischen Decken und profilierten Wandscheiben bei waagerechter Belastung, Die Bautechnik , 1987, S. 224-230
- /76/ Rostásy, F.S.; Alda, W.: Rißbreitenbeshränkung bei zentrischem Zwang von Stäben aus Stahlbeton und Stahleichtbeton, Beton- und Stahlbetonbau 72, Heft 6, 1977, S. 149-156

- /77/ Rostásy, F.S.: Zwang und Rissebeschränkung bei Außenwänden aus Stahlleichtbeton, Habilitationsschrift Universität Stuttgart, 1975
- /78/ Rostásy, F.S.; Henning, W.: Zwang und Oberflächenbewehrung dicker Wände, Beton- und Stahlbetonbau 80, 1985, Heft 4, S. 108-113, Heft 5, S. 134-136
- /79/ Rüsç, H.: Die Ableitung der charakteristischen Werte der Betonzugfestigkeit, beton, 2, 1975, S. 55-58
- /80/ Rüsç, H.; Jungwirth, D.; Hilsdorf, H. : Kritische Sichtung der Verfahren zur Berücksichtigung der Einflüsse von Kriechen und Schwinden des Betons auf das Verhalten der Tragwerke, Beton - und Stahlbetonbau 68, 1973, H.3 S. 49-60, H.4 S. 76-86, H.6 S. 152-158
- /81/ Samuely, F. J.: Folded Slab Construction, ACI Journal October 1958, S. 447-460
- /82/ Schäfer, H.; Schneider, G.; Schäfer, H. G.: Experimentelle Ermittlung der Steifigkeiten von Stahlbetonplatten, Heft 345 der Schriftenreihe des DAfStb., 1983, Berlin
- /83/ Schaper, G.: Stahlbetonplatten unter Last- und Zwangsbeanspruchung - Berechnung des zeitabhängigen Verhaltens bei Berücksichtigung der Rißbildung, Dissertation TU Braunschweig, 1978
- /84/ Scheer, J.; Peil, U.: Verbindung von Theorie und Experiment bei Untersuchungen von Bauteilen, dargestellt an einer Gerüststütze, Der Bauingenieur 59, (1984), S. 423-426
- /85/ Schießl, P.: Einsparung lohnintensiver Tätigkeiten, Hoch- u. Tiefbau, Heft 12, 1978, S.16-25
- /86/ Schlaich, J.; Schäfer, K.: Zur Druck- Querkzug- Festigkeit des Stahlbetons, Beton- und Stahlbetonbau 78, S. 73-77, 1983
- /87/ Schlaich, J.; Schäfer, K.: Konstruieren im Stahlbetonbau, Betonkalender 1984, Bd. 2, S. 787-1005, Verlag W. Ernst & Sohn, Berlin
- /88/ Schlaich, J.; Weischede, D.: Zum methodischen Bemessen und Konstruieren; CEB Heft 150
- /89/ Schleeh, W.: Bauteile mit zweiachsigem Spannungszustand (Scheiben), Betonkalender 1983, Bd. 2, S. 713-848, Verlag W. Ernst & Sohn, Berlin
- /90/ Schober, H.: Ein Modell zur Berechnung des Verbundes und der Risse im Stahl- und Spannbeton, Dissertation, Universität Stuttgart, 1984
- /91/ Schuster, F.: Treppen aus Stein, Holz und Beton, Julius Hoffmann Verlag, Stuttgart, 1960
- /92/ Schwenicke, A.: Zur Berechnung von Stahlbetonbalken und -scheiben im gerissenen Zustand unter Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen, Berichte aus dem Konstruktiven Ingenieurbau, TU Berlin, Heft 3, 1983
- /93/ Stiglat, K.; Wippel, H.: Platten, 2. Auflage, Verlag W. Ernst & Sohn, Berlin, München, Düsseldorf, 1973
- /94/ Stiglat, K.: Einfluß von biege- und torsionssteifen Unterstützungen bei Platten, Die Bautechnik, 1970, Heft 10, S.355-359 und Heft 11 S. 381-386
- /95/ Suenson, E.: Trägerlose Eisenbetontreppen, Beton und Eisen 19, 1937, S. 308-368
- /96/ Svensvik, B.: Zum Verformungsverhalten gerissener Stahlbetonbalken unter Einfluß der Mitwirkung des Betons auf Zug in Abhängigkeit von Last und Zeit, Dissertation, TU Braunschweig, 1981

- /97/ Szabo, G.: Die freitragende Podesttreppe, Statische Berechnung und Modellversuche, Bauverlag GmbH Wiesbaden Berlin, 1967
- /98/ Timm, R.: Ein geometrisch und physikalisch nichtlineares Rechenmodell zur optimalen Biegebemessung ebener Stahlbetonrahmen, Heft 56, Schriftenreihe Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz, TU Braunschweig, 1982
- /99/ Vecchio, F.; Collins, M.P.: The Response of Reinforced Concrete to In-Plane Shear and Normal Stresses, University of Toronto, Dep. of Civil Eng., Publication Nr. 82-03, 1982
- /100/ Washa, G.W.; Fluck, P.G. Effect of Compressive Reinforcement on the Plastic Flow of Reinforced Concrete Beams, ACI-Journal, October 1952, S. 89-108
- /101/ Weber, V.: Untersuchung des Riß- und Verformungsverhaltens segmentärer Spannbetonbauteile, Heft 53, Schriftenreihe Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz, TU Braunschweig, 1982
- /102/ Wommelsdorff, O.: Stahlbetonbau Bemessung und Konstruktion, Teil 2, 1. Auflage, Werner Verlag, Düsseldorf, 1973

NORMEN

- /103/ CEB/FIP
Mustervorschrift für Tragwerke aus Stahlbeton und Spannbeton, Ausgabe 1978
- /104/ DIN 1045
Beton- und Stahlbetonbau, Bemessung und Ausführung, Ausgabe 1978
- /105/ DIN 1048
Prüfverfahren für Beton, Teil 1-4
- /106/ DIN 1055
Lastannahmen für Bauten, Verkehrslasten Teil 3, Ausgabe Juni 1971
- /107/ DIN 4227
Spannbeton, Bauteile aus Normalbeton mit beschränkter oder voller Vorspannung Teil 1, Ausgabe Dezember 1979
- /108/ DIN 18064
Treppen, Begriffe, Ausgabe November 1979
- /109/ DIN 18065
Gebäudetreppen, Hauptmaße, Ausgabe Juli 1984

Anhang A

Angaben zu den Versuchen

Versuchs- körper	Baustoffe/m ³ Beton in kg			W/Z- Wert	Anteil der Korngruppen des Beton- zuschlages in %			Frisch- beton- roh- dichte kg/dm ³	Aus- breit- maß cm	Ver- dich- tungs- maß v
	Ze- ment	Zu- schlag	Was- ser							
					0/1	0/2	0/8			
1	227	1720	180	0,65	5	30	65	2,37	34,5	1,11
2	324	1858	208	0,64	5	30	65	2,39	33,5	1,13
unten	324	1865	199	0,61	5	30	65	2,39	33,5	1,11
oben	300	1720	180	0,60	5	30	65	2,41	36,0	1,08

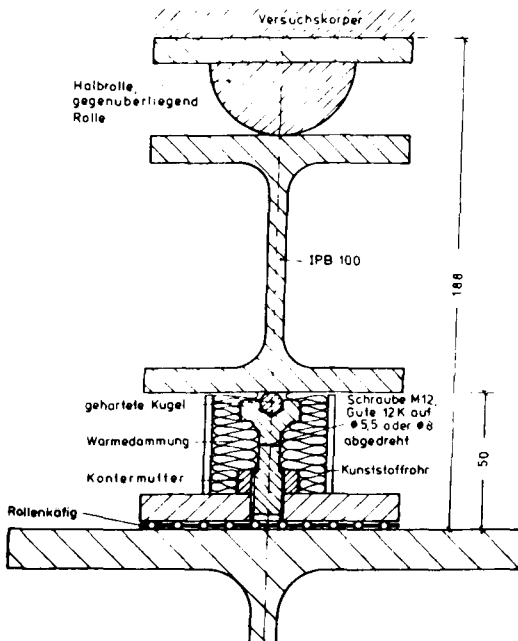
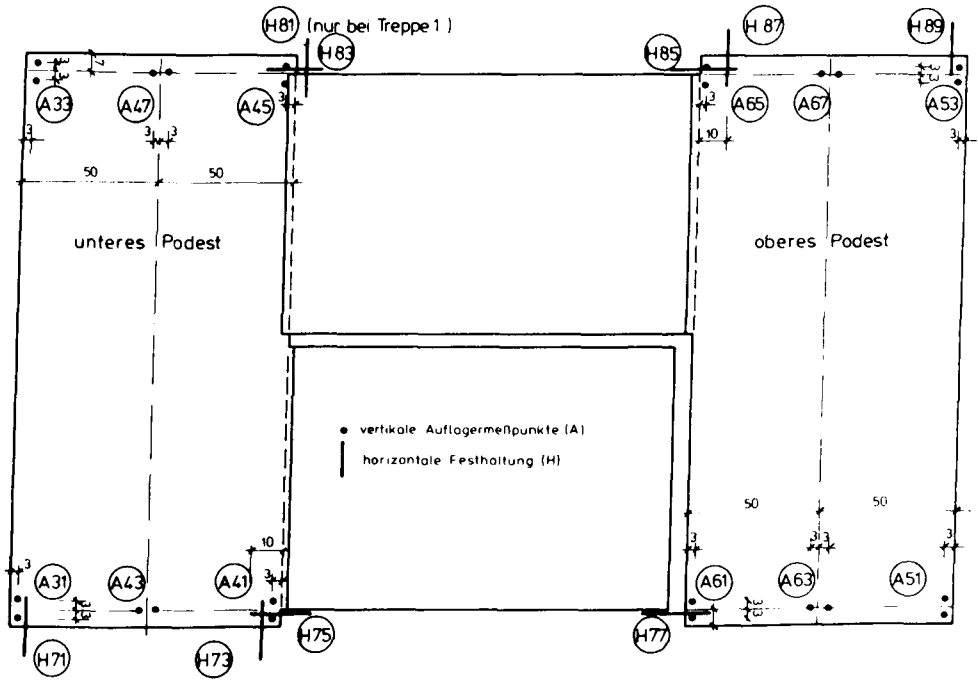
Tabelle A 1.1: Betonrezeptur und Frischbetoneigenschaften

Proben alter in Tagen	Festigkeit	Treppe			
		1	2 unten	2 oben	3
		N/mm ²			
Ver- suchs- beginn T1: 27 T2: 37 T3: 42	β_W Lagerung wie VK	43,0	56,0	49,0	51,0
	Biegezugfestigkeit β_{BZ}	3,16	3,31	3,36	3,84
	Spaltzugfestigkeit β_{SZ}	3,04	3,82	3,58	3,00
	E-Modul E_B	22,00	21,58	25,57	25,12
28	β_{W28} Lagerung nach DIN 1048	45,0	51,0	46,0	47,0
28	β_{C28} Lagerung nach DIN 1048		46,0	41,0	41,0
60	Druckfestigkeit Lauf : der Bohrkerne Podest:	33,2 38,9	37,8 45,8	48,1 45,4	

Tabelle A 1.2: Festbetonkennwerte aus Materialuntersuchungen

Probe Nr.	Nenn s mm	Ist s mm	Quer- schnitt mm ²	Streckgrenze bezogen auf Ist s R_{e2} N/mm ²	Zugfestigkeit bezogen auf Ist s R_m N/mm ²	Bruch- dehnung mm/m
Bewehrungsproben für VK Treppe 1						
1	4	4,05	12,87	653	738	8,8
2	4	4,06	12,95	656	745	8,8
3	4	4,05	12,87	645	726	8,8
4	5	4,89	12,80	596	649	8,0
5	5	4,91	12,90	571	619	8,0
6	5	4,88	12,68	589	634	9,0
Bewehrungsproben für VK Treppe 2						
1	4	3,92	12,07	729	795	8,8
2	4	3,92	12,04	723	783	10,0
3	4	3,92	12,04	723	789	8,8

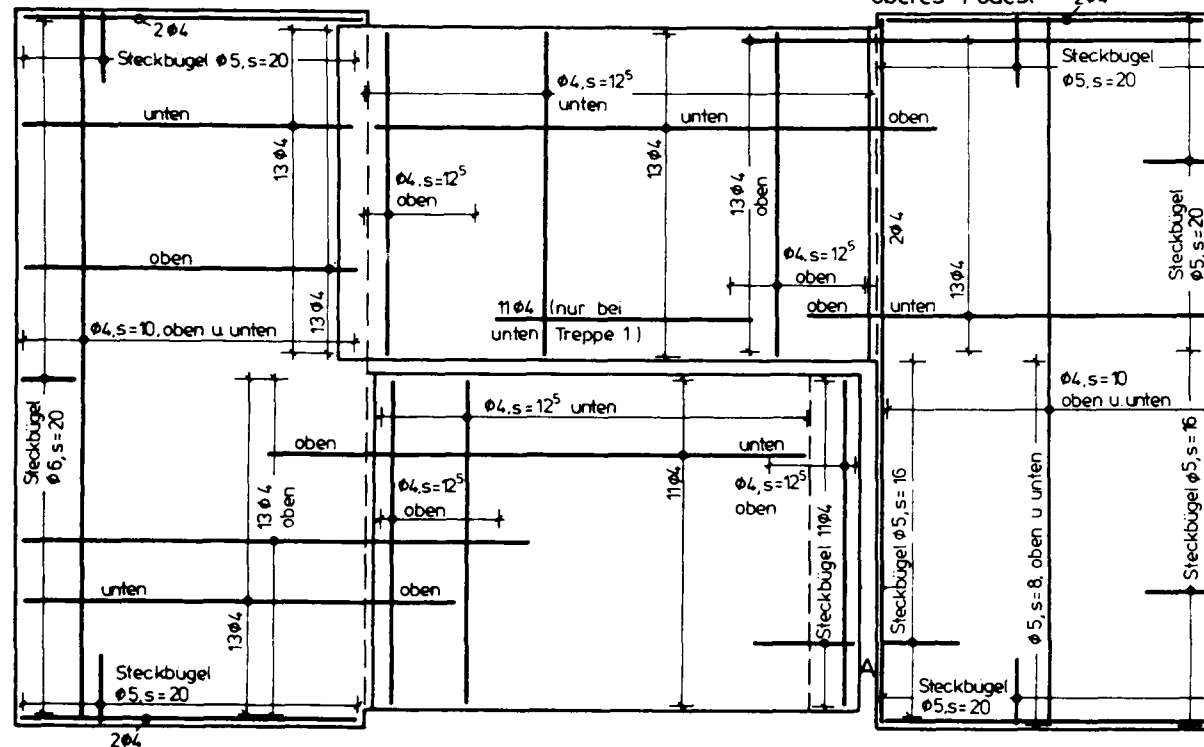
Tabelle A 1.3: Kennwerte des Betonrahls



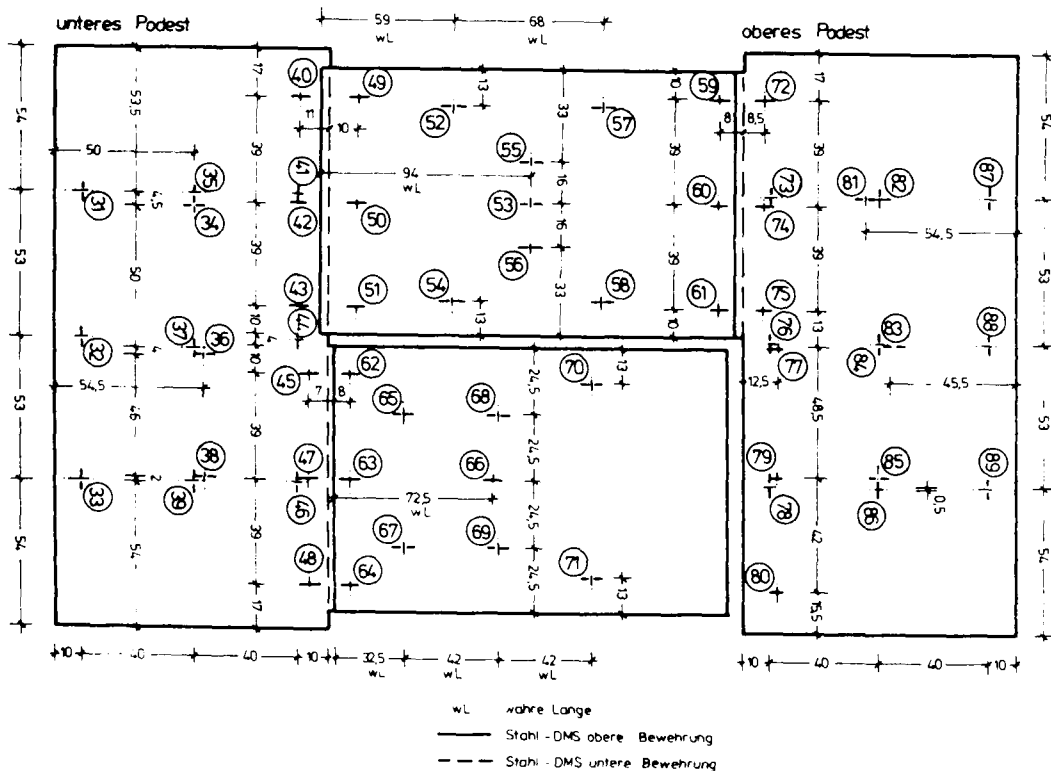
Anordnung der Auflagermeßpunkte und der horizontalen Festhaltungen; Schnitt durch vertikalen Auflagerbolzen

unteres Podest

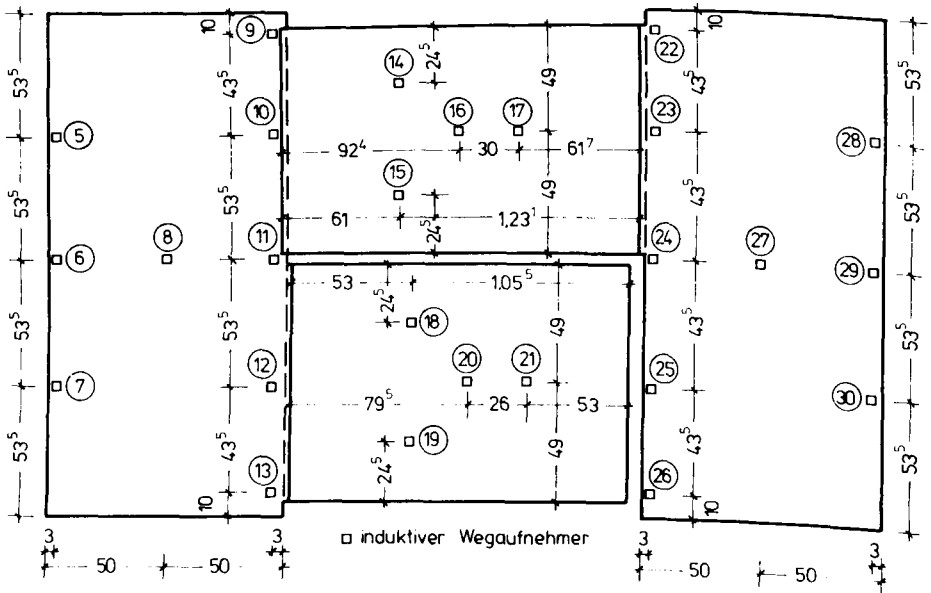
oberes Podest



Schematische Darstellung der Bewehrung der Versuchskörper

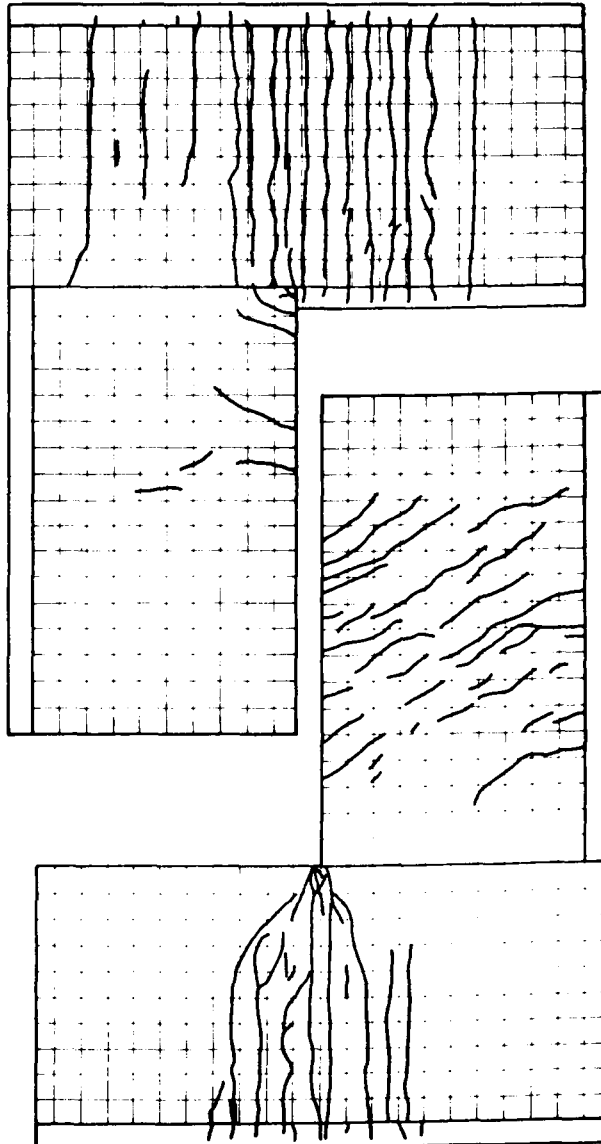


Anordnung der Dehnmeßstreifen



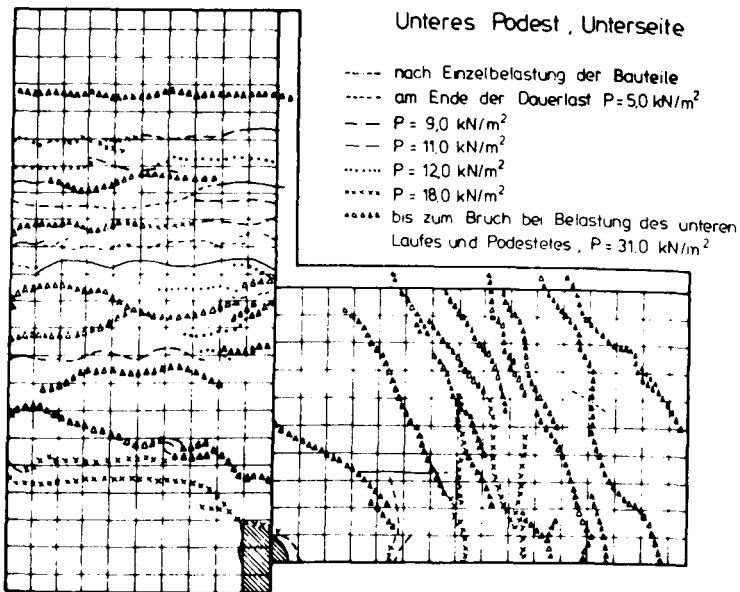
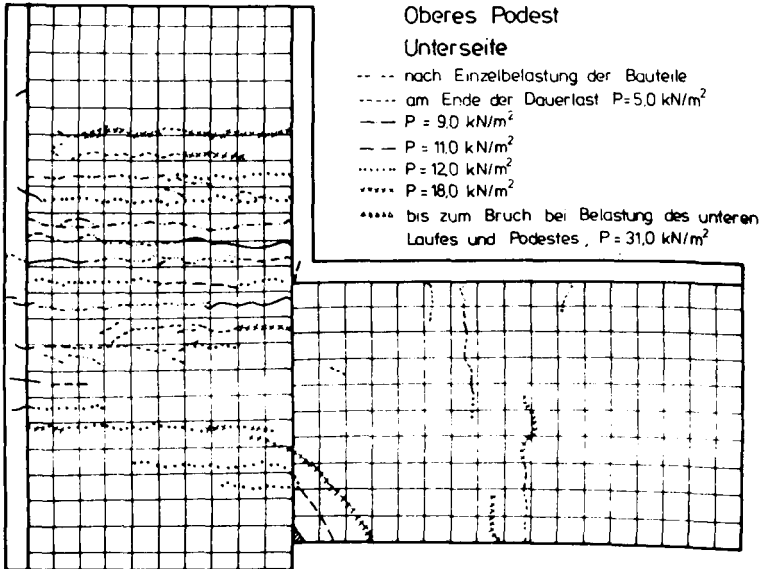
Anordnung der induktiven Wegaufnehmer an den Versuchskörpern

Oberes Podest
Unterseite



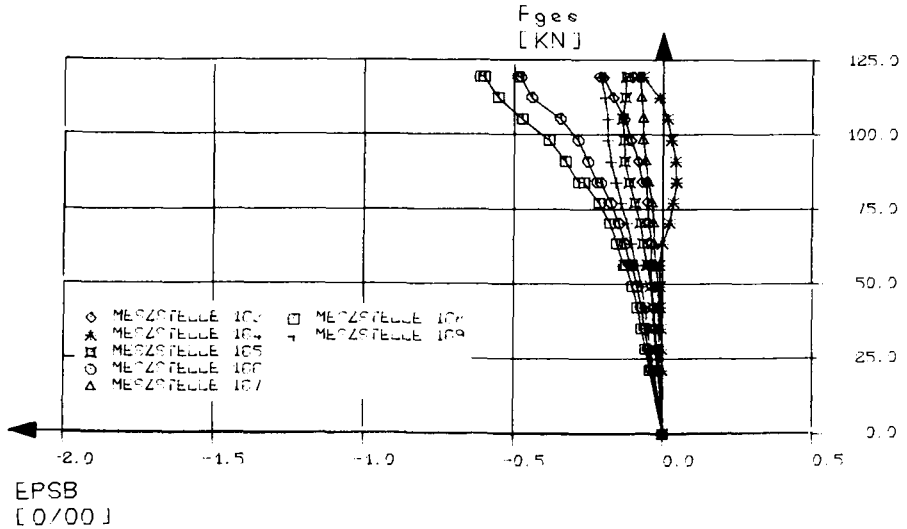
Unteres Podest
Unterseite

Rißbild des Versuchskörpers Treppe 1 nach der Versuchsdurchführung

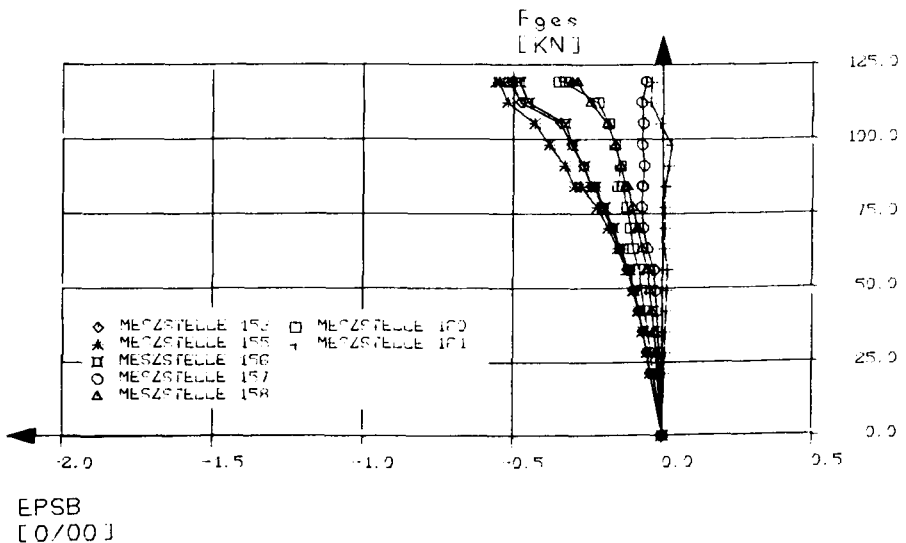


Rißentwicklung an der Unterseite von Versuchskörper Treppe 2

Meßstellen im unteren Lauf

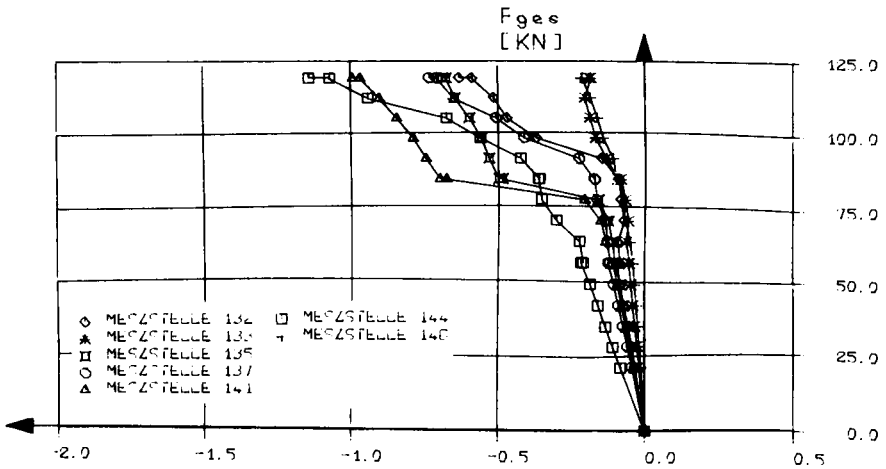


Meßstellen im oberen Lauf



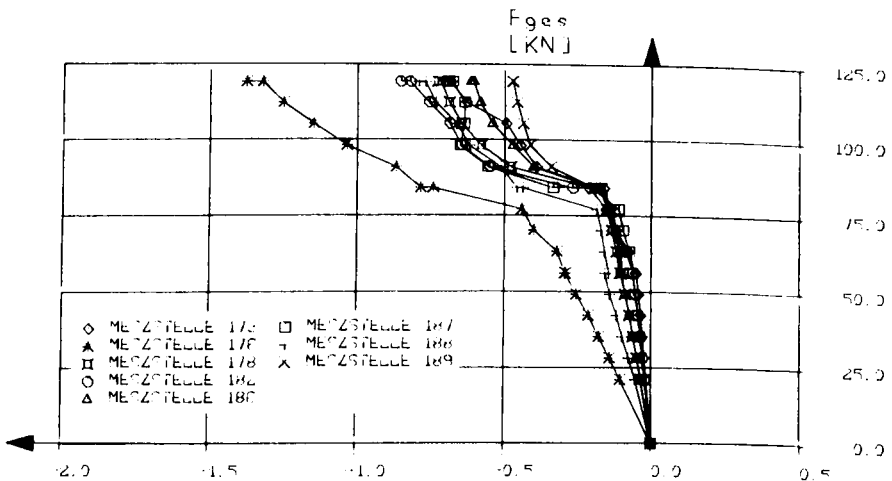
Betonstauchungen der Läufe von Versuchskörper Treppe 2 bei Belastung des Gesamtsystems bis zum Bruch

Meßstellen im unteren Podest



EPSB
[0/00]

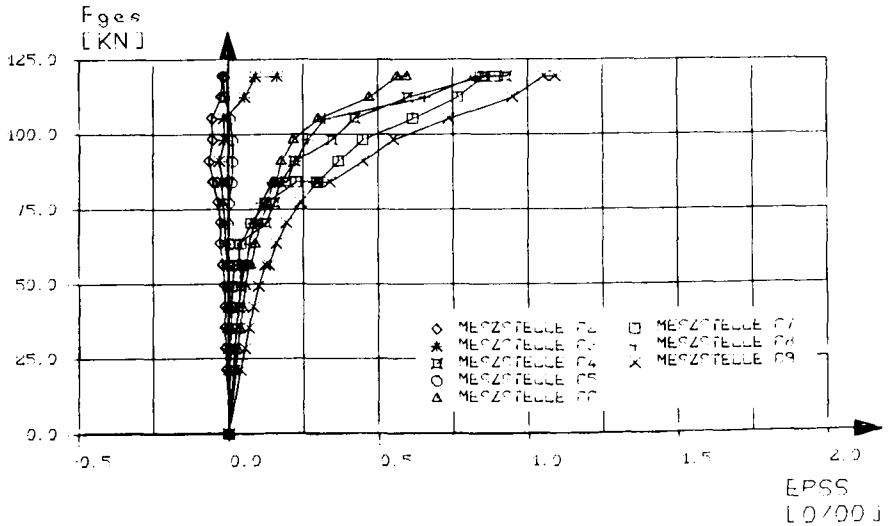
Meßstellen im oberen Podest



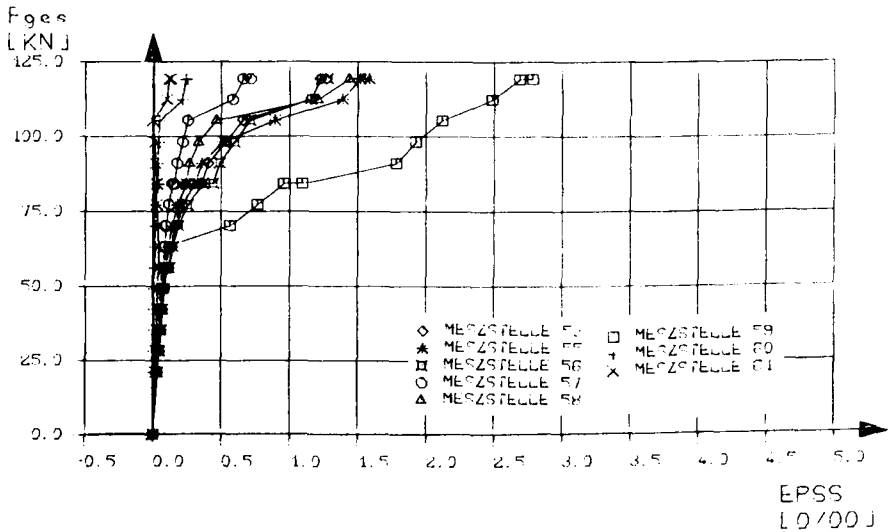
EPSB
[0/00]

Betonstauchungen der Podeste von Versuchskörper Treppe 2 bei Belastung des Gesamtsystems bis zum Bruch

Meßstellen im unteren Lauf

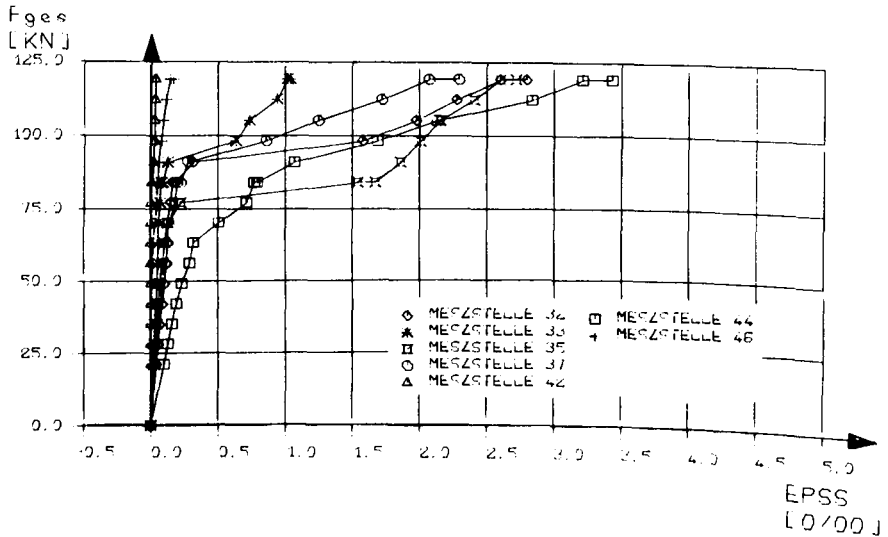


Meßstellen im oberen Lauf

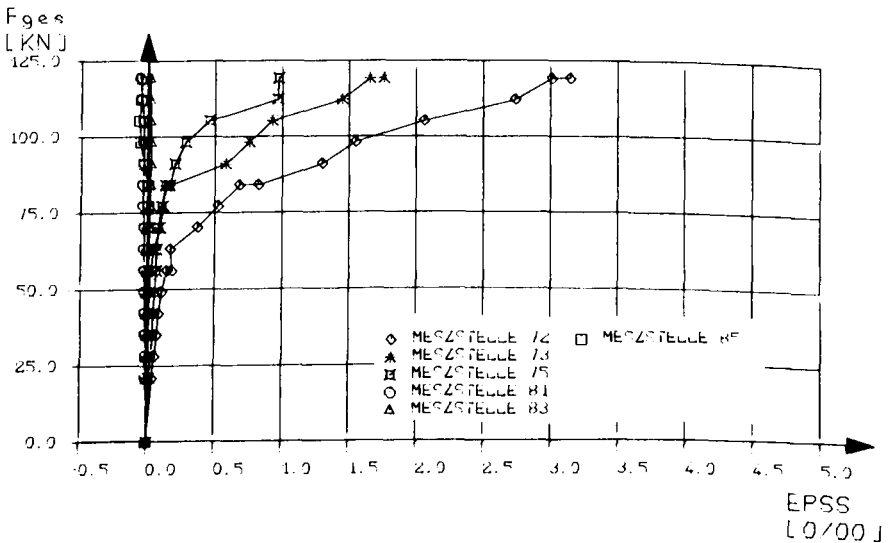


Stahldehnungen der Läufe von Versuchskörper Treppe 2 bei Belastung des Gesamtsystems bis zum Bruch

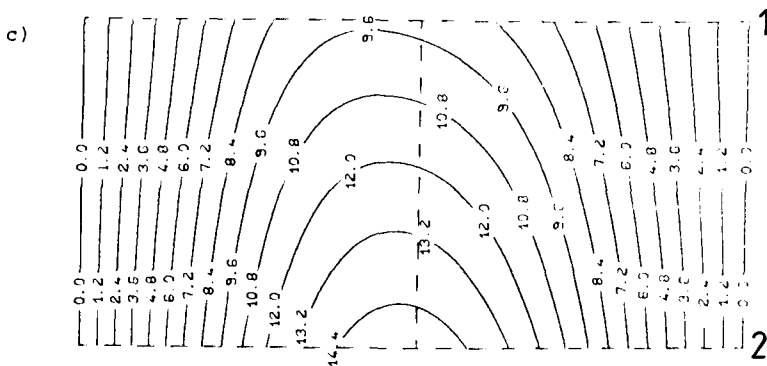
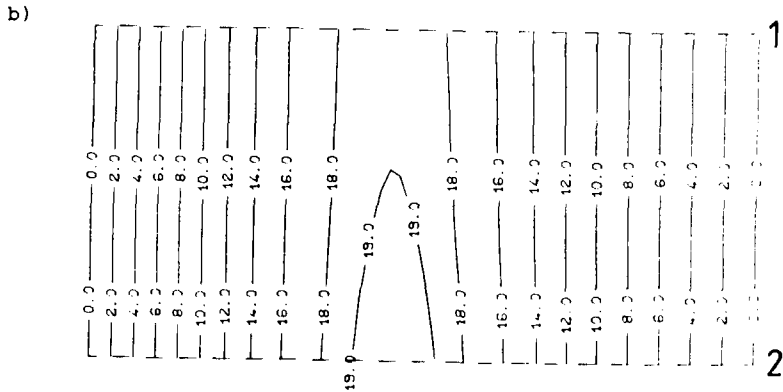
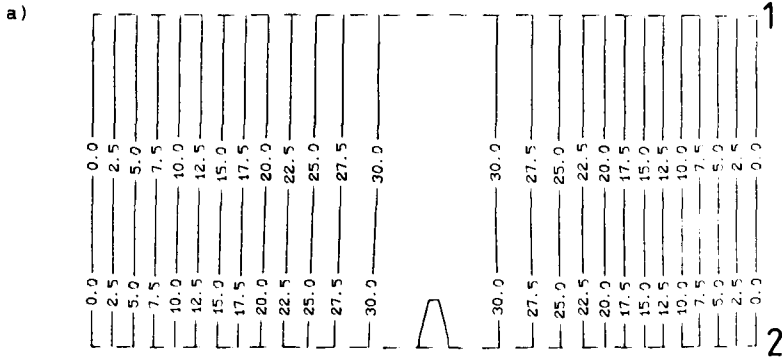
Meßstellen im unteren Podest



Meßstellen im oberen Podest



**Stahldehnungen der Podeste von Versuchskörper Treppe 2 bei
Belastung des Gesamtsystems bis zum Bruch**



Durchbiegung [mm] für die Podeste von VK Treppe 2; Schnitt 1

Knicklinie zwischen Lauf und Podest, Schnitt 2 freier Rand

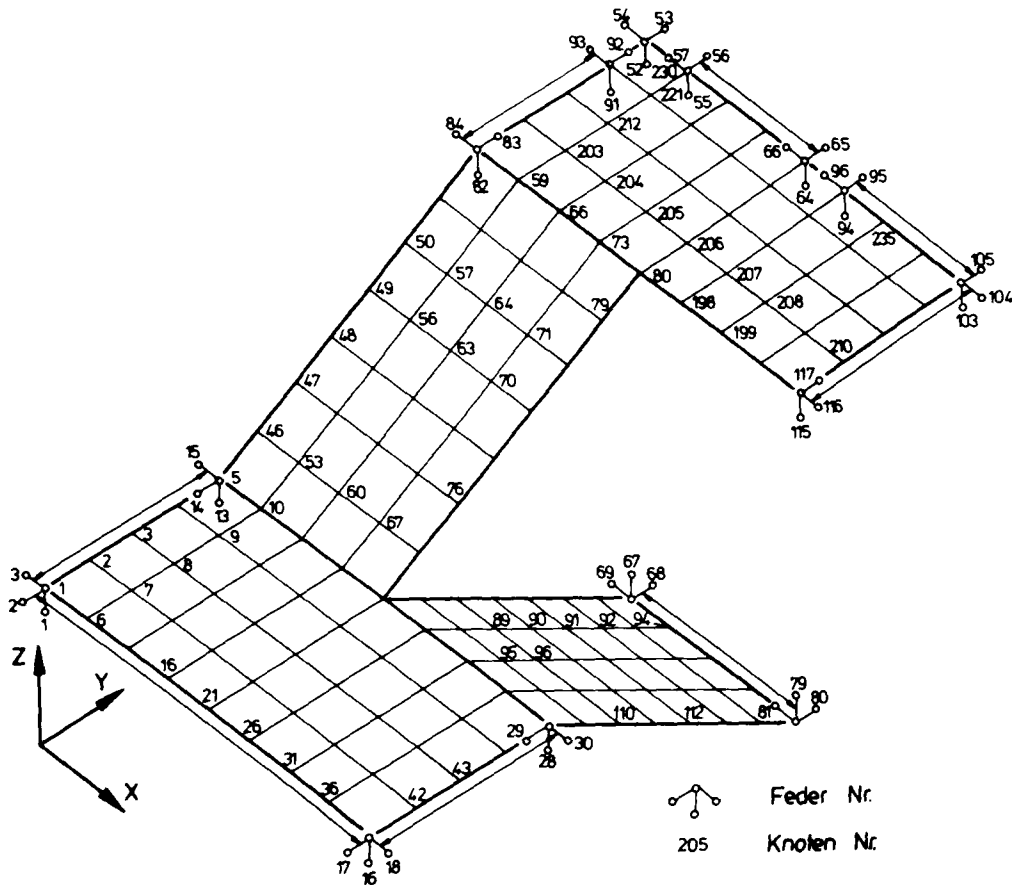
a) oberes Podest, Bruchlastzyklus 1, $p = 17,0 \text{ kN/m}^2$

b) unteres Podest, Bruchlastzyklus 1, $p = 17,0 \text{ kN/m}^2$

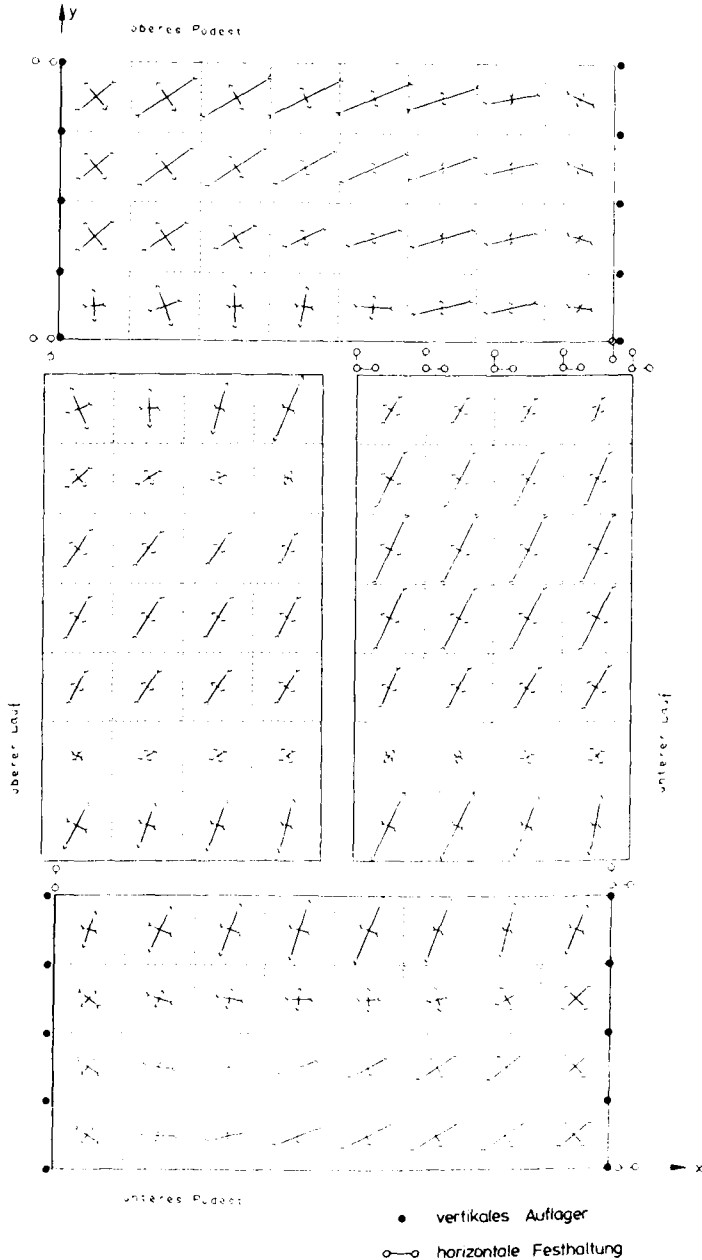
c) unteres Podest, Bruchlastzyklus 2, $p = 17,0 \text{ kN/m}^2$

Anhang B

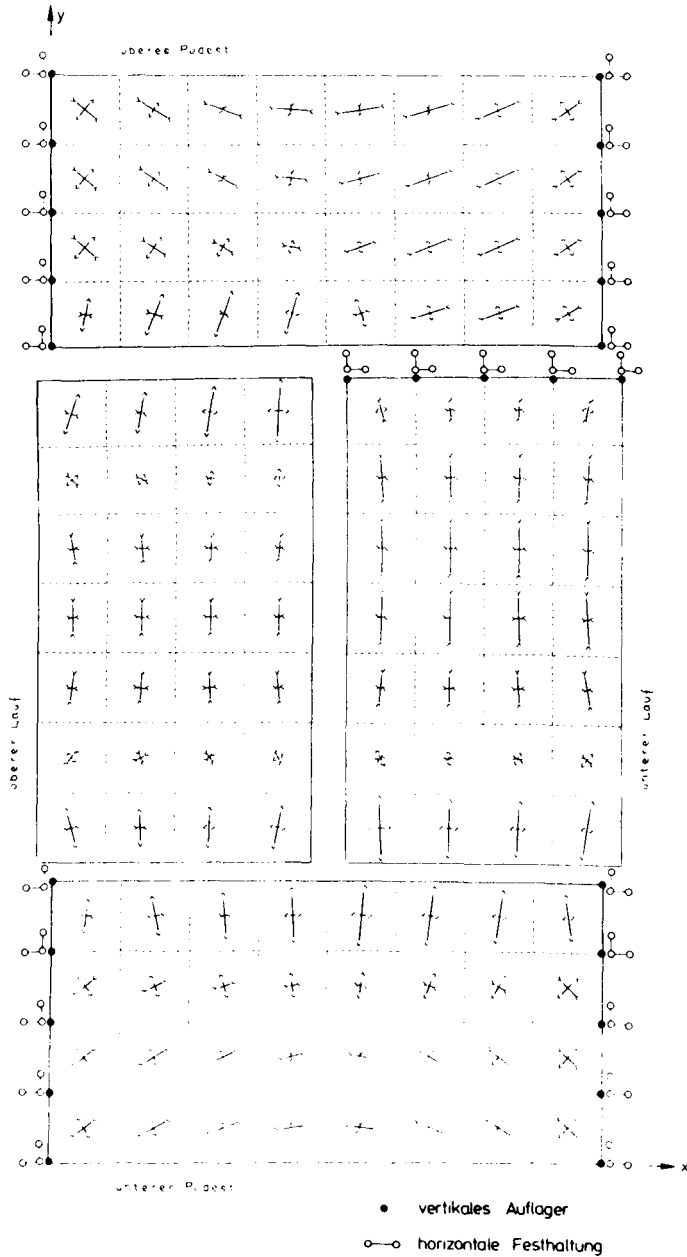
Angaben zur FE - Rechnung



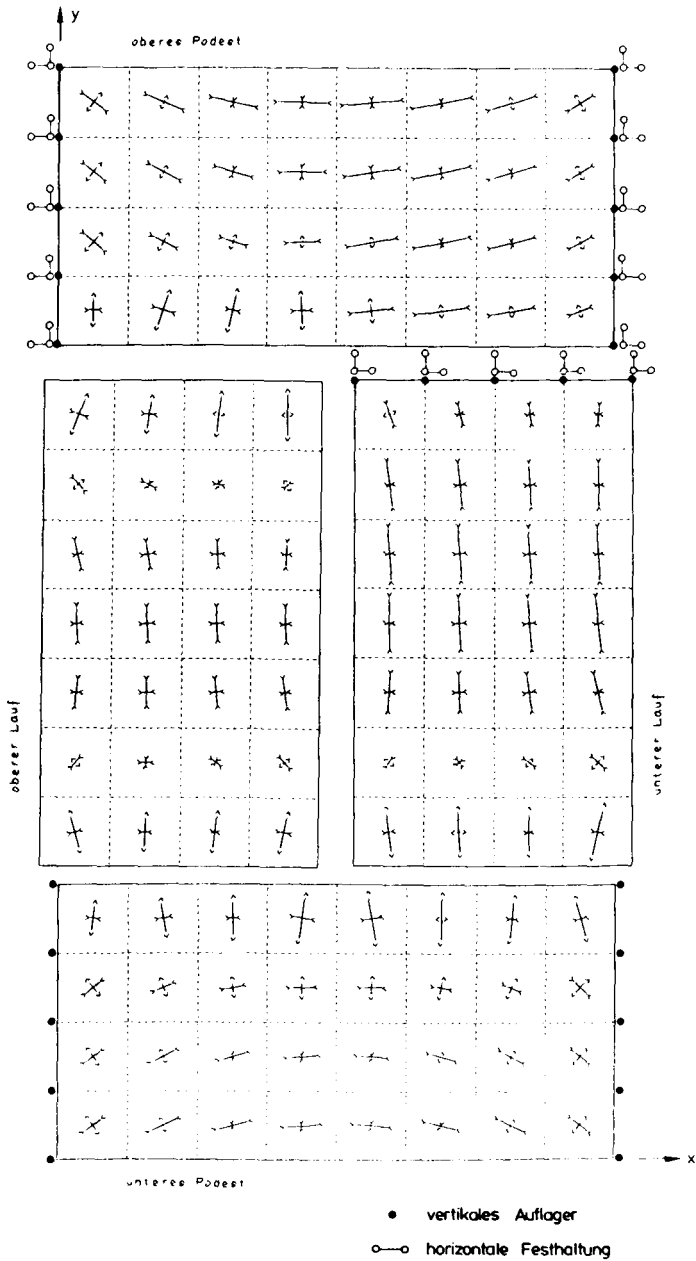
Bezeichnung der Knoten und Randelemente



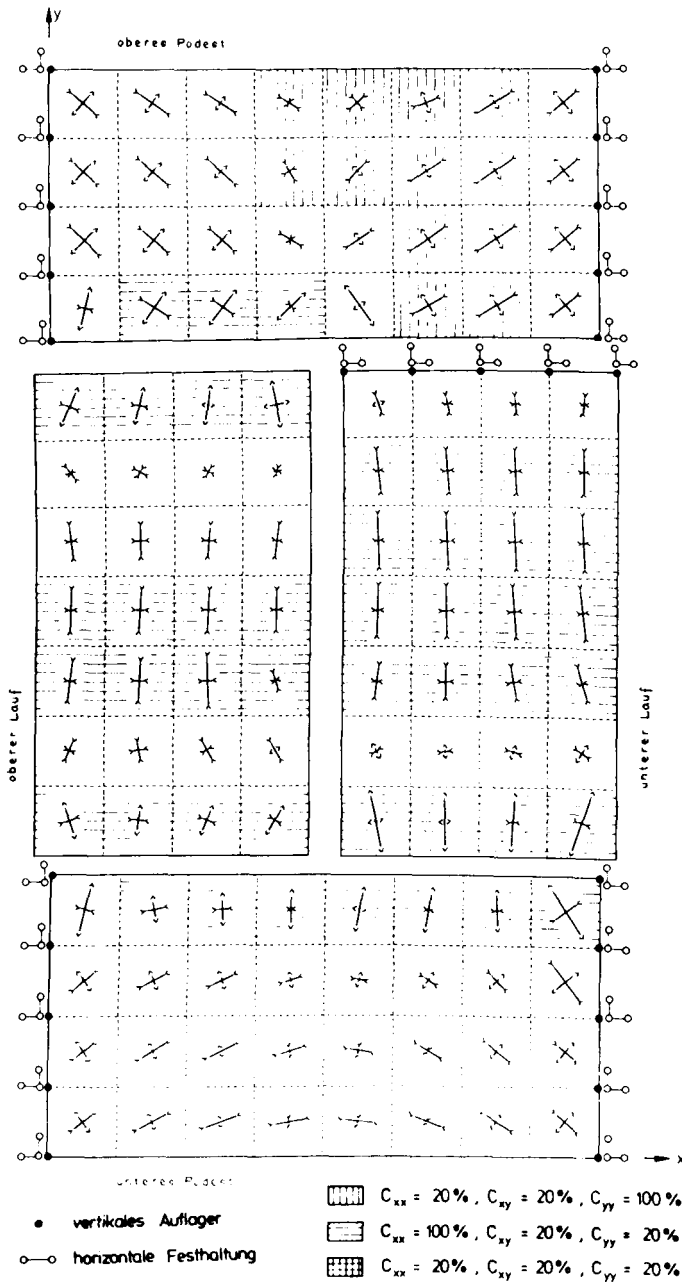
Rechnerische Hauptbiegemomente für das System nach Bild 5.2 a)
(Treppe 3) bei Annahme linear elastischen Materialverhaltens



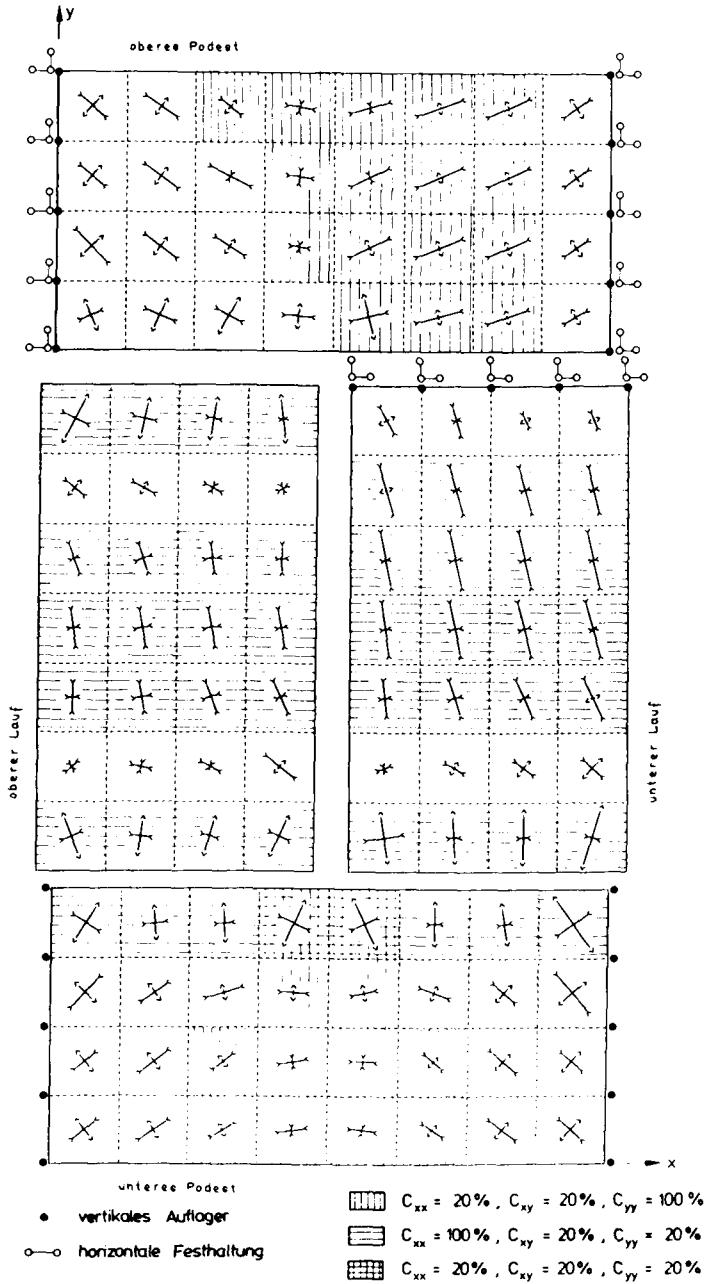
Rechnerische Hauptbiegemomente für das unverschiebliche System
 (Bild 5.2 b) bei Annahme linear elastischen Materialverhaltens



Rechnerische Hauptbiegemomente für das verschiebbliche System
(Bild 5.2 c) bei Annahme linear elastischen Materialverhaltens



Rechnerische Hauptbiegemomente für das unverschiebbliche System
(Bild 5.2 b) mit bereichsweise abgeminderter Steifigkeit

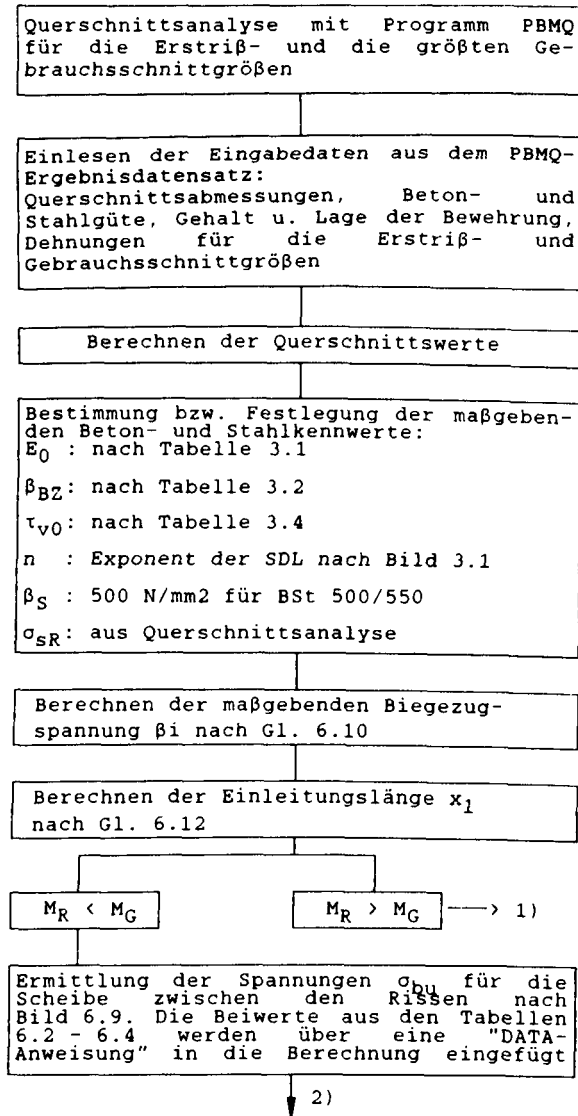


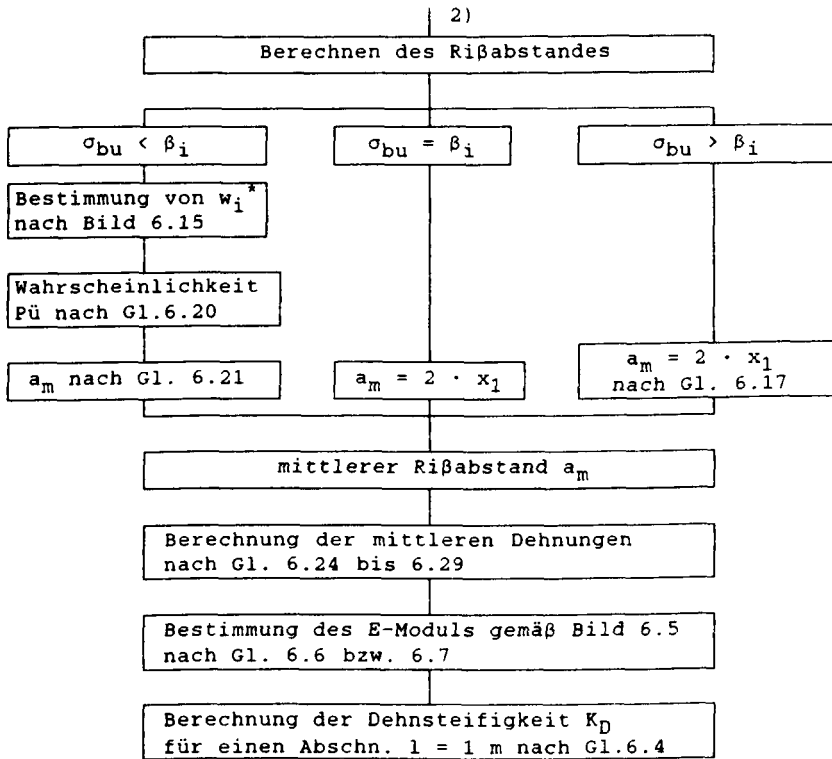
Rechnerische Hauptbiegemomente für das verschiebbliche System
(Bild 5.2 c) mit bereichsweise abgeminderter Steifigkeit

Anhang C

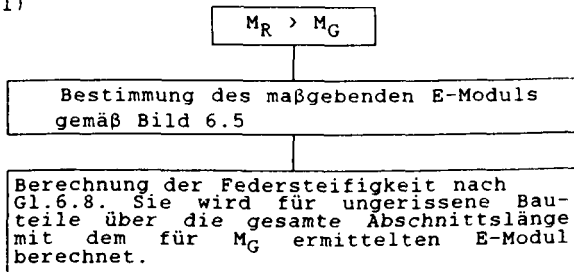
Angaben zur Berechnung von Treppen

Übersicht zum Ablauf des Programms, mit dem die Dehnsteifigkeiten entsprechend Abschnitt 6 bestimmt wurden.





1)



Dehnungen aus Querschnittsanalyse und obu infolge Betondruckkraft

Mo	nue	EpsB	EpsS	DN	xiN	sigma	delta	CuD	CuT	DBR	ei	Ii	zD	M	SigD	SigBUD	XI	KV
-	k	mm/mm	mm/mm	KN	-	-	-	-	-	KN	cm	mm ⁴ /1000	cm	KNm	MM/m ²	cm		
1	0.20	-0.26	1.37	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.0	7.807	0.3611	0.00	0.00	0.000	0.000	11.00	18.83
3	0.24	-0.29	1.37	0.000	0.157	0.680	1.783	0.724	1.113	110.5	7.921	0.3494	5.64	6.23	1.413	1.022	10.88	19.13
5	0.25	-0.29	1.37	0.000	0.157	0.674	1.786	0.715	1.115	115.1	7.918	0.3497	5.64	6.49	1.470	1.052	10.79	19.39
7	0.30	-0.33	1.36	0.000	0.176	0.660	1.787	0.697	1.120	137.1	7.902	0.3514	5.56	7.62	1.714	1.194	10.57	19.81
9	0.35	-0.36	1.37	0.000	0.187	0.660	1.794	0.697	1.120	161.1	7.886	0.3530	5.52	8.89	1.985	1.384	10.57	20.00
11	0.40	-0.39	1.37	0.000	0.199	0.658	1.795	0.695	1.121	184.1	7.870	0.3546	5.47	10.06	2.234	1.553	10.53	20.09
13	0.60	-0.50	1.37	0.000	0.241	0.655	1.797	0.696	1.122	276.2	7.807	0.3611	5.31	14.66	3.171	2.207	10.47	20.24
15	0.80	-0.60	1.36	0.000	0.276	0.649	1.793	0.694	1.123	365.6	7.746	0.3674	5.19	18.96	3.996	2.774	10.39	20.29
17	1.00	-0.69	1.35	0.000	0.304	0.645	1.788	0.693	1.125	453.6	7.685	0.3736	5.09	23.09	4.751	3.291	10.32	20.32
19	1.20	-0.77	1.33	0.000	0.330	0.636	1.778	0.689	1.128	536.3	7.626	0.3797	5.01	26.89	5.401	3.719	10.18	20.32

Scheibenspannungen infolge Verbundkräften und Rißabstand

MD	AN	UE	T	NT	SigT	SigBUT	SigBU	SigSR	Beta1	W1	Phi1	P2	mv	nue	CuS	Ds	SigsD
-	-	N	KN	KNm	MM/m ²	MM/m ²	MM/m ²	MM/m ²	MM/m ²	-	-	-	cm	%	-	KN	MM/m ²
1	0.0	0.000	0.0	0.00	0.000	0.000	0.000	340.0	3.400	0.0000	0.0000	0.0000	0.00	0.20	0.000	0.00	0.000
3	13.6	0.256	103.1	6.52	1.478	1.645	2.667	283.3	3.875	-0.8355	0.7983	0.1531	48.00	-0.24	0.000	0.00	0.000
5	14.1	0.267	106.6	6.74	1.525	1.701	2.752	272.0	4.279	-0.5544	0.7103	0.3220	48.00	-0.25	0.000	0.00	0.000
7	17.0	0.320	125.3	7.90	1.776	1.989	3.183	226.7	4.955	-0.0832	0.5332	0.6624	31.90	0.30	0.000	0.00	0.000
9	19.8	0.373	144.6	9.21	2.059	2.305	3.689	194.3	5.251	0.1231	0.5490	0.8203	25.76	0.35	0.000	0.00	0.000
11	22.6	0.427	167.1	10.47	2.325	2.603	4.158	170.0	5.400	0.2268	0.5897	0.8985	23.44	0.40	0.000	0.00	0.000
13	34.0	0.640	249.4	15.48	3.347	3.755	5.962	113.3	5.649	0.0000	0.0000	0.0000	19.96	0.60	0.000	0.00	0.000
15	45.3	0.853	329.3	20.24	4.267	4.794	7.568	85.0	5.729	0.0000	0.0000	0.0000	16.12	0.80	0.000	0.00	0.000
17	56.6	1.067	408.0	24.83	5.107	5.745	9.037	68.0	5.766	0.0000	0.0000	0.0000	13.66	1.00	0.000	0.00	0.000
19	67.9	1.280	481.5	29.01	5.827	6.570	10.289	56.7	5.773	0.0000	0.0000	0.0000	11.96	1.20	0.000	0.00	0.000

wirksame E-Moduli und Dehnsteifigkeiten

MD	nue	Er	Er	Epl	Eo2	Er	Do1	Do2	Fn1	Fn2	E1	E2	Er	Dr	C1	C2	C
-	0/0	KNm	KNm	0/00	-	-	-	-	N	N	MM/m ²	MM/m ²	N	N	MM/m	MM/m	
1	0.20	14.92	12.57	-0.31	-0.26	0.000	0.155	0.130	0.856	0.878	0.0	29848.8	0.000	1.000*	4833.5	0.0	4833.5
3	0.24	15.00	15.10	-0.29	-0.29	0.081	0.145	0.145	0.865	0.865	29393.1	29393.1	0.126	0.078*	4383.9	193.1	4577.0
5	0.25	15.02	15.54	-0.28	-0.29	0.183	0.140	0.145	0.869	0.865	29544.5	29393.1	0.126	0.078*	3921.4	436.6	4358.0
7	0.30	15.11	18.51	-0.26	-0.33	0.429	0.130	0.165	0.878	0.847	29848.8	28793.0	0.123	0.085*	2778.4	843.1	3621.5
9	0.35	15.20	21.49	-0.25	-0.36	0.541	0.125	0.180	0.882	0.834	30001.8	28348.5	0.122	0.059*	2249.5	971.9	3221.4
11	0.40	15.29	24.51	-0.23	-0.39	0.613	0.115	0.195	0.891	0.821	30309.4	27908.9	0.120	0.059*	1919.6	1090.2	3009.8
13	0.60	15.67	36.00	-0.20	-0.50	0.751	0.100	0.250	0.905	0.775	30774.7	26338.2	0.114	0.082*	1266.5	1385.0	2651.5
15	0.80	16.10	46.97	-0.19	-0.60	0.811	0.095	0.300	0.910	0.734	30930.9	24966.9	0.109	0.064*	980.2	1507.4	2487.6
17	1.00	16.49	57.43	-0.18	-0.69	0.844	0.090	0.345	0.914	0.699	31087.7	23778.4	0.104	0.066*	818.9	1608.2	2427.2
19	1.20	16.89	67.03	-0.17	-0.77	0.865	0.085	0.385	0.919	0.669	31244.9	22755.9	0.100	0.069*	721.8	1696.6	2420.4

mittlere Dehnungen, Krümmungen und Biegesteifigkeiten

EpsE2	EpsE20	EpsE2N	EpsB10	EpsB1N	EpsBuet	EpsMN	BO	BI	KapR	Kap2R	KapS	B2R	B2N	BI/BO	B2R/BO	B2N/BO
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0.0000	0.00000	0.719	0.0000	0.0000	-0.6421	0.3166	0.1050	12.277	10.778	1.166	11.18	9.59	3.969	4.628	0.8779	0.3233
0.6706	0.01663	0.304	-0.1680	-0.1188	-0.1411	0.0000	0.1062	11.879	10.269	1.461	11.53	3.09	1.310	4.884	0.8645	0.1103
0.6754	0.01710	0.304	-0.1689	-0.1222	-0.1432	0.0000	0.1051	11.890	10.332	1.454	11.33	3.10	1.348	5.007	0.8690	0.1134
0.6798	0.02031	0.430	-0.2064	-0.1482	-0.1868	0.0000	0.1672	11.946	10.488	1.441	11.74	4.42	1.577	4.184	0.8779	0.1320
0.6877	0.02352	0.564	-0.2351	-0.1742	-0.2242	0.0000	0.2138	12.002	10.591	1.435	12.01	5.47	1.789	3.926	0.8824	0.1490
0.6896	0.02676	0.620	-0.2659	-0.2013	-0.2593	0.0000	0.2290	12.057	10.749	1.423	12.22	6.10	2.005	4.016	0.8915	0.1663
0.0000	0.00000	0.721	0.0000	0.0000	-0.3735	0.1334	0.2343	12.277	11.112	1.410	12.99	7.60	2.772	4.738	0.9051	0.2258
0.0000	0.00000	0.832	0.0000	0.0000	-0.4808	0.1821	0.2485	12.491	11.364	1.417	13.61	9.12	3.451	5.152	0.9097	0.2763
0.0000	0.00000	0.908	0.0000	0.0000	-0.5831	0.2324	0.2452	12.702	11.614	1.420	14.17	10.35	4.054	5.547	0.9143	0.3192
0.0000	0.00000	0.950	0.0000	0.0000	-0.6733	0.2812	0.2288	12.909	11.863	1.426	14.58	11.28	4.596	5.944	0.9190	0.3561

D = 16.0 cm, DI = 1.6 cm, DU = 6.0 mm, Kv1 = 0.00127

B35 E-Beton = 34000. MM/m² B57500/550 TauVO = 2.66 MM/m², TauVR = 4.729 MM/m²

BetaS = 3.4 BetaB2N = 5.075 BetaB2V = 6.749 Typ: gelenkig Exponent der SDL: n = 2.96

Beispiel für einen Ergebnisausdruck der programmgesteuerten

Dehnsteifigkeitsermittlung

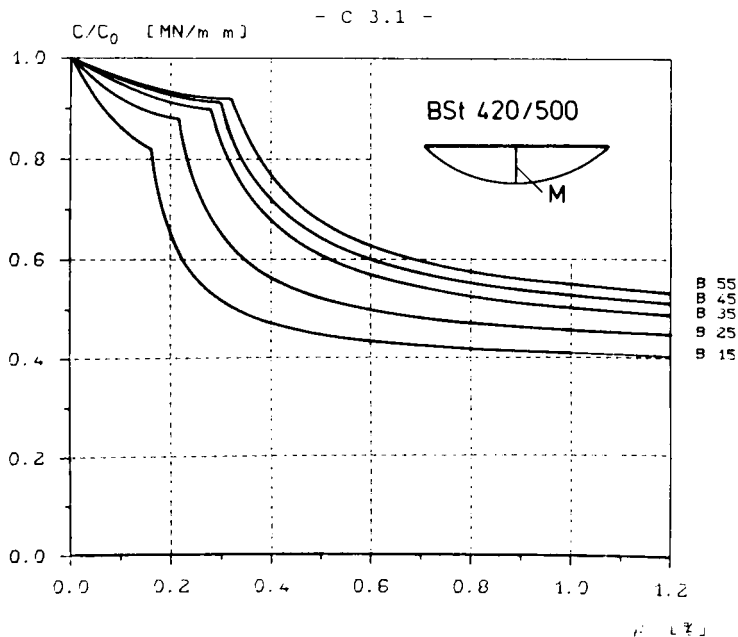
Funktionen für die Dehnsteifigkeitsverläufe in Bild 6.20- 6.23

Die Verläufe der Dehnsteifigkeit können für den gerissenen Bereich durch Hyperbeln der Form

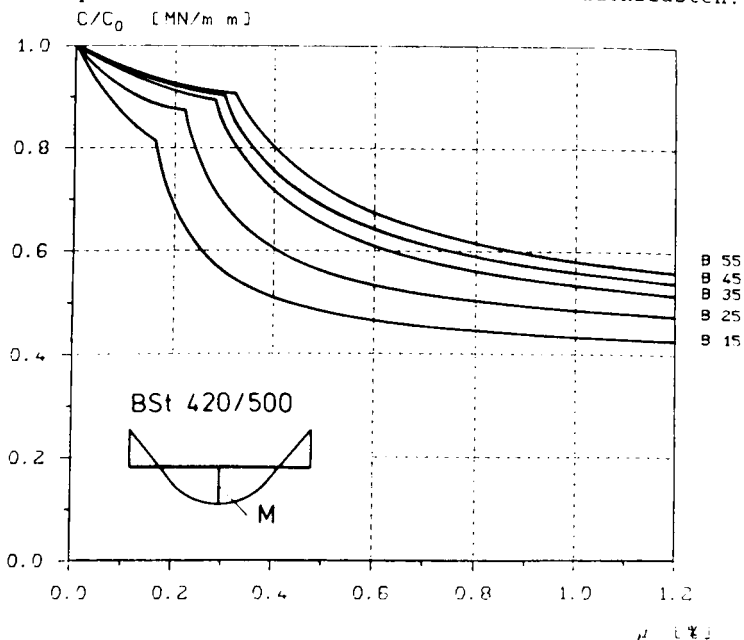
$$y = \frac{1}{a + b \cdot x} + dy \quad \text{angenähert werden.}$$

Nachfolgend sind die Koeffizienten für die Kurven der Bilder 6.20 - 6.23 zusammengestellt:

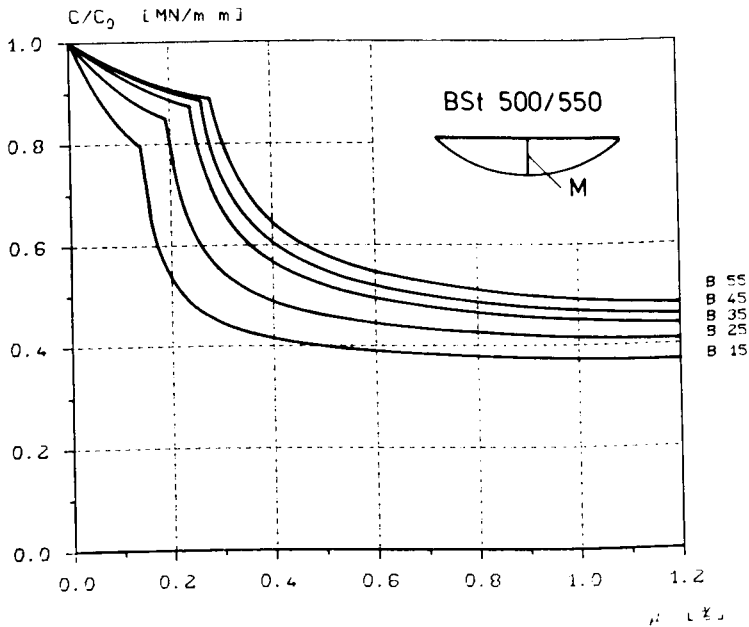
Beton- güte	Betonstahl BSt 420/500					
	gelenkig (Bild 6.20)			eingespannt (Bild 6.21)		
	a	b	dy	a	b	dy
B 15	-4,0102	40,0090	0,380	-2,9049	33,6337	0,400
B 25	-2,7773	22,8472	0,410	-1,8164	18,6988	0,430
B 35	-1,8779	14,4241	0,420	-0,7366	10,5766	0,430
B 45	-1,8557	13,6382	0,440	-0,4294	8,9848	0,440
B 55	-2,2635	13,8347	0,460	-0,4094	8,1454	0,450
	Betonstahl BSt 500/550					
	gelenkig (Bild 6.22)			eingespannt (Bild 6.23)		
	a	b	dy	a	b	dy
B 15	-4,9712	52,2565	0,350	-3,8821	45,0470	0,377
B 25	-4,3139	34,3354	0,380	-2,3743	24,4836	0,395
B 35	-3,0071	22,1963	0,395	-1,8870	17,6330	0,415
B 45	-2,7204	19,1456	0,405	-1,7540	15,5665	0,425
B 55	-3,4319	20,2812	0,430	-2,2423	16,2575	0,450



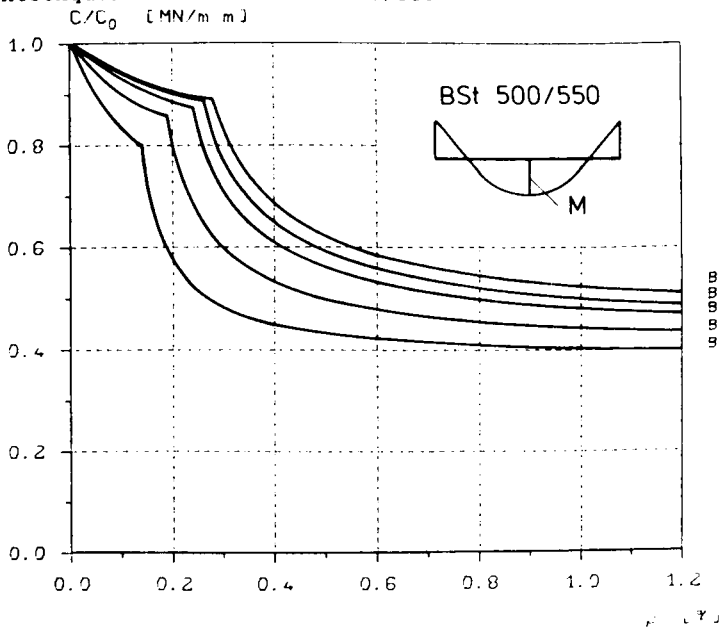
Bezogene Dehnsteifigkeiten für zweiseitig gelenkige Lagerung,
Rechteckquerschnitt und BST 420/500 unter Gebrauchslasten.



Bezogene Dehnsteifigkeiten für 2-seitig eingespannte Lagerung,
Rechteckquerschnitt und BST 420/500 unter Gebrauchslasten



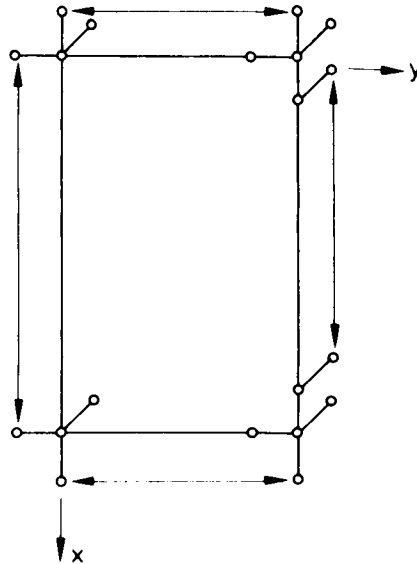
Bezogene Dehnsteifigkeiten für zweiseitig gelenkige Lagerung,
Rechteckquerschnitt und BSst 500/550



Bezogene Dehnsteifigkeiten für 2-seitig eingespannte Lagerung,
Rechteckquerschnitt und BSst 500/550 unter Gebrauchslasten

Elementeinteilung der Podestplatten für die Bestimmung der
Beiwerte in den Tabellen C 5 bis C 7

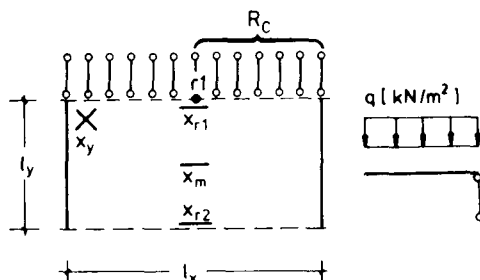
l_y/l_x	Element- abmessungen		Elementanzahl		l_y	l_x
	b_y	b_x	in x-Ri.	in y-Ri.		
	[m]				[m]	
0,3	0,24	0,3636	11	5	1,20	4,00
0,4	0,32			5	1,60	
0,5	0,40			5	2,00	
0,6	0,30	0,3636	11	8	2,40	4,00
0,7	0,35			8	2,80	
0,8	0,40			8	3,20	
0,9	0,45			8	3,60	
1,0	0,50			8	4,00	



Anlage C 5

Tafeln zur Schnittgrößenermittlung für gleichmäßig vollbelastete Podestplatten mit vertikalen Dehnfedern entlang der Knicklinie

t_y/t_x	D/C	m_{x1}	m_{xm}	m_{x2}	m_{ym}	m_{xy}	θ_{r1}	k_{wr1}	R_C
		$= p \cdot t_y^2 :$				$= \pm p \cdot t_y^3 :$	$= \frac{p \cdot t_y^3}{D} :$	$= \frac{p \cdot t_y^4}{D} :$	$= p \cdot t_y^2 :$
0,3	0,02	35,02	7,643	4,444	9,28	2,95	2,98	0,867	0,804
	0,04	29,55	7,265	4,305	9,26	3,01	3,00	0,427	0,819
	0,06	24,43	6,874	4,162	9,27	3,06	3,02	0,283	0,831
	0,08	20,41	6,501	4,025	9,31	3,10	3,04	0,211	0,841
	0,10	17,37	6,156	3,895	9,35	3,13	3,06	0,169	0,850
	0,20	9,72	4,857	3,358	9,63	3,29	3,17	0,086	0,891
	0,40	5,27	3,486	2,682	10,30	3,56	3,40	0,046	0,964
0,4	0,02	34,77	7,855	4,751	11,09	4,15	5,48	2,178	1,168
	0,04	30,13	7,549	4,639	11,13	4,23	5,52	1,079	1,190
	0,06	25,95	7,248	4,531	11,20	4,30	5,56	0,718	1,208
	0,08	22,54	6,962	4,427	11,28	4,36	5,61	0,539	1,224
	0,10	19,83	6,695	4,328	11,37	4,41	5,66	0,432	1,239
	0,20	12,29	5,644	3,911	11,87	4,66	5,92	0,223	1,308
	0,40	7,22	4,404	3,340	12,94	5,11	6,46	0,120	1,434
0,5	0,02	36,30	8,351	5,245	13,82	5,53	9,02	4,602	1,603
	0,04	32,21	8,100	5,157	13,93	5,63	9,10	2,289	1,634
	0,06	28,51	7,857	5,070	14,06	5,72	9,19	1,526	1,660
	0,08	25,41	7,628	4,989	14,20	5,80	9,29	1,148	1,684
	0,10	22,84	7,412	4,910	14,34	5,88	9,38	0,923	1,707
	0,20	15,19	6,524	4,571	15,09	6,24	9,89	0,480	1,811
	0,40	9,48	5,396	4,085	16,67	6,91	10,91	0,262	2,007
0,6	0,02	58,69	9,045	5,754	17,37	7,03	13,75	8,709	2,130
	0,04	50,66	8,836	5,686	17,54	7,16	13,90	4,343	2,171
	0,06	43,80	8,637	5,620	17,73	7,29	14,05	2,902	2,207
	0,08	38,30	8,443	5,560	17,93	7,39	14,21	2,187	2,241
	0,10	33,94	8,262	5,501	18,13	7,50	14,37	1,761	2,272
	0,20	21,70	7,499	5,236	19,18	7,99	15,21	0,920	2,420
	0,40	13,23	6,470	4,844	21,32	8,92	16,90	0,507	2,702
0,7	0,02	63,90	9,966	6,577	22,41	8,90	20,20	15,229	2,750
	0,04	56,20	9,785	6,522	22,67	9,07	20,43	7,605	2,804
	0,06	49,53	9,611	6,469	22,94	9,23	20,68	5,088	2,852
	0,08	44,00	9,445	6,416	23,22	9,37	20,92	3,838	2,897
	0,10	39,52	9,288	6,369	23,50	9,50	21,18	3,094	2,939
	0,20	26,34	8,611	6,144	24,95	10,15	22,48	1,623	3,139
	0,40	16,61	7,663	5,807	27,89	11,38	25,12	0,899	3,520
0,8	0,02	70,04	11,080	7,568	29,07	11,08	28,68	25,054	3,474
	0,04	62,59	10,919	7,524	29,43	11,30	29,03	12,524	3,544
	0,06	55,93	10,768	7,474	29,80	11,49	29,39	8,385	3,605
	0,08	50,32	10,616	7,431	30,18	11,67	29,76	6,329	3,662
	0,10	45,69	10,481	7,388	30,57	11,84	30,13	5,105	3,717
	0,20	31,49	9,869	7,201	32,53	12,66	32,05	2,683	3,977
	0,40	20,42	8,986	6,905	36,51	14,23	35,95	1,492	4,475
0,9	0,02	76,96	12,372	8,721	37,66	13,59	39,57	39,217	4,303
	0,04	69,60	12,230	8,681	38,15	13,86	40,07	19,614	4,390
	0,06	62,91	12,092	8,646	38,66	14,10	40,58	13,138	4,467
	0,08	57,19	11,958	8,606	39,17	14,32	41,11	9,920	4,540
	0,10	52,36	11,830	8,571	39,68	14,53	41,64	8,004	4,609
	0,20	37,08	11,270	8,405	42,29	15,55	44,35	4,213	4,936
	0,40	24,62	10,435	8,146	47,57	17,50	49,86	2,347	5,564
1,0	0,02	84,57	13,841	10,038	48,65	16,45	53,29	58,916	5,239
	0,04	77,18	13,704	10,006	49,31	16,77	53,97	29,476	5,346
	0,06	70,42	13,577	9,969	49,97	17,06	54,67	19,746	5,441
	0,08	64,54	13,451	9,938	50,66	17,33	55,39	14,915	5,530
	0,10	59,50	13,339	9,907	51,33	17,59	56,12	12,036	5,615
	0,20	43,14	12,815	9,768	54,77	18,83	59,84	6,341	6,019
	0,40	29,22	12,030	9,541	61,72	21,22	67,40	3,538	6,794



Tab. 11.1.1.1

Zweiseitig einseitig
Lagerung an der un-
nachgiebigen Auflager-
linie.

ξ_y/ξ_x	D/C	m_{xrl}	m_{xm}	m_{xr2}	m_{xer1}	m_{xem}	m_{xer2}	m_{ym}	θ_{r1}	w_{r1}	R_D
		$= p \cdot \xi_y^2 :$							$= \frac{p \cdot \xi_y^3}{D} :$	$= \frac{p \cdot \xi_y^4}{D} :$	$= p \cdot \xi_y^2 :$
0,3	0,02	27,42	7,92	4,96	5,1	-2,20	-1,17	12,1	5,08	0,986	1,35
	0,04	19,91	7,29	4,76	5,7	-2,14	-1,17	12,5	5,24	0,508	1,36
	0,06	15,85	6,79	4,59	6,7	-2,08	-1,16	12,9	5,40	0,350	1,40
	0,08	13,32	6,39	4,44	8,2	-2,02	-1,16	13,3	5,57	0,271	1,43
	0,10	11,59	6,05	4,32	10,5	-1,98	-1,16	13,7	5,73	0,223	1,47
	0,20	7,51	4,95	3,84	-38,6	-1,80	-1,15	15,7	6,54	0,128	1,66
	0,40	5,04	3,95	3,34	-5,0	-1,59	-1,14	19,6	8,17	0,080	2,07
0,4	0,02	33,57	9,49	6,18	13,9	-3,12	-1,94	17,0	10,88	2,768	2,19
	0,04	26,00	9,01	6,05	16,6	-3,05	-1,93	17,7	11,27	1,439	2,22
	0,06	21,60	8,61	5,93	22,1	-3,00	-1,93	18,3	11,67	0,997	2,27
	0,08	18,70	8,27	5,83	33,6	-2,95	-1,93	19,0	12,06	0,775	2,33
	0,10	16,65	7,99	5,74	69,6	-2,90	-1,93	19,6	12,45	0,641	2,40
	0,20	11,46	6,98	5,39	-18,6	-2,72	-1,93	22,8	14,41	0,373	2,74
	0,40	8,09	5,97	4,98	-6,7	-2,51	-1,93	29,1	18,32	0,237	3,46
0,5	0,02	41,89	11,66	7,89	35,5	-4,19	-2,91	24,5	20,39	6,412	3,27
	0,04	33,84	11,26	7,80	48,6	-4,14	-2,91	25,4	21,17	3,344	3,31
	0,06	28,88	10,92	7,72	91,2	-4,08	-2,92	26,4	21,96	2,321	3,40
	0,08	25,48	10,62	7,65	985,0	-4,04	-2,92	27,3	22,74	1,807	3,49
	0,10	22,99	10,37	7,58	-114,4	-4,00	-2,92	28,3	23,51	1,498	3,59
	0,20	16,45	9,43	7,32	-19,4	-3,83	-2,93	33,1	27,40	0,876	4,13
	0,40	11,95	8,41	7,00	-9,0	-3,62	-2,95	42,8	35,23	0,562	5,25
0,6	0,02	71,00	14,24	9,92	25,4	-5,91	-4,02	34,2	34,10	13,011	4,65
	0,04	54,75	13,89	9,86	29,4	-5,83	-4,03	35,5	35,44	6,796	4,72
	0,06	45,46	13,60	9,81	37,2	-5,77	-4,04	36,8	36,76	4,724	4,83
	0,08	39,43	13,34	9,77	51,4	-5,70	-4,05	38,1	38,08	3,682	4,97
	0,10	35,17	13,10	9,73	82,7	-5,65	-4,06	39,5	39,39	3,055	5,11
	0,20	24,44	12,23	9,57	-49,2	-5,42	-4,09	46,0	45,94	1,792	5,89
	0,40	17,45	11,23	9,37	-15,2	-5,15	-4,15	59,2	59,02	1,154	7,50
0,7	0,02	86,19	17,28	12,63	47,1	-7,41	-5,53	48,7	53,77	23,855	6,26
	0,04	68,29	16,98	12,59	57,6	-7,34	-5,54	50,6	55,90	12,465	6,35
	0,06	57,65	16,72	12,56	81,7	-7,28	-5,55	52,5	58,02	8,666	6,51
	0,08	50,52	16,48	12,54	144,9	-7,23	-5,56	54,4	60,13	6,757	6,70
	0,10	45,37	16,27	12,51	604,1	-7,18	-5,57	56,3	62,24	5,608	6,89
	0,20	32,14	15,45	12,41	-46,7	-6,97	-5,61	65,8	72,72	3,293	7,95
	0,40	23,26	14,48	12,28	-18,7	-6,71	-5,67	84,9	93,77	2,124	10,14
0,8	0,02	102,20	20,75	15,89	85,9	-9,13	-7,30	69,1	80,26	40,477	8,11
	0,04	82,85	20,48	15,87	115,8	-9,06	-7,31	71,9	83,48	21,152	8,23
	0,06	70,86	20,24	15,85	209,8	-9,01	-7,32	74,6	86,67	14,705	8,44
	0,08	62,63	20,03	15,83	1304,5	-8,96	-7,34	77,3	89,85	11,465	8,69
	0,10	56,64	19,83	15,82	-316,5	-8,91	-7,35	80,0	93,03	9,516	8,94
	0,20	40,81	19,07	15,77	-49,1	-8,73	-7,39	93,5	108,88	5,590	10,32
	0,40	29,88	18,15	15,70	-22,6	-8,50	-7,45	120,8	140,81	3,606	13,17
0,9	0,02	118,90	24,63	19,69	160,3	-11,05	-9,33	97,5	114,69	64,602	10,18
	0,04	98,11	24,39	19,68	263,2	-11,00	-9,35	101,4	119,33	33,753	10,35
	0,06	84,87	24,18	19,68	1307,8	-10,95	-9,36	105,2	123,93	23,463	10,62
	0,08	75,66	23,98	19,67	-425,5	-10,91	-9,37	109,0	128,52	18,293	10,93
	0,10	68,79	23,81	19,67	-185,3	-10,87	-9,38	112,8	133,10	15,182	11,25
	0,20	50,33	23,11	19,65	-53,5	-10,71	-9,42	132,0	156,01	8,917	12,99
	0,40	37,24	22,24	19,62	-26,9	-10,50	-9,48	170,7	202,37	5,754	16,59
1,0	0,02	136,05	28,94	24,05	330,0	-13,21	-11,62	136,8	158,27	98,174	12,46
	0,04	114,12	28,73	24,05	1003,8	-13,17	-11,63	142,3	164,72	51,283	12,68
	0,06	99,75	28,53	24,05	-686,5	-13,13	-11,64	147,6	171,13	35,644	13,02
	0,08	89,49	28,36	24,05	-253,0	-13,09	-11,65	153,0	177,52	27,786	13,41
	0,10	81,80	28,20	24,06	-156,6	-13,05	-11,66	158,3	183,90	23,058	13,81
	0,20	60,68	27,56	24,06	-59,0	-12,92	-11,70	185,3	215,90	13,542	15,96
	0,40	45,31	26,75	24,07	-31,7	-12,74	-11,75	239,8	280,92	8,739	20,38

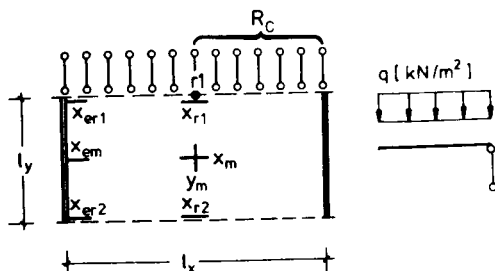


Tabelle C.5.1

Zweiseitig am Rande
spannung an den an-
nachgiebigen Auflagen-
linien

$\frac{z_y}{z_x}$	D/C	m_{xrl}	m_{xm}	m_{ym}	m_{xy1}	m_{xy2}	θ_{yrl}	k_{wrl}	R_C	A_L
		$= p \cdot z_y^2 :$			$= \pm p \cdot z_y^2 :$		$= \frac{p \cdot z_y^3}{0}$	$= \frac{p \cdot z_y^4}{D}$	$= p \cdot z_y^2 :$	
0,3	0,02	1599,3	278,3	8,65	24,24	15,07	30,65	1,679	1,447	0,727
	0,04	572,3	220,5	8,62	32,06	13,48	37,43	0,831	1,502	0,714
	0,06	245,1	165,1	8,61	43,73	12,34	48,11	0,555	1,550	0,702
	0,08	142,0	127,2	8,60	64,49	11,44	66,92	0,419	1,593	0,691
	0,10	97,0	102,1	8,60	113,65	10,70	108,02	0,338	1,635	0,681
	0,20	36,5	51,1	8,64	-52,83	8,41	-60,78	0,182	1,829	0,642
	0,40	17,7	27,8	8,72	-17,04	6,38	-17,82	0,106	2,196	0,591
0,4	0,02	316,6	98,5	9,51	20,53	16,10	30,60	3,920	1,956	0,993
	0,04	224,8	88,6	9,50	23,34	15,15	33,16	1,941	2,018	0,980
	0,06	153,2	78,6	9,50	26,32	14,36	36,25	1,293	2,072	0,969
	0,08	111,1	69,9	9,51	29,70	13,68	39,96	0,974	2,122	0,958
	0,10	85,5	62,8	9,52	33,65	13,10	44,41	0,785	2,168	0,948
	0,20	39,1	41,8	9,61	76,37	11,03	91,66	0,417	2,384	0,906
	0,40	20,1	26,7	9,77	-85,68	8,85	-128,83	0,238	2,792	0,846
0,5	0,02	174,7	57,9	10,91	19,33	16,69	33,81	7,621	2,498	1,275
	0,04	141,1	54,2	10,91	20,87	16,08	35,40	3,779	2,569	1,263
	0,06	111,6	50,7	10,94	22,36	15,55	37,19	2,518	2,630	1,252
	0,08	90,1	47,4	10,96	23,88	15,07	39,17	1,897	2,685	1,241
	0,10	74,8	44,5	10,98	25,46	14,64	41,34	1,529	2,738	1,232
	0,20	40,1	34,5	11,13	35,56	12,97	55,82	0,807	2,982	1,189
	0,40	22,2	25,0	11,39	89,49	10,96	131,72	0,456	3,443	1,125
0,6	0,02	185,4	41,5	12,71	18,36	16,61	37,83	13,271	3,093	1,477
	0,04	148,8	39,7	12,74	19,36	16,23	39,01	6,594	3,173	1,467
	0,06	118,5	38,0	12,78	20,28	15,89	40,31	4,400	3,242	1,457
	0,08	96,6	36,5	12,82	21,18	15,57	41,69	3,316	3,305	1,448
	0,10	81,0	35,0	12,86	22,08	15,27	43,16	2,673	3,365	1,440
	0,20	44,6	29,5	13,07	26,95	14,05	51,70	1,408	3,644	1,401
	0,40	25,0	23,3	13,46	40,91	12,45	77,12	0,792	4,173	1,343
0,7	0,02	154,0	34,3	15,28	19,07	17,69	44,68	21,507	3,741	1,795
	0,04	129,4	33,3	15,33	19,86	17,41	45,76	10,705	3,832	1,786
	0,06	108,2	32,3	15,39	20,58	17,16	46,93	7,150	3,910	1,777
	0,08	91,8	31,4	15,45	21,28	16,91	48,16	5,391	3,982	1,768
	0,10	79,4	30,5	15,52	21,96	16,68	49,44	4,346	4,051	1,760
	0,20	47,3	27,0	15,82	25,46	15,70	56,54	2,288	4,372	1,723
	0,40	27,8	22,6	16,37	33,90	14,32	74,46	1,282	4,981	1,666
0,8	0,02	138,6	30,7	18,62	20,26	19,10	53,52	33,102	4,459	2,146
	0,04	120,0	30,0	18,70	20,96	18,88	54,61	16,497	4,562	2,138
	0,06	103,6	29,3	18,79	21,58	18,68	55,78	11,027	4,652	2,129
	0,08	90,3	28,7	18,87	22,18	18,48	57,00	8,317	4,735	2,121
	0,10	79,8	28,1	18,96	22,77	18,30	58,26	6,706	4,814	2,114
	0,20	50,7	25,6	19,38	25,67	17,50	65,03	3,530	5,184	2,079
	0,40	30,9	22,3	20,13	32,13	16,32	80,82	1,975	5,889	2,025
0,9	0,02	131,0	28,9	22,88	21,89	20,83	64,62	48,969	5,254	2,534
	0,04	115,9	28,4	23,00	22,54	20,66	65,79	24,430	5,372	2,526
	0,06	102,3	27,9	23,12	23,12	20,50	67,03	16,339	5,475	2,519
	0,08	90,9	27,4	23,23	23,68	20,34	68,32	12,328	5,570	2,512
	0,10	81,6	27,0	23,34	24,21	20,19	69,64	9,942	5,661	2,505
	0,20	54,3	25,1	23,91	26,87	19,52	76,65	5,234	6,089	2,473
	0,40	34,3	22,5	24,93	32,47	18,51	92,29	2,926	6,905	2,422
1,0	0,02	128,1	28,2	28,28	23,93	22,93	78,31	70,197	6,135	2,963
	0,04	115,2	27,8	28,43	24,56	22,79	79,62	35,045	6,270	2,956
	0,06	103,3	27,4	28,59	25,13	22,65	80,99	23,450	6,388	2,949
	0,08	93,1	27,1	28,75	25,67	22,52	82,42	17,698	6,498	2,942
	0,10	84,6	26,7	28,90	26,20	22,39	83,88	14,275	6,603	2,936
	0,20	58,5	25,3	29,66	28,77	21,83	91,52	7,518	7,097	2,907
	0,40	38,1	23,1	31,00	34,04	20,97	108,11	4,202	8,040	2,860

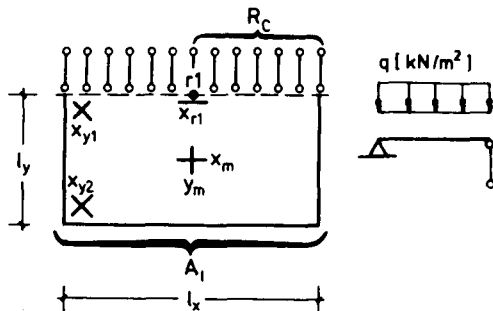
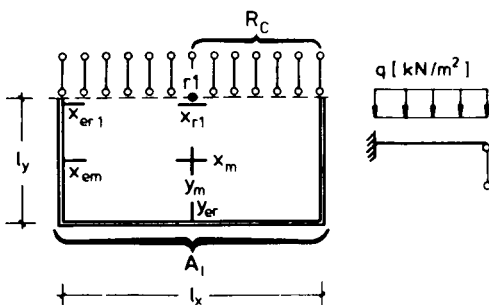


Tabelle C 5.3:

Dreiseitig gelenkige Lagerung an den un-nachgiebigen Auflagerlinien

ξ_y / ξ_x	D/C	m_{xrl}	m_{xm}	m_{xerl}	m_{xem}	m_{ym}	m_{yer}	θ_{rl}	K_{wrl}	R_C	A_t
		$= p \cdot \xi_y^2 :$						$= \frac{p \cdot \xi_y^3}{D} :$	$= \frac{p \cdot \xi_y^4}{D} :$	$= p \cdot \xi_y^2 :$	
0,3	0,02	-	1193,0	-25,76	-14,77	18,71	-7,45	75,0	2,274	2,158	0,617
	0,04	629,9	625,5	-13,20	-14,34	20,92	-6,76	137,4	1,171	2,359	0,603
	0,06	248,5	377,9	-9,61	-14,02	23,45	-6,23	562,5	0,814	2,544	0,592
	0,08	150,5	266,9	-7,86	-13,77	26,31	-5,83	-314,6	0,639	2,722	0,582
	0,10	108,5	207,6	-6,80	-13,57	29,55	-5,50	-131,0	0,535	2,896	0,574
	0,20	50,3	108,7	-4,61	-12,90	54,90	-4,55	-41,1	0,333	3,741	0,545
	0,40	30,7	69,5	-3,46	-12,28	-	-3,82	-23,4	0,235	5,401	0,517
0,4	0,02	446,1	205,0	-58,92	-15,00	18,55	-8,11	63,1	5,125	2,941	0,885
	0,04	229,0	166,8	-26,24	-14,65	19,50	-7,70	76,5	2,602	3,134	0,876
	0,06	143,0	138,5	-18,06	-14,37	20,48	-7,35	95,7	1,783	3,311	0,867
	0,08	102,9	118,6	-14,24	-14,14	21,50	-7,06	124,8	1,381	3,481	0,859
	0,10	80,8	104,3	-11,99	-13,93	22,52	-6,81	173,9	1,143	3,646	0,852
	0,20	42,0	69,3	-7,50	-13,19	27,90	-5,96	-300,3	0,676	4,447	0,825
	0,40	25,9	48,5	-5,19	-12,39	39,67	-5,17	-68,4	0,449	6,013	0,794
0,5	0,02	206,5	98,9	-109,33	-15,29	20,36	-8,86	66,0	9,786	3,860	1,196
	0,04	140,2	88,9	-44,89	-15,04	21,02	-8,61	73,4	4,975	4,059	1,189
	0,06	103,7	80,8	-29,76	-14,81	21,68	-8,39	82,2	3,405	4,246	1,183
	0,08	82,3	74,2	-22,88	-14,61	22,33	-8,19	92,6	2,630	4,428	1,177
	0,10	68,6	69,0	-18,91	-14,44	22,99	-8,01	104,9	2,169	4,607	1,172
	0,20	40,1	53,2	-11,22	-13,76	26,13	-7,36	233,3	1,263	5,476	1,150
	0,40	25,8	40,9	-7,41	-12,98	31,77	-6,65	-391,0	0,818	7,186	1,123
0,6	0,02	191,1	64,6	101,02	-12,86	23,86	-9,81	72,6	17,103	5,053	1,538
	0,04	132,0	60,8	1678,58	-12,65	24,46	-9,65	78,0	8,750	5,254	1,534
	0,06	100,3	57,6	-123,95	-12,45	25,05	-9,51	83,8	6,006	5,459	1,531
	0,08	81,4	54,8	-62,21	-12,28	25,63	-9,38	90,2	4,645	5,665	1,528
	0,10	69,0	52,5	-42,58	-12,13	26,19	-9,27	97,0	3,834	5,870	1,525
	0,20	42,0	44,5	-18,60	-11,52	28,83	-8,82	141,8	2,227	6,888	1,513
	0,40	27,5	37,1	-10,70	-10,82	33,27	-8,28	365,6	1,432	8,912	1,497
0,7	0,02	161,3	52,3	126,44	-13,46	29,19	-11,31	87,3	28,071	6,424	1,988
	0,04	120,0	50,3	561,77	-13,30	29,83	-11,20	92,5	14,442	6,634	1,986
	0,06	96,1	48,6	-232,23	-13,15	30,45	-11,11	97,9	9,945	6,866	1,984
	0,08	80,9	47,1	-99,15	-13,02	31,06	-11,02	103,6	7,706	7,105	1,983
	0,10	70,3	45,8	-64,44	-12,89	31,65	-10,94	109,5	6,368	7,346	1,981
	0,20	45,6	41,1	-26,20	-12,41	34,34	-10,63	143,7	3,703	8,563	1,975
	0,40	31,0	36,1	-14,60	-11,82	38,74	-10,23	246,1	2,377	11,009	1,967
0,8	0,02	151,1	47,1	178,41	-14,33	36,93	-13,25	108,5	44,229	8,065	2,522
	0,04	118,0	46,0	734,27	-14,20	37,68	-13,19	114,1	22,862	8,288	2,522
	0,06	97,7	45,0	-323,96	-14,09	38,40	-13,12	119,9	15,786	8,555	2,522
	0,08	84,3	44,1	-135,10	-13,99	39,09	-13,07	125,8	12,253	8,836	2,521
	0,10	74,6	43,2	-86,92	-13,89	39,76	-13,01	131,8	10,138	9,124	2,521
	0,20	50,7	40,2	-34,65	-13,52	42,82	-12,80	164,7	5,910	10,599	2,520
	0,40	35,5	36,7	-19,10	-13,05	47,69	-12,53	247,0	3,796	13,586	2,519
0,9	0,02	150,7	45,6	283,80	-15,50	47,83	-15,66	137,4	67,400	9,985	3,146
	0,04	121,7	44,8	2331,49	-15,41	48,74	-15,62	143,9	34,961	10,229	3,147
	0,06	103,3	44,1	-339,66	-15,32	49,61	-15,58	150,5	24,192	10,540	3,148
	0,08	90,6	43,5	-159,65	-15,24	50,45	-15,54	157,2	18,805	10,876	3,149
	0,10	81,4	43,0	-105,89	-15,17	51,26	-15,51	164,0	15,572	11,221	3,149
	0,20	57,3	40,8	-43,45	-14,88	54,92	-15,38	199,8	9,099	13,009	3,152
	0,40	41,2	38,3	-24,09	-14,51	60,69	-15,20	281,8	5,853	16,653	3,156
1,0	0,02	156,3	46,1	545,29	-17,00	62,92	-18,52	175,4	99,709	12,180	3,860
	0,04	129,3	45,6	-1841,11	-16,93	64,04	-18,50	183,2	51,848	12,456	3,862
	0,06	111,8	45,1	-313,75	-16,86	65,13	-18,48	191,2	35,932	12,823	3,863
	0,08	99,4	44,6	-172,11	-16,80	66,18	-18,46	199,2	27,958	13,222	3,864
	0,10	90,1	44,3	-120,01	-16,75	67,19	-18,44	207,2	23,170	13,637	3,865
	0,20	65,3	42,7	-52,22	-16,53	71,70	-18,37	249,0	13,562	15,795	3,871
	0,40	47,9	40,8	-29,47	-16,24	78,74	-18,27	340,2	8,733	20,208	3,878



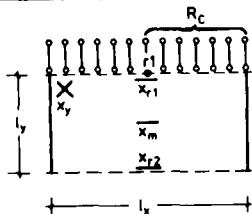
Tab. 110 F 5.4

Dreiseitig stütz. Biege-
spannung an der unteren
nachgiebigen Auflager-
linie

Anlage C 6

Tafeln zur Schnittgrößenermittlung für Podestplatten mit einem Randlini-
enmoment m_R entlang des Randes mit Dehnfedern

l_y/l_x	D/C	m_{xr1}	m_{xm}	m_{xr2}	m_{ym}	m_{xy}	θ_{r1}	k_{wrl}	R_C
		$= m_R :$				$= \pm m_R :$	$= \frac{m_R \cdot l_y}{D}$	$= \frac{m_R \cdot l_y^2}{D}$	$= m_R :$
0,3	0,02	-15,75	-3,674	-2,216	-2,198	0,948	-1,089	3962,7	2,209
	0,04	-13,78	-3,608	-2,205	-2,209	0,935	-1,091	746,3	2,458
	0,06	-12,75	-3,571	-2,200	-2,217	0,928	-1,092	331,1	2,636
	0,08	-12,18	-3,555	-2,200	-2,222	0,923	-1,093	197,7	2,768
	0,10	-11,88	-3,550	-2,202	-2,226	0,919	-1,093	137,2	2,878
	0,20	-11,83	-3,600	-2,231	-2,233	0,909	-1,093	51,6	3,246
0,5	0,40	-14,02	-3,807	-2,312	-2,233	0,900	-1,088	23,2	3,693
	0,02	-13,40	-3,546	-2,598	-3,171	1,533	-2,278	1611,6	1,649
	0,04	-12,20	-3,536	-2,608	-3,184	1,502	-2,281	639,2	1,793
	0,06	-11,62	-3,541	-2,618	-3,190	1,483	-2,282	367,6	1,894
	0,08	-11,36	-3,555	-2,632	-3,193	1,470	-2,281	250,8	1,973
	0,10	-11,29	-3,575	-2,645	-3,194	1,460	-2,280	188,4	2,038
0,8	0,20	-12,09	-3,711	-2,717	-3,184	1,430	-2,266	83,2	2,274
	0,40	-16,47	-4,027	-2,860	-3,148	1,398	-2,236	41,3	2,607
	0,02	-16,42	-3,960	-4,216	-7,389	1,391	-4,120	2306,1	1,368
	0,04	-14,91	-3,982	-4,244	-7,383	1,362	-4,121	1014,8	1,472
	0,06	-14,25	-4,010	-4,272	-7,361	1,345	-4,116	620,2	1,546
	0,08	-14,05	-4,043	-4,299	-7,334	1,332	-4,109	439,6	1,604
0,8	0,10	-14,12	-4,077	-4,327	-7,301	1,323	-4,100	338,8	1,653
	0,20	-16,42	-4,266	-4,464	-7,130	1,291	-4,047	159,1	1,840
	0,40	-30,28	-4,649	-4,717	-6,822	1,254	-3,947	82,5	2,126



m_R [kNm/m]

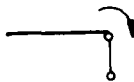
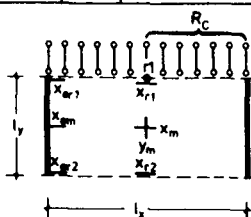


Tabelle C 6.1:

Zweiseitig gelenkige Lagerung an den un-nachgiebigen Auflagerlinien

l_y/l_x	D/C	m_{xr1}	m_{xm}	m_{xr2}	m_{xer1}	m_{xem}	m_{xer2}	m_{ym}	θ_{r1}	w_{rl}	R_D
		$= m_R :$				$= \pm m_R :$	$= \frac{m_R \cdot l_y}{D}$	$= \frac{m_R \cdot l_y^2}{D}$	$= m_R :$		
0,3	0,02	-12,46	-3,775	-2,475	-0,618	1,009	0,725	-2,50	-1,555	321,7	-0,739
	0,04	-10,10	-3,667	-2,456	-0,543	1,035	0,719	-2,52	-1,546	116,7	-0,872
	0,06	-9,36	-3,648	-2,461	-0,508	1,056	0,716	-2,52	-1,537	66,6	-0,969
	0,08	-9,19	-3,671	-2,477	-0,486	1,075	0,714	-2,52	-1,527	45,9	-1,048
	0,10	-9,30	-3,719	-2,500	-0,470	1,092	0,712	-2,52	-1,517	35,1	-1,116
	0,20	-11,70	-4,075	-2,636	-0,425	1,166	0,713	-2,49	-1,474	16,9	-1,389
0,5	0,40	-27,69	-4,936	-2,902	-0,387	1,279	0,716	-2,42	-1,414	9,6	-1,831
	0,02	-13,42	-4,564	-4,073	-1,657	1,792	2,528	-4,50	-3,319	499,6	-0,721
	0,04	-11,75	-4,572	-4,088	-1,300	1,820	2,496	-4,46	-3,288	215,3	-0,833
	0,06	-11,41	-4,632	-4,119	-1,150	1,847	2,475	-4,41	-3,253	133,2	-0,914
	0,08	-11,63	-4,715	-4,156	-1,061	1,874	2,461	-4,36	-3,218	96,3	-0,982
	0,10	-12,17	-4,812	-4,198	-0,999	1,899	2,449	-4,30	-3,184	75,9	-1,041
0,8	0,20	-18,50	-5,359	-4,399	-0,838	2,015	2,413	-4,09	-3,039	39,4	-1,289
	0,40	-320,92	-6,477	-4,737	-0,713	2,196	2,375	-3,81	-2,853	23,5	-1,713
	0,02	-15,76	-6,137	-13,187	-1,498	2,902	37,277	-22,22	-5,667	1124,5	-0,724
	0,04	-13,87	-6,198	-13,149	-1,213	2,930	34,437	-20,71	-5,604	500,1	-0,829
	0,06	-13,65	-6,293	-13,158	-1,086	2,963	32,340	-19,42	-5,534	314,7	-0,907
	0,08	-14,15	-6,400	-13,184	-1,008	2,996	30,665	-18,33	-5,465	230,0	-0,972
0,8	0,10	-15,11	-6,515	-13,217	-0,954	3,029	29,293	-17,40	-5,398	182,5	-1,029
	0,20	-27,51	-7,087	-13,412	-0,808	3,181	24,827	-14,31	-5,121	96,4	-1,271
	0,40	64,89	-8,110	-13,734	-0,691	3,416	20,710	-11,53	-4,776	58,3	-1,691



m_R [kNm/m]

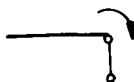
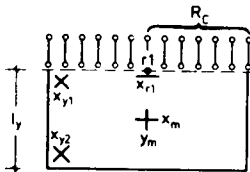


Tabelle C 6.2:

Zweiseitig starre Einspannung an den un-nachgiebigen Auflagerlinien

ξ_y / ξ_x	D/C	m_{xrl}	m_{xm}	m_{ym}	m_{xyl}	m_{xy2}	θ_{yrl}	K_{wrl}	R_C
		$= m_R :$			$= \pm m_R :$		$= \frac{m_R \cdot \xi_y}{D}$	$= \frac{m_R \cdot \xi_y^2}{D}$	$= m_R :$
0,3	0,02	-141,04	-51,57	-2,116	-2,046	5,33	-2,985	89,7	0,664
	0,04	-114,96	-50,84	-2,123	-1,931	5,91	-2,890	43,9	0,700
	0,06	-141,88	-55,04	-2,127	-1,854	6,51	-2,798	29,0	0,729
	0,08	-299,85	-63,86	-2,129	-1,794	7,17	-2,711	21,7	0,753
	0,10	636,54	-79,43	-2,131	-1,744	7,91	-2,631	17,4	0,776
	0,20	31,50	196,04	-2,131	-1,575	13,85	-2,317	9,2	0,876
	0,40	11,34	27,03	-2,122	-1,390	-153,37	-1,952	5,3	1,059
0,5	0,02	-30,38	-11,69	-2,827	-2,431	5,10	-3,495	444,7	0,976
	0,04	-27,03	-11,70	-2,836	-2,331	5,25	-3,472	210,5	1,035
	0,06	-26,30	-11,87	-2,839	-2,267	5,41	-3,444	135,2	1,078
	0,08	-27,01	-12,13	-2,840	-2,217	5,55	-3,414	99,1	1,114
	0,10	-28,73	-12,46	-2,840	-2,178	5,70	-3,384	78,3	1,145
	0,20	-60,42	-14,75	-2,828	-2,040	6,45	-3,240	39,2	1,274
	0,40	42,41	-22,46	-2,796	-1,879	8,14	-3,020	21,4	1,492
0,8	0,02	-20,30	-6,37	-5,970	-1,534	6,34	-4,626	1685,9	1,197
	0,04	-18,30	-6,41	-5,968	-1,497	6,42	-4,619	770,6	1,280
	0,06	-17,57	-6,48	-5,958	-1,474	6,50	-4,606	482,9	1,339
	0,08	-17,49	-6,56	-5,942	-1,457	6,57	-4,589	347,9	1,386
	0,10	-17,82	-6,64	-5,926	-1,444	6,65	-4,570	271,4	1,427
	0,20	-23,24	-7,09	-5,824	-1,398	7,01	-4,473	131,3	1,586
	0,40	-96,15	-8,07	-5,642	-1,344	7,70	-4,305	69,6	1,840



m_R [kNm/m]

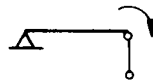
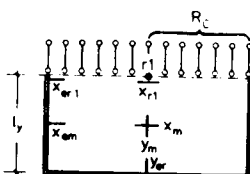


Tabelle C 6.3:

Dreiseitig starre Einspannung an den nachgiebigen Auflagerlinien

ξ_y / ξ_x	D/C	m_{xrl}	m_{xm}	m_{xerl}	m_{xem}	m_{ym}	m_{yer}	θ_{yrl}	K_{wrl}	R_C
		$= m_R :$						$= \frac{m_R \cdot \xi_y}{D}$	$= \frac{m_R \cdot \xi_y^2}{D}$	$= m_R :$
0,3	0,02	-314,47	-137,01	-0,866	4,366	-1,352	-18,19	-3,681	61,0	-0,489
	0,04	-828,50	-160,31	-0,730	4,569	-1,251	-19,04	-3,395	31,2	-0,550
	0,06	194,63	-291,46	-0,660	4,728	-1,172	-19,70	-3,167	21,5	-0,602
	0,08	75,76	-	-0,614	4,862	-1,107	-20,26	-2,985	16,8	-0,649
	0,10	46,06	279,02	-0,582	4,980	-1,055	-20,75	-2,838	14,0	-0,694
	0,20	16,71	51,68	-0,494	5,423	-0,895	-22,59	-2,392	8,6	-0,908
	0,40	9,28	25,67	-0,429	5,956	-0,766	-24,82	-2,036	6,0	-1,321
0,5	0,02	-29,19	-15,69	-1,896	4,647	-1,916	-11,62	-4,348	300,3	-0,652
	0,04	-26,05	-16,02	-1,458	4,784	-1,861	-11,96	-4,250	142,5	-0,737
	0,06	-27,45	-16,77	-1,272	4,906	-1,807	-12,27	-4,152	93,0	-0,800
	0,08	-31,77	-17,77	-1,160	5,020	-1,758	-12,55	-4,059	69,6	-0,854
	0,10	-39,81	-18,98	-1,082	5,126	-1,715	-12,82	-3,974	56,2	-0,903
	0,20	96,81	-27,84	-0,880	5,590	-1,550	-13,98	-3,647	31,0	-1,116
	0,40	15,14	-83,89	-0,728	6,306	-1,373	-15,77	-3,285	19,4	-1,499
0,8	0,02	-17,11	-8,02	-1,520	3,535	-7,259	-8,84	-5,843	1071,5	-0,721
	0,04	-15,08	-8,13	-1,230	3,577	-6,783	-8,94	-5,772	481,7	-0,824
	0,06	-14,92	-8,30	-1,100	3,624	-6,375	-9,06	-5,696	304,8	-0,900
	0,08	-15,61	-8,48	-1,021	3,670	-6,033	-9,18	-5,620	223,5	-0,964
	0,10	-16,86	-8,67	-0,965	3,716	-5,738	-9,29	-5,547	177,8	-1,020
	0,20	-34,89	-9,65	-0,815	3,925	-4,763	-9,61	-5,246	94,4	-1,258
	0,40	42,09	-11,51	-0,695	4,252	-3,871	-10,63	-4,876	57,4	-1,674



m_R [kNm/m]

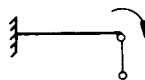


Tabelle C 6.4:

Dreiseitig starre Einspannung an den nachgiebigen Auflagerlinien

Anlage C 7

Tafeln zur Schnittgrößenermittlung für Podestplatten mit einer Randlini-
enlast p_L entlang des Randes mit Dehnfedern

ξ_y/ξ_x	D/C	m_{xr1}	m_{xm}	m_{xr2}	m_{ym}	m_{xy}	θ_{r1}	k_{wr1}	R_C
		$= p_L \cdot \xi_y :$			$= \pm p_L \cdot \xi_y :$		$= \frac{p_L \cdot \xi_y^2}{D}$	$= \frac{p_L \cdot \xi_y^3}{D}$	$= p_L \cdot \xi_y :$
0,3	0,02	-	4061	2146	5277	-378,7	-39930	-8,42	6,99
	0,04	8202	1308	880	3369	-264,8	-7450	-4,09	7,18
	0,06	1573	679	521	2972	-219,3	-3303	-2,68	7,32
	0,08	749	438	362	2975	-193,2	-1972	-1,99	7,43
	0,10	467	317	275	3201	-175,6	-1370	-1,58	7,53
	0,20	147	129	124	24676	-131,1	-515	-0,79	7,94
	0,40	62	60	61	-1514	-96,3	-232	-0,42	8,62
0,5	0,02	-	3426	2682	49285	-654,5	-16095	-39,04	11,69
	0,04	6002	1477	1290	-	-443,7	-6389	-19,03	12,05
	0,06	2031	899	843	-16653	-359,4	-3674	-12,51	12,32
	0,08	1098	637	626	-7782	-311,0	-2506	-9,31	12,55
	0,10	724	491	498	-4890	-278,6	-1884	-7,43	12,75
	0,20	251	230	253	-1612	-197,6	-832	-3,79	13,64
	0,40	111	118	136	-708	-138,3	-413	-2,04	15,20
0,8	0,02	-	5394	6889	-21761	-996,0	-23194	-160,29	18,75
	0,04	11441	2552	3465	-9455	-664,7	-10190	-78,32	19,35
	0,06	3573	1651	2329	-5828	-532,3	-6221	-51,60	19,83
	0,08	1891	1217	1764	-4169	-456,4	-4406	-38,50	20,24
	0,10	1236	966	1427	-3238	-405,5	-3394	-30,79	20,61
	0,20	426	487	755	-1553	-280,5	-1592	-15,83	22,25
	0,40	191	263	421	-817	-192,7	-825	-8,67	25,17

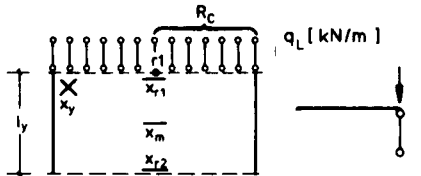


Tabelle C 7.1:

Zweiseitig gelenkige
Lagerung an den un-
nachgiebigen Auflager-
linien

ξ_y/ξ_x	D/C	m_{xr1}	m_{xm}	m_{xr2}	m_{xer1}	m_{xem}	m_{xer2}	m_{ym}	θ_{r1}	w_{r1}	R_D
		$= p_L \cdot \xi_y :$			$= p_L \cdot \xi_y :$			$= \frac{p_L \cdot \xi_y^2}{D}$	$= \frac{p_L \cdot \xi_y^3}{D}$	$= p_L \cdot \xi_y :$	
0,3	0,02	13860	2445	2155	-43,1	-348,9	1197	-11617	-1209	-8,42	7,71
	0,04	1318	803	811	-29,8	-188,4	1035	-3847	-625	-4,15	8,24
	0,06	555	443	478	-24,3	-133,8	1075	-2044	-423	-2,77	8,66
	0,08	334	301	337	-21,1	-105,7	1205	-1354	-323	-2,10	9,03
	0,10	237	228	262	-18,9	-88,5	1424	-1008	-263	-1,71	9,37
	0,20	100	109	131	-13,5	-52,8	-32607	-461	-146	-0,94	10,92
	0,40	53	61	76	-9,8	-33,9	-801	-255	-89	-0,58	13,81
0,5	0,02	12453	3596	6487	-86,1	-1513,3	3209	-3964	-3163	-39,19	12,90
	0,04	2096	1468	2691	-59,4	-753,4	2074	-1965	-1589	-19,41	13,84
	0,06	951	895	1672	-48,2	-512,6	1643	-1305	-1066	-13,04	14,59
	0,08	591	644	1220	-41,7	-394,6	1403	-985	-809	-9,93	15,27
	0,10	426	506	968	-37,3	-324,7	1247	-798	-658	-8,10	15,91
	0,20	186	261	512	-26,5	-186,7	879	-441	-367	-4,55	18,83
	0,40	102	156	310	-19,5	-118,7	644	-273	-228	-2,85	24,32
0,8	0,02	20901	8302	-469483	-137,8	-5717,9	9838	-5803	-7929	-160,75	20,65
	0,04	3446	3688	119403	-94,9	-2647,9	5324	-2977	-3961	-79,72	22,18
	0,06	1558	2353	46196	-77,1	-1740,7	3769	-2037	-2652	-53,60	23,42
	0,08	968	1740	28095	-66,6	-1313,0	2972	-1569	-2013	-40,86	24,53
	0,10	698	1393	20240	-59,6	-1066,0	2486	-1291	-1638	-33,37	25,57
	0,20	305	752	9014	-42,5	-595,4	1487	-742	-915	-18,84	30,37
	0,40	169	462	5065	-31,3	-373,0	970	-472	-571	-11,86	39,44

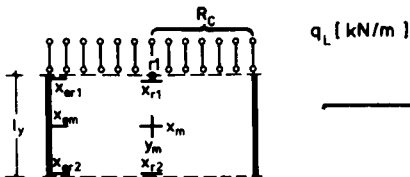


Tabelle C 7.2:

Zweiseitig starre Ein-
spannung an den un-
nachgiebigen Auflager-
linien

ξ_y/ξ_x	D/C	m_{xr1}	m_{xm}	m_{ym}	m_{xy1}	m_{xy2}	θ_{yr1}	K_{wr1}	R_C	A_t
		$= p_L \cdot \xi_y :$			$= \pm p_L \cdot \xi_y :$		$= \frac{p_L \cdot \xi_y^2}{D} :$	$= \frac{p_L \cdot \xi_y^3}{D} :$	$= p_L \cdot \xi_y :$	
0,3	0,02	-7884	-21878	6356	-260,5	-491,4	-897	-8,54	7,10	165,0
	0,04	-	11091	3838	-165,6	-274,0	-439	-4,21	7,39	88,3
	0,06	2536	2795	3189	-128,1	-197,0	-290	-2,80	7,64	62,0
	0,08	1071	1444	2962	-107,0	-156,7	-217	-2,11	7,87	48,5
	0,10	646	943	2902	-93,1	-131,6	-174	-1,70	8,08	40,3
	0,20	205	336	3605	-60,9	-78,2	-92	-0,91	9,06	23,2
	0,40	94	161	18053	-40,8	-49,0	-53	-0,53	10,89	14,2
0,5	0,02	-25208	10504	18248	-559,0	-1862,2	-4445	-39,30	11,75	604,4
	0,04	13307	3599	15163	-361,9	-981,4	-2104	-19,27	12,17	313,3
	0,06	2897	1969	19550	-283,5	-680,7	-1352	-12,74	12,51	215,0
	0,08	1425	1314	44435	-238,9	-527,3	-991	-9,54	12,81	165,3
	0,10	904	978	-72886	-209,4	-433,7	-783	-7,65	13,09	135,2
	0,20	301	429	-4323	-138,9	-241,5	-392	-3,99	14,33	74,2
	0,40	136	219	-1541	-92,8	-141,5	-214	-2,24	16,59	43,1
0,8	0,02	-78412	7793	-37313	-957,5	-6965,6	-16929	-160,53	18,77	2239,5
	0,04	13775	3590	-14770	-631,7	-3559,5	-7730	-78,55	19,40	1142,7
	0,06	3901	2287	-8697	-501,3	-2418,7	-4840	-51,81	19,90	775,8
	0,08	2018	1670	-6060	-426,8	-1845,4	-3486	-38,71	20,33	591,5
	0,10	1306	1316	-4627	-377,1	-1500,9	-2718	-31,00	20,73	480,9
	0,20	445	655	-2145	-256,2	-808,1	-1314	-16,02	22,49	258,5
	0,40	200	354	-1113	-173,7	-458,9	-697	-8,86	25,67	146,7

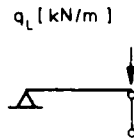
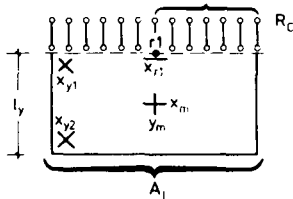


Tabella C 7.3:

Dreiseitig gelenkige Lagerung an den un-nachgiebigen Auflagerlinien

ξ_y/ξ_x	D/C	m_{xr1}	m_{xm}	m_{xer1}	m_{xem}	m_{ym}	m_{yer}	θ_{r1}	K_{wr1}	R_C	A_t
		$= p_L \cdot \xi_y :$						$= \frac{p_L \cdot \xi_y^2}{D} :$	$= \frac{p_L \cdot \xi_y^3}{D} :$	$= p_L \cdot \xi_y :$	
0,3	0,02	-12179	-36014	-41,4	-1106	-632	276	-602	-8,81	7,94	91
	0,04	3932	7595	-28,4	-673	-327	140	-310	-4,53	8,76	48
	0,06	1210	2636	-23,1	-521	-227	96	-215	-3,14	9,49	34
	0,08	681	1539	-20,1	-440	-178	75	-168	-2,46	10,18	27
	0,10	474	1090	-18,1	-389	-149	63	-140	-2,06	10,85	23
	0,20	207	491	-13,5	-278	-93	39	-87	-1,28	14,07	15
	0,40	123	296	-10,7	-215	-65	27	-61	-0,90	20,36	11
0,5	0,02	23411	6780	-85,7	-2650	-2481	1240	-2612	-39,46	12,94	1055
	0,04	2641	2608	-58,9	-1419	-1254	603	-1299	-19,67	13,94	470
	0,06	1135	1542	-47,7	-1008	-849	404	-872	-13,28	14,77	304
	0,08	693	1092	-41,2	-799	-650	308	-664	-10,16	15,52	228
	0,10	496	850	-36,9	-672	-532	252	-542	-8,33	16,23	184
	0,20	216	435	-26,4	-411	-304	144	-307	-4,77	19,53	103
	0,40	121	262	-19,6	-275	-195	92	-106	-3,06	25,81	65
0,8	0,02	21277	8554	-137,7	-6035	-5543	12338	-7868	-160,79	20,65	-10324
	0,04	3480	3875	-94,9	-2856	-2855	5386	-3920	-79,76	22,19	-7900
	0,06	1571	2492	-77,0	-1897	-1957	3438	-2622	-53,64	23,43	-7276
	0,08	976	1850	-66,6	-1440	-1511	2548	-1989	-40,90	24,54	-7133
	0,10	703	1485	-59,5	-1174	-1244	2045	-1618	-33,41	25,59	-7199
	0,20	308	807	-42,5	-662	-717	1112	-903	-18,88	30,41	-8778
	0,40	170	497	-31,3	-417	-457	687	-565	-11,90	39,53	-16441

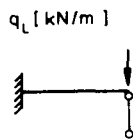
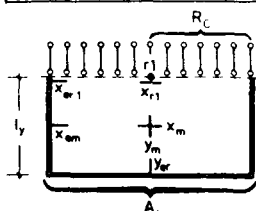


Tabella C 7.4:

Dreiseitig starre Einspannung an den un-nachgiebigen Auflagerlinien

Berechnung von Treppen mit Ausnutzung der Faltwerkwirkung

1 Bemessung der Treppenläufe

Eine Bemessung des Laufes mit geschätzten Schnittgrößen ergibt den Bewehrungsgrad, mit dem die wirksame Dehnsteifigkeit für die Ersatzfedern bestimmt wird. Maßgebend ist jeweils der Lauf in den Zugkräfte aus der Aufhängung eines Podestes nach oben eingeleitet werden.

2 Bestimmung der Dehnsteifigkeit für die Ersatzfedern

Mit dem nach 1 ermittelten Bewehrungsgrad μ wird aus den Diagrammen in Anlage C 3 die Dehnsteifigkeit für die Federn entlang der Knicklinien des Ersatzsystems nach Bild 5.12 bestimmt. Der Einfluß einzelner Parameter kann nach Gl. 7.1 oder 7.2 abgeschätzt werden.

3 Berechnung des Treppensystems nach dem Kraftgrößenverfahren

Ermittlung der Lastspannungs- und Einheitsspannungszustände für das Hauptsystem gemäß Bild 8.1. Ermittlung des Einspannmomentes an der Knicklinie als statisch Überzählige X_1 nach Gl. 8.5. Die erforderlichen Schnittgrößen und Formänderungen können mit den Beiwerten der Tabellen C 5 bis C 7 bestimmt werden.

4 Ermittlung der Scheibenbeanspruchung

Sie kann für die y-Richtung entsprechend Bild 8.11 sowie für die x-Richtung entsprechend Bild 8.12 nach den Gl. 8.6 bis 8.10 ermittelt werden. Überprüfung der Horizontalkraftaufnahme an den Auflagerlinien der Podeste und der Scheibenbeanspruchung in den Podestebenen.

5 Vergleich der Ergebnisse mit den Eingangswerten

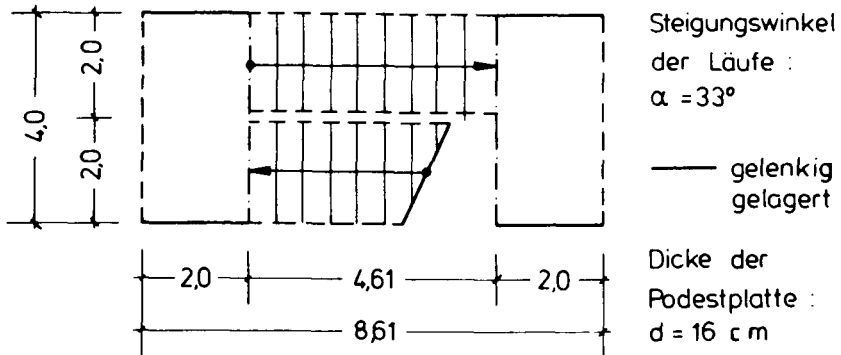
Der mit den Ergebnissen aus 4 errechnete Bewehrungsgrad μ der Läufe wird mit dem in 1 unterstellten Schätzwert verglichen. Eine erneute Berechnung mit verbessertem Eingangswert wird nur in wenigen Ausnahmefällen bei größeren Abweichungen erforderlich sein und kann in der Regel vermieden werden.

7 Torsionsbeanspruchung

Falls in Einzelfällen die Torsionsbeanspruchung bestimmt werden soll, kann diese mit einer Trägerrostberechnung abgeschätzt werden.

Beispiel für die Berechnung einer Treppe mit Faltwerkwirkung

a) System Draufsicht



Dicke der Laufplatten

$$\frac{l_i}{h} \leq 35 \longrightarrow h = \frac{l_i}{35} \approx \frac{0,7 \cdot 4,61}{35} = 0,09 \text{ m}; \text{ gewählt } d_L = 12 \text{ cm}$$

b) Belastung; Podestplatte

Eigengewicht der Platte	$0,16 \cdot 25 = 4,00 \text{ kN/m}^2$
Mörtelbett und Natursteinbelag	$= 2,00 \text{ kN/m}^2$
	$g = 6,00 \text{ kN/m}^2$
	$p = 5,00 \text{ kN/m}^2$
	$q_p = 11,00 \text{ kN/m}^2$

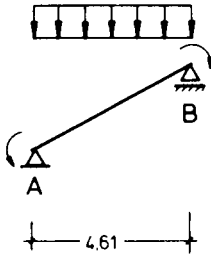
Treppenlauf

Eigengewicht Lauf	$0,12 \cdot 25 / \cos 33^\circ = 3,58 \text{ kN/m}^2$
Betonstufe	$\approx 0,18 \cdot 23 / 2 = 2,07 \text{ kN/m}^2$
Naturstein für Tritt- und Setzstufe	$= 2,00 \text{ kN/m}^2$
Mörtelbett für Natursteinbelag	$\approx 0,85 \text{ kN/m}^2$
	$g = 8,50 \text{ kN/m}^2$
	$p = 5,00 \text{ kN/m}^2$
	$q_L = 13,50 \text{ kN/m}^2$

c) Schnittgrößen für den Treppenlauf

Die Schnittgrößen des Treppenlaufes werden vorab geschätzt, um den Bewehrungsgrad μ als Eingangswert zur Berechnung der Stei-

figkeit für die Ersatzfedern zu bestimmen. Maßgebend ist der obere Treppenlauf mit der Zugkraft aus der Podestaufhängung.



$$A = B = 13,5 \cdot 4,61 \cdot 0,5 = 31,12 \text{ kN/m}$$

Wegen der Nachgiebigkeit der Knicklinie werden folgende Werte für die Zugkraft und Moment angenommen:

$$M_F = |M_A| = |M_B| = \frac{13,5 \cdot 4,61^2}{16} = 17,93 \text{ kNm/m}$$

$$A \approx 2,0 \text{ m}^2 \longrightarrow Z = 2,0 \cdot 11,0 = 22,00 \text{ kN}$$

$$M_S = 17,93 - 11,0 \cdot 0,035 = 17,55 \text{ kNm/m}$$

Bemessung: $h = 10 \text{ cm}$, B 35, BSt 500/550

$$k_h = \frac{10,0}{\sqrt{17,55}} = 2,38 \longrightarrow \text{erf. } a_s = 3,9 \cdot \frac{17,55}{10,00} + \frac{8,25}{28,60} = 7,13 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Bewehrungsgehalt zur Bestimmung der Federsteifigkeit:

$$\mu = \frac{7,13}{12 \cdot 100} = 0,006 \longrightarrow \underline{\mu = 0,6 \%}$$

d) Schnittgrößen der Podeste

Der Grundwert der Dehnsteifigkeit folgt für die Federn des Ersatzsystems (Bild 8.1) aus Bild 6.22 bzw. Anlage C 3.2 zu:

$$C/C_0 = 0,53$$

Nach Gl. 7.2 und 7.3 ergibt sich damit

$$K_D = 0,8 \cdot 0,53 \cdot 34000 \cdot 0,12 \cdot 1/5,50 = 314,71 \text{ [MN/m]}$$

$$C_{\text{Ersatz}} = 314,71 \cdot 0,545^2 \cdot 0,5 = 46,74 \text{ [MN/m]}$$

Biegesteifigkeit der Podestplatte;

$$I_y/I_x = 0,5$$

$$D = \frac{0,16^3 \cdot 34000}{12} = 11,61 \text{ [MNm}^2\text{]}; \longrightarrow D/C = \frac{11,61}{46,74} = 0,25$$

Mit Gl. 8.5 wird das Stützmoment an der Knicklinie ermittelt:

$$q' = q_P/q_L = 0,81; \quad l' = l_P/l_L = 2,00/4,61 = 0,43$$

$$\underline{\underline{\beta}} = (0,12/0,16)^3 = 0,422$$

$$\text{aus Tafel C 5.1: } \underline{\underline{\theta_{r1}(q)}} = 10,15$$

$$\text{aus Tafel C 7.1: } \underline{\underline{\theta_{r1}(PL)}} = -727,3$$

$$\text{aus Tafel C 6.1: } \underline{\underline{\theta_{r1}(mR)}} = -2,26$$

$$\begin{aligned} x_1 &= - \frac{\frac{1}{24} - 0,422 \left[0,81 \cdot \frac{1}{10,15} \cdot 0,43^3 + \frac{0,5}{-727,3} \cdot 0,43^2 \right]}{-\frac{1}{2} + \frac{0,422}{-2,26} \cdot 0,43} \cdot q_L \cdot l_L^2 \\ &= \frac{0,0417 - 0,422[0,0063 + 0,0001]}{0,5 + 0,0802} \cdot q_L \cdot l_L^2 = \frac{q_L \cdot l_L^2}{14,85} \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{M_K = -19,3 \text{ kNm/m}}}$$

Das zu $M_K = 19,3 \text{ kNm/m}$ errechnete Stützmoment ist größer als der vorab unter b) mit $M = 17,93 \text{ kNm/m}$ geschätzte Wert. Auf eine Korrektur und die Durchführung eines zweiten Iterationsschrittes kann jedoch im Hinblick auf die nach DIN 1045 zulässige Momentenumlagerung verzichtet werden. Das errechnete Stützmoment darf danach unter Einhaltung des Gleichgewichtes bis auf $M_K = 0,85 \cdot 19,55 = 16,6 \text{ kNm/m}$ abgemindert werden.

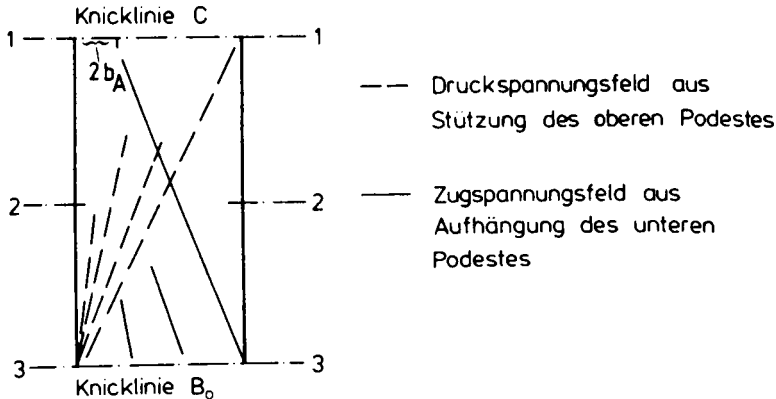
Im Rahmen dieser Beispielrechnung wird auf die Untersuchung der Momentenverteilung infolge nur feldweise wirkender Verkehrslasten verzichtet. Um das Beanspruchungsniveau aufzuzeigen, werden noch einige Momente des Podestes für den Lastfall Vollast zusammengestellt:

$$m_{xr1} = \frac{11,0 \cdot 2,0^2}{13,760} + \frac{13,5 \cdot 4,61}{2 \cdot 216} - \frac{17,93}{13,19} = \underline{\underline{1,98 \text{ kNm/m}}}$$

$$m_{xm} = \frac{11,0 \cdot 2,0^2}{6,302} + \frac{13,5 \cdot 4,61}{2 \cdot 202,3} - \frac{17,93}{3,79} = \underline{\underline{2,41 \text{ kNm/m}}}$$

$$m_{xr2} = \frac{11,0 \cdot 2,0^2}{4,449} + \frac{13,5 \cdot 4,61}{2 \cdot 224} - \frac{17,93}{2,75} = \underline{\underline{3,51 \text{ kNm/m}}}$$

Die Biegebemessung der Treppenläufe wird nachfolgend am Beispiel des oberen Laufes erläutert. Zunächst werden die Bemessungsschnitte und die Bemessungsschnittgrößen erläutert.



Schnitt 1 - 1; Normalbereich

$$M = M_K \text{ [kNm/m]}; N = - N_L/b = - R_C/\tan\alpha \cdot b \text{ [kN/m]}$$

Die Druckkraft ergibt sich in diesem Schnitt aus der Abstützung des oberen Podestes.

Bereich an der Auflagerlinie des Podestes

In diesem Bereich ist die Aufhängekraft aus dem unteren Podest entsprechend Bild 8.10 zu berücksichtigen.

Schnitt 2 - 2

$$M = M_F \text{ [kNm/m]}; N \approx 0$$

Die Normalkraft kann in diesem Schnitt vernachlässigt werden, da sich die Zug- und Druckkomponenten aus den Stützkraften der angrenzenden Podeste annähernd aufheben.

Schnitt 3 - 3

$$M = M_K \text{ [kNm/m]}; N = R_C/\tan\alpha \cdot b \text{ [kN/m]}$$

Die Zugkraft aus der Aufhängung des unteren Podestes kann näherungsweise als dreieckförmig oder noch einfacher als gleichmäßig verteilt über die Laufbreite angenommen werden.

Die Bemessung wird nur für den auflagnernahen Bereich im Schnitt 1 - 1 durchgeführt. Gemäß Bild 8.10 wird hier eine

Verteilungsbreite der Aufhängebewehrung zu $2b_A = 0,5 \text{ m}$ angenommen. Die Aufhängekraft ergibt sich wie folgt:

$$R_C = \frac{11,0 \cdot 2,0^2}{1,86} + \frac{13,5 \cdot 4,61 \cdot 2,0}{2 \cdot 14,03} + \frac{17,93}{2,357} = \underline{40,13 \text{ kN}}$$

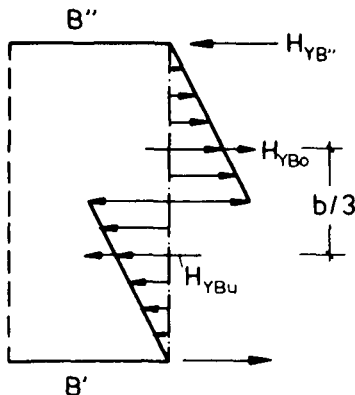
$$N_L = R_C / \tan 33^\circ = \frac{40,13}{0,65} = \underline{61,75 \text{ kN}}$$

$$M_S = 17,93 \cdot 0,5 - 40,13 \cdot 0,035 = \underline{7,56 \text{ kNm}}$$

$$k_h = \frac{10,0}{\frac{7,56}{0,5}} = 2,57 \longrightarrow \text{erf. } a_s = 3,9 \cdot \frac{7,56}{10,0} + \frac{61,75}{28,60} = \underline{5,11 \text{ cm}^2}$$

Diese Bewehrung ist auf einer Breite von $2b_A = 0,5 \text{ m}$ einzubauen.

Horizontalkräfte am Podest



Die Skizze verdeutlicht die Horizontalkräfte H_y eines Podestes für den Lastfall Vollast. Die maßgebende Horizontalkraft H_y ergibt sich, wenn nur die ober- oder unterhalb der betrachteten Auflager angeordneten Podeste belastet sind. Hier wird zur Veranschaulichung der Größenordnung $H_{y,B''}$ angegeben. Nach Bild 8.11 folgt mit Gl. 8.6:

$$H_{y,B''} = 61,75 \cdot \cos 33^\circ = \underline{51,79 \text{ kN}}$$

Nach Bild 8.12 summieren sich die Horizontalkräfte H_x an einer Knicklinie. Damit ergibt sich nach Gl. 8.11:

$$\tan \beta = \frac{2 \cdot b}{3 \cdot s_L} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 5,5} = 0,242 \longrightarrow \underline{\beta = 13,6^\circ}$$

$$\Sigma H_{x,B} = 4 \cdot 61,75 \cdot \sin 13,6^\circ = \underline{58,08 \text{ kN}}$$

Die Aufnahme und Weiterleitung der Horizontalkräfte ist durch geeignete Maßnahmen sicherzustellen